

UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID



*Estudio comparativo del comportamiento de
un vehículo mediante un modelo simplificado
y el software comercial CarSim*

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

PROYECTO FIN DE CARRERA

INGENIERÍA TÉCNICA INDUSTRIAL MECÁNICA

Autor:

D. HONORIO GARCÍA TEJADA

Tutora:

Dra. Dña. BEATRIZ LÓPEZ BOADA

Resumen del proyecto

Este proyecto se basa en la comparación del comportamiento de un vehículo con dos modelos de simulación en determinadas maniobras de conducción. Un modelo de 8 grados de libertad utilizado en este trabajo e implementado *Simulink* y el modelo de 15 grados de libertad incluido en el software comercial *CarSim*. Además, los resultados del modelo comercial CarSim se toman como referencia para la valoración de los resultados del modelo desarrollado. Se han analizado varios casos de estudio para ver la correlación entre los dos modelos. El resultado del análisis muestra que bajo determinadas condiciones hay una aproximación razonable entre los dos modelos, pero en otras los resultados son muy diferentes. Esto puede deberse a la excesiva simplicidad del modelo de 8 grados de libertad.

Índice de contenidos

1. Introducción	1
1.1. Objetivos	2
1.2. Motivación	2
1.3. Estructura del proyecto	3
2. Modelos matemáticos de Vehículos.....	5
2.1. Sistema de referencia del vehículo	5
2.2. Dimensiones.....	6
2.3. Masa.....	7
2.4. Centro de Gravedad	8
2.5. Clasificación de los Modelos de vehículos	8
2.6. Modelos para el confort	9
2.6.1. Modelos para el confort	9
2.6.2. Modelo de dos grados de libertad.....	9
2.7. Modelos para el análisis de la estabilidad lateral en la conducción.....	11
2.7.1. Modelo de 2 grados de libertad (modelo de la bicicleta)	11
2.7.1.1. Lineal.....	12
2.7.1.2. No Lineal	14
2.7.2. Modelo de 3 grados de libertad	15
2.7.3. Modelo de 4 grados de libertad	16
2.7.4. Modelo de 8 grados de libertad	17
2.7.4.1. Fuerzas longitudinal y lateral	17
2.7.4.2. Fuerzas verticales	18
2.7.4.3. Movimiento Longitudinal	19
2.7.4.4. Movimiento Lateral	19
2.7.4.5. Velocidad de Guiñada	20
2.7.4.6. Velocidad de Balanceo	20
2.7.4.7. Velocidad angular de cada rueda	21
2.7.4.8. Deslizamiento lateral	21
2.7.4.9. Deslizamiento longitudinal	22
3. Modelos de neumáticos	25
3.1. Fuerzas y momentos que actúan sobre los neumáticos.....	25
3.2. Formulaciones básicas	27
3.2.1. Fuerza vertical	27

3.2.2.	Fuerza longitudinal	27
3.2.3.	Fuerza transversal	27
3.2.4.	Solicitud combinada	28
3.3.	Clasificación general de los modelos de neumático	29
3.3.1.	Modelos físicos	29
3.3.2.	Modelos analíticos	30
3.3.3.	Modelos Empíricos o semiempíricos	30
3.4.	Fórmula Mágica	31
3.4.1.	Expresión general del modelo	32
3.4.2.	Fórmula mágica para el eje X	33
3.4.2.1.	Diferencial de la fuerza vertical (dF_z)	33
3.4.2.2.	Parámetro de pico (D)	33
3.4.2.3.	Parámetro de forma (C)	34
3.4.2.4.	Parámetro de rigidez (B)	34
3.4.2.5.	Deslizamiento horizontal (S_H)	34
3.4.2.6.	Parámetro de curvatura (E)	34
3.4.2.7.	Deslizamiento vertical (S_V)	35
3.4.2.8.	Fuerza para el eje X (F_t)	35
3.4.3.	Fórmula mágica para el eje Y	35
3.4.3.1.	Parámetro de pico (D)	36
3.4.3.2.	Parámetro de forma (C)	36
3.4.3.3.	Parámetro de rigidez (B)	36
3.4.3.4.	Deslizamiento horizontal (S_H)	37
3.4.3.5.	Deslizamiento vertical (S_V)	37
3.4.3.6.	Parámetro de curvatura (E)	38
3.4.3.7.	Fuerza para el eje Y (F_s)	38
4.	<i>CarSim</i>	39
4.1.	Elección del vehículo	39
4.2.	Fórmula Mágica	40
4.3.	Entradas y salidas	43
5.	<i>Simulink</i>	45
5.1.	Parámetros del sistema	45
5.1.1.	Factores de corrección del ángulo de las ruedas	46
5.1.2.	Rigidez torsional en el eje de balanceo	46
5.1.3.	Coeficiente de amortiguación torsional en el eje de balanceo	46
5.1.4.	Factores que tuvieron que ser estimados	47

5.1.4.1.	Factor de relación de la carga o dureza de la suspensión (K_R)	47
5.1.4.2.	Distancia desde el eje de balanceo hasta el centro de gravedad (e) 47	
5.2.	Entradas y salidas del sistema	50
5.3.	Organización del sistema.....	51
5.3.1.	Fuerza Vertical	51
5.3.2.	Fórmula mágica.....	53
5.3.2.1.	Fuerzas tractora (F_t)	54
5.3.2.2.	Fuerzas lateral (F_s)	54
5.3.2.3.	Combinación de las fuerzas.....	55
5.3.3.	Deslizamiento lateral	55
5.3.4.	Deslizamiento longitudinal	57
5.3.5.	Movimiento longitudinal	58
5.3.6.	Movimiento lateral	58
5.3.7.	Velocidad angular	59
5.3.8.	Movimiento de balanceo.....	60
5.3.9.	Movimiento de guiñada.....	60
6.	Resultados.....	63
6.1.	Casos de estudio	63
6.2.	Doble cambio de línea	64
6.2.1.	Caso 1: Doble cambio de línea a 80 Km/h.....	65
6.2.2.	Caso 2:Doble cambio de línea a 120 Km/h.....	75
6.3.	Círculo de radio 152 metros.....	86
6.3.1.	Círculo de radio 152 metros a 120 Km/h.....	87
6.3.2.	Caso 3: Círculo de radio 152 metros a 80 Km/h	88
6.3.3.	Caso 4: Círculo de radio 152 metros a 100 Km/h	98
6.4.	Sine Sweep Steer.....	109
6.4.1.	Caso 5: Sine Sweep Steer a 80 Km/h.....	110
6.4.2.	Caso 6: Sine Sweep Steer a 120 Km/h.....	120
6.5.	Sine Wave Steer.....	131
6.5.1.	Caso 7: Maniobra de la onda Sine Wave Steer a 80 Km/h.	132
6.5.2.	Caso 8: Sine Wave Steer a 120 Km/h.....	143
7.	Conclusiones y trabajos futuros	155
8.	Bibliografía.....	157
	MathWorks	157
	Anexos	159

A.	Función de la Fórmula Mágica para el eje X en Matlab	159
B.	Función de la Fórmula Magica para el eje Y en Matlab	160
C.	Función para la condición del bloque de deslizamiento longitudinal en Matlab 162	
D.	Diseños de <i>Simulink</i>	163
D1.	Fuerza vertical.....	163
D2.	Fórmula Mágica	164
D3.	Deslizamiento lateral	165
D4.	Deslizamiento longitudinal.....	166
D5.	Movimiento longitudinal	166
D6.	Movimiento lateral	167
D7.	Velocidad angular	167
D8.	Movimiento de balanceo	168
D9.	Movimiento de guiñada	169

Índice de figuras

Figura 1: Sistema de referencia de un vehículo	6
Figura 2: Dimensiones del vehículo.	7
Figura 3: Modelo vertical de un cuarto de vehículo	8
Figura 4: Determinación analítica del centro de gravedad	8
Figura 5: Modelo Vertical de un grado de libertad.....	9
Figura 6: Modelo vertical de dos grados de libertad	10
Figura 7: Modelo simplificado de 2 GDL	10
Figura 8: Modelo de vehículo de dos grados de libertad (modelo de bicicleta)	12
Figura 9: Comparación de los modelos lineal y no lineal de dos grados de libertad....	15
Figura 10: Esquema de un modelo de vehículo de 3 grados libertad	16
Figura 11: Esquema del modelo de 8 grados de libertad	17
Figura 12: Sistema de referencia de un neumático	26
Figura 13: Comportamiento longitudinal idealizado.....	27
Figura 14: Comportamiento lateral idealizado	28
Figura 15: Representación de la elipse de adherencia.....	28
Figura 16: Aproximación de la elipse de adherencia a circunferencia.	29
Figura 17: Ángulo de caída.....	32
Figura 18 :Ángulo de caída y de convergencia de las ruedas para los ejes delantero y trasero	32
Figura 19: características del vehículo en <i>CarSim</i>	39
Figura 20: Elección del modelo de neumático en <i>CarSim</i>	40
Figura 21: Elección del neumático en <i>CarSim</i>	41
Figura 22: Parámetros para el ensayo del neumático 175/65R14 con el modelo de Pacejka.....	43
Figura 23: Ángulo de balanceo para $e=0.35m$	48
Figura 24: Ángulo de balanceo para $e=0.40m$	48
Figura 25: Ángulo de balanceo para $e=0.45m$	49
Figura 26: Ángulo de balanceo para $e=0.50m$	49
Figura 27: Esquema de entradas y salidas en <i>Simulink</i>	51
Figura 28: Corrección de la salida del bloque de la fuerza vertical.....	53
Figura 29: Esquema de la Fórmula Mágica.....	53
Figura 30: Bloque de la fuerza tractora (eje X).....	54
Figura 31: Bloque de la fuerza lateral (eje Y)	55
Figura 32: Corrección de la posible indeterminación.....	56
Figura 33: Corrección de la salida del bloque de deslizamiento lateral	56
Figura 34: Función de <i>Matlab</i> para implementar la condición de la ecuación (2.47) ...	57
Figura 35: Parámetros del bloque integrador de la velocidad longitudinal.....	58
Figura 36: Bloque del Par	59
Figura 37: Interior del bloque del Par	60
Figura 38: Maniobra de doble cambio de línea	64
Figura 39: Trayectoria del doble cambio de línea (Distancias en dirección longitudinal y transversal recorridas por el vehículo durante la maniobra)	65
Figura 40: Velocidad longitudinal para DLC 80 Km/h	65
Figura 41: Velocidad lateral para DLC a 80Km/h	66

Figura 42: Velocidad de guiñada para DLC a 80Km/h	66
Figura 43: Ángulo de balanceo para DLC a 80Km/h	66
Figura 44: Velocidad Angular del neumático delantero izquierdo para DLC a 80Km/h	67
Figura 45: Velocidad Angular del neumático delantero derecho para DLC a 80Km/h .	67
Figura 46: Velocidad Angular del neumático trasero izquierdo para DLC a 80Km/h....	67
Figura 47: Velocidad Angular del neumático trasero derecho para DLC a 80Km/h	68
Figura 48: Angulo de deslizamiento lateral del neumático delantero izquierdo para DL a 80 Km/h	68
Figura 49: Angulo de deslizamiento lateral del neumático delantero derecho para DLC a 80 Km/h	68
Figura 50: Angulo de deslizamiento lateral del neumático trasero izquierdo para DLC a 80 Km/h	69
Figura 51: Angulo de deslizamiento lateral del neumático trasero derecho para DLC a 80 Km/h	69
Figura 52: Angulo de deslizamiento longitudinal del neumático delantero izquierdo para DLC a 80 Km/h	69
Figura 53: Angulo de deslizamiento longitudinal del neumático delantero derecho para DLC a 80 Km/h	70
Figura 54: Angulo de deslizamiento longitudinal del neumático trasero izquierdo para DLC a 80 Km/h	70
Figura 55: Angulo de deslizamiento longitudinal del neumático trasero derecho para DLC a 80 Km/h	70
Figura 56: Fuerza longitudinal para el neumático delantero izquierdo para DLC 80Km/h	71
Figura 57: Fuerza longitudinal para el neumático delantero derecho para DLC 80Km/h	71
Figura 58: Fuerza longitudinal para el neumático trasero izquierdo para DLC 80Km/h	71
Figura 59: Fuerza longitudinal para el neumático trasero derecho para DLC 80Km/h.	72
Figura 60: Fuerza lateral para el neumático delantero izquierdo para DLC 80Km/h....	72
Figura 61: Fuerza lateral para el neumático delantero derecho para DLC 80Km/h	72
Figura 62: Fuerza lateral para el neumático trasero izquierdo para DLC 80Km/h	73
Figura 63: Fuerza lateral para el neumático trasero derecho para DLC 80Km/h	73
Figura 64: Fuerza vertical para el neumático delantero izquierdo para DLC 80Km/h ..	73
Figura 65: Fuerza vertical para el neumático delantero derecho para DLC 80Km/h....	74
Figura 66: Fuerza vertical para el neumático trasero izquierdo para DLC 80Km/h	74
Figura 67: Fuerza vertical para el neumático trasero derecho para DLC 80Km/h	74
Figura 68: Velocidad longitudinal para DLC 120 Km/h	76
Figura 69: Velocidad lateral para DLC a 120Km/h	76
Figura 70: Velocidad de guiñada para DLC a 120Km/h	76
Figura 71: Ángulo de balanceo para DLC a 120Km/h	77
Figura 72: Velocidad Angular del neumático delantero izquierdo para DLC a 120Km/h	77
Figura 73: Velocidad Angular del neumático delantero derecho para DLC a 120Km/h	77
Figura 74: Velocidad Angular del neumático trasero izquierdo para DLC a 120Km/h..	78
Figura 75: Velocidad Angular del neumático trasero derecho para DLC a 120Km/h ...	78
Figura 76: Deslizamiento lateral del neumático delantero izquierdo para DL a 120 Km/h	78

Figura 77: Deslizamiento lateral del neumático delantero derecho para DLC a 120 Km/h.....	79
Figura 78: Deslizamiento lateral del neumático trasero izquierdo para DLC a 120 Km/h	79
Figura 79: Deslizamiento lateral del neumático trasero derecho para DLC a 120 Km/h	79
Figura 80: Deslizamiento longitudinal del neumático delantero izquierdo para DLC a 120 Km/h	80
Figura 81: Deslizamiento longitudinal del neumático delantero derecho para DLC a 120 Km/h.....	80
Figura 82: Deslizamiento longitudinal del neumático trasero izquierdo para DLC a 120 Km/h.....	80
Figura 83: Deslizamiento longitudinal del neumático trasero derecho para DLC a 120 Km/h.....	81
Figura 84: Fuerza longitudinal para el neumático delantero izquierdo para DLC 120Km/h	81
Figura 85: Fuerza longitudinal para el neumático delantero derecho para DLC 120Km/h	81
Figura 86: Fuerza longitudinal para el neumático trasero izquierdo para DLC 120Km/h	82
Figura 87: Fuerza longitudinal para el neumático trasero derecho para DLC 120Km/h	82
Figura 88: Fuerza lateral para el neumático delantero izquierdo para DLC 120Km/h..	82
Figura 89: Fuerza lateral para el neumático delantero derecho para DLC 120Km/h ...	83
Figura 90: Fuerza lateral para el neumático trasero izquierdo para DLC 120Km/h	83
Figura 91: Fuerza lateral para el neumático trasero derecho para DLC 120Km/h	83
Figura 92: Fuerza vertical para el neumático delantero izquierdo para DLC 120Km/h	84
Figura 93: Fuerza vertical para el neumático delantero derecho para DLC 120Km/h..	84
Figura 94: Fuerza vertical para el neumático trasero izquierdo para DLC 120Km/h	84
Figura 95: Fuerza vertical para el neumático trasero derecho para DLC 120Km/h	85
Figura 96: Maniobra del círculo de 152 metros de radio.	86
Figura 97: Trayectoria de la maniobra del círculo de 152 metros de radio	87
Figura 98: Derrape en la maniobra del círculo de radio 152m.....	87
Figura 99: Detalle del derrape en la maniobra del círculo de radio 152m.....	88
Figura 100: Velocidad longitudinal para TC 80 Km/h	88
Figura 101: Velocidad lateral para TC 80 Km/h.....	89
Figura 102: Velocidad de guiñada para TC 80 Km/h.....	89
Figura 103: Ángulo de balanceo para TC 80 Km/h	89
Figura 104: Velocidad Angular del neumático delantero izquierdo para TC 80 Km/h ..	90
Figura 105: Velocidad Angular del neumático delantero derecho para TC 80 Km/h....	90
Figura 106: Velocidad Angular del neumático trasero izquierdo para TC 80 Km/h	90
Figura 107: Velocidad Angular del neumático trasero derecho para TC 80 Km/h	91
Figura 108: Deslizamiento lateral del neumático delantero izquierdo para TC 80 Km/h	91
Figura 109: Deslizamiento lateral del neumático delantero derecho para TC 80 Km/h	91
Figura 110: Deslizamiento lateral del neumático trasero izquierdo para TC 80 Km/h..	92
Figura 111: Deslizamiento lateral del neumático trasero derecho para TC 80 Km/h ...	92

Figura 112: Deslizamiento longitudinal del neumático delantero izquierdo para TC 80 Km/h.....	92
Figura 113: Deslizamiento longitudinal del neumático delantero derecho para TC 80 Km/h.....	93
Figura 114: Deslizamiento longitudinal del neumático trasero izquierdo para TC 80 Km/h.....	93
Figura 115: Deslizamiento longitudinal del neumático trasero derecho para TC 80 Km/h.....	93
Figura 116: Fuerza longitudinal para el neumático delantero izquierdo para TC 80 Km/h.....	94
Figura 117: Fuerza longitudinal para el neumático delantero derecho para TC 80 Km/h.....	94
Figura 118: Fuerza longitudinal para el neumático trasero izquierdo para TC 80 Km/h.....	94
Figura 119: Fuerza longitudinal para el neumático trasero derecho para TC 80 Km/h.....	95
Figura 120: Fuerza lateral para el neumático delantero izquierdo para TC 80 Km/h ...	95
Figura 121: Fuerza lateral para el neumático delantero derecho para TC 80 Km/h.....	95
Figura 122: Fuerza lateral para el neumático trasero izquierdo para TC 80 Km/h.....	96
Figura 123: Fuerza lateral para el neumático trasero derecho para TC 80 Km/h.....	96
Figura 124: Fuerza vertical para el neumático delantero izquierdo para TC 80 Km/h..	96
Figura 125: Fuerza vertical para el neumático delantero derecho para TC 80 Km/h ...	97
Figura 126: Fuerza vertical para el neumático trasero izquierdo para TC 80 Km/h.....	97
Figura 127: Fuerza vertical para el neumático trasero derecho para TC 80 Km/h.....	97
Figura 128: Velocidad longitudinal para TC 100 Km/h	99
Figura 129: Velocidad lateral para TC 100 Km/h.....	99
Figura 130: Velocidad de guiñada para TC 100 Km/h.....	99
Figura 131: Ángulo de balanceo para TC 100 Km/h	100
Figura 132: Velocidad Angular del neumático delantero izquierdo para TC 100 Km/h.....	100
Figura 133: Velocidad Angular del neumático delantero derecho para TC 100 Km/h.....	100
Figura 134: Velocidad Angular del neumático trasero izquierdo para TC 100 Km/h..	101
Figura 135: Velocidad Angular del neumático trasero derecho para TC 100 Km/h ...	101
Figura 136: Deslizamiento lateral del neumático delantero izquierdo para TC 100 Km/h.....	101
Figura 137: Deslizamiento lateral del neumático delantero derecho para TC 100 Km/h.....	102
Figura 138: Deslizamiento lateral del neumático trasero izquierdo para TC 100 Km/h.....	102
Figura 139: Deslizamiento lateral del neumático trasero derecho para TC 100 Km/h.....	102
Figura 140: Deslizamiento longitudinal del neumático delantero izquierdo para TC 100 Km/h.....	103
Figura 141: Deslizamiento longitudinal del neumático delantero derecho para TC 100 Km/h.....	103
Figura 142: Deslizamiento longitudinal del neumático trasero izquierdo para TC 100 Km/h.....	103
Figura 143: Deslizamiento longitudinal del neumático trasero derecho para TC 100 Km/h.....	104

Figura 144: Fuerza longitudinal para el neumático delantero izquierdo para TC 100 Km/h.....	104
Figura 145: Fuerza longitudinal para el neumático delantero derecho para TC 100 Km/h.....	104
Figura 146: Fuerza longitudinal para el neumático trasero izquierdo para TC 100 Km/h	105
Figura 147: Fuerza longitudinal para el neumático trasero derecho para TC 100 Km/h	105
Figura 148: Fuerza lateral para el neumático delantero izquierdo para TC 100 Km/h.....	105
Figura 149: Fuerza lateral para el neumático delantero derecho para TC 100 Km/h.....	106
Figura 150: Fuerza lateral para el neumático trasero izquierdo para TC 100 Km/h....	106
Figura 151: Fuerza lateral para el neumático trasero derecho para TC 100Km/h	106
Figura 152: Fuerza vertical para el neumático delantero izquierdo para TC 100Km/h	107
Figura 153: Fuerza vertical para el neumático delantero derecho para TC 100Km/h	107
Figura 154: Fuerza vertical para el neumático trasero izquierdo para TC 100Km/h ..	107
Figura 155: Fuerza vertical para el neumático trasero derecho para TC 100Km/h....	108
Figura 156: Maniobra de sine Sweep Steer.	109
Figura 157: Trayectoria de la maniobra de SINE SWEEP STEER.....	110
Figura 158: Velocidad longitudinal para SSS 80 Km/h.....	110
Figura 159: Velocidad lateral para SSS 80 Km/h	111
Figura 160: Velocidad de guiñada para SSS 80 Km/h	111
Figura 161: Ángulo de balanceo para SSS 80 Km/h	111
Figura 162: Velocidad Angular del neumático delantero izquierdo para SSS 80 Km/h	112
Figura 163: Velocidad Angular del neumático delantero derecho para SSS 80 Km/h.....	112
Figura 164: Velocidad Angular del neumático trasero izquierdo para SSS 80 Km/h ..	112
Figura 165: Velocidad Angular del neumático trasero derecho para SSS 80 Km/h ...	113
Figura 166: Deslizamiento lateral del neumático delantero izquierdo para SSS 80 Km/h	113
Figura 167: Deslizamiento lateral del neumático delantero derecho para SSS 80 Km/h	113
Figura 168: Deslizamiento lateral del neumático trasero izquierdo para SSS 80 Km/h	114
Figura 169: Deslizamiento lateral del neumático trasero derecho para SSS 80 Km/h.....	114
Figura 170: Deslizamiento longitudinal del neumático delantero izquierdo para SSS 80 Km/h.....	114
Figura 171: Deslizamiento longitudinal del neumático delantero derecho para SSS 80 Km/h.....	115
Figura 172: Deslizamiento longitudinal del neumático trasero izquierdo para SSS 80 Km/h.....	115
Figura 173: Deslizamiento longitudinal del neumático trasero derecho para SSS 80 Km/h.....	115
Figura 174: Fuerza longitudinal para el neumático delantero izquierdo para SSS 80 Km/h.....	116
Figura 175: Fuerza longitudinal para el neumático delantero derecho para SSS 80 Km/h.....	116

Figura 176: Fuerza longitudinal para el neumático trasero izquierdo para SSS 80 Km/h	116
Figura 177: Fuerza longitudinal para el neumático trasero derecho para SSS 80 Km/h	117
Figura 178: Fuerza lateral para el neumático delantero izquierdo para SSS 80 Km/h	117
Figura 179: Fuerza lateral para el neumático delantero derecho para SSS 80 Km/h	117
Figura 180: Fuerza lateral para el neumático trasero izquierdo para SSS 80 Km/h ..	118
Figura 181: Fuerza lateral para el neumático trasero derecho para SSS 80Km/h	118
Figura 182: Fuerza vertical para el neumático delantero izquierdo para SSS 80Km/h	118
Figura 183: Fuerza vertical para el neumático delantero derecho para SSS 80Km/h ..	119
Figura 184: Fuerza vertical para el neumático trasero izquierdo para SSS 80Km/h ..	119
Figura 185: Fuerza vertical para el neumático trasero derecho para SSS 80Km/h ...	119
Figura 186: Velocidad longitudinal para SSS 120 Km/h	121
Figura 187: Velocidad lateral para SSS 120 Km/h	121
Figura 188: Velocidad de guiñada para SSS 120 Km/h	122
Figura 189: Ángulo de balanceo para SSS 120 Km/h	122
Figura 190: Velocidad Angular del neumático delantero izquierdo para SSS 120 Km/h	122
Figura 191: Velocidad Angular del neumático delantero derecho para SSS 120 Km/h	123
Figura 192: Velocidad Angular del neumático trasero izquierdo para SSS 120 Km/h ..	123
Figura 193: Velocidad Angular del neumático trasero derecho para SSS 120 Km/h ..	123
Figura 194: Deslizamiento lateral del neumático delantero izquierdo para SSS 120 Km/h	124
Figura 195: Deslizamiento lateral del neumático delantero derecho para SSS 120 Km/h	124
Figura 196: Deslizamiento lateral del neumático trasero izquierdo para SSS 120 Km/h	124
Figura 197: Deslizamiento lateral del neumático trasero derecho para SSS 120 Km/h	125
Figura 198: Deslizamiento longitudinal del neumático delantero izquierdo para SSS 120 Km/h	125
Figura 199: Deslizamiento longitudinal del neumático delantero derecho para SSS 120 Km/h	125
Figura 200: Deslizamiento longitudinal del neumático trasero izquierdo para SSS 120 Km/h	126
Figura 201: Deslizamiento longitudinal del neumático trasero derecho para SSS 120 Km/h	126
Figura 202: Fuerza longitudinal para el neumático delantero izquierdo para SSS 120 Km/h	126
Figura 203: Fuerza longitudinal para el neumático delantero derecho para SSS 120 Km/h	127
Figura 204: Fuerza longitudinal para el neumático trasero izquierdo para SSS 120 Km/h	127
Figura 205: Fuerza longitudinal para el neumático trasero derecho para SSS 120 Km/h	127

Figura 206: Fuerza lateral para el neumático delantero izquierdo para SSS 120 Km/h	128
Figura 207: Fuerza lateral para el neumático delantero derecho para SSS 120 Km/h	128
Figura 208: Fuerza lateral para el neumático trasero izquierdo para SSS 120 Km/h.	128
Figura 209: Fuerza lateral para el neumático trasero derecho para SSS 120 Km/h ..	129
Figura 210: Fuerza vertical para el neumático delantero izquierdo para SSS 120 Km/h	129
Figura 211: Fuerza vertical para el neumático delantero derecho para SSS 120 Km/h	129
Figura 212: Fuerza vertical para el neumático trasero izquierdo para SSS 120 Km/h	130
Figura 213: Fuerza vertical para el neumático trasero derecho para SSS 120 Km/h	130
Figura 214: Maniobra Sine Wave Steer	132
Figura 215: Trayectoria que debe seguir el vehículo en la maniobra Sine Wave Steer	132
Figura 216: Velocidad longitudinal para SWS 80 Km/h	133
Figura 217: Velocidad lateral para SWS 80 Km/h	133
Figura 218: Velocidad de guiñada para SWS 80 Km/h	133
Figura 219: Ángulo de balanceo para SWS 80 Km/h	134
Figura 220: Velocidad Angular del neumático delantero izquierdo para SWS 80 Km/h	134
Figura 221: Velocidad Angular del neumático delantero derecho para SWS 80 Km/h	134
Figura 222: Velocidad Angular del neumático trasero izquierdo para SWS 80 Km/h	135
Figura 223: Velocidad Angular del neumático trasero derecho para SWS 80 Km/h ..	135
Figura 224: Deslizamiento lateral del neumático delantero izquierdo para SWS 80 Km/h	135
Figura 225: Deslizamiento lateral del neumático delantero derecho para SWS 80 Km/h	136
Figura 226: Deslizamiento lateral del neumático trasero izquierdo para SWS 80 Km/h	136
Figura 227: Deslizamiento lateral del neumático trasero derecho para SWS 80 Km/h	136
Figura 228: Deslizamiento longitudinal del neumático delantero izquierdo para SWS 80 Km/h	137
Figura 229: Deslizamiento longitudinal del neumático delantero derecho para SWS 80 Km/h	137
Figura 230: Deslizamiento longitudinal del neumático trasero izquierdo para SWS 80 Km/h	137
Figura 231: Deslizamiento longitudinal del neumático trasero derecho para SWS 80 Km/h	138
Figura 232: Fuerza longitudinal para el neumático delantero izquierdo para SWS 80 Km/h	138
Figura 233: Fuerza longitudinal para el neumático delantero derecho para SWS 80 Km/h	138
Figura 234: Fuerza longitudinal para el neumático trasero izquierdo para SWS 80 Km/h	139

Figura 235: Fuerza longitudinal para el neumático trasero derecho para SWS 80 Km/h	139
Figura 236: Fuerza lateral para el neumático delantero izquierdo para SWS 80 Km/h	139
Figura 237: Fuerza lateral para el neumático delantero derecho para SWS 80 Km/h	140
Figura 238: Fuerza lateral para el neumático trasero izquierdo para SWS 80 Km/h ..	140
Figura 239: Fuerza lateral para el neumático trasero derecho para SWS 80Km/h	140
Figura 240: Fuerza vertical para el neumático delantero izquierdo para SWS 80Km/h	141
Figura 241: Fuerza vertical para el neumático delantero derecho para SWS 80Km/h	141
Figura 242: Fuerza vertical para el neumático trasero izquierdo para SWS 80Km/h.	141
Figura 243: Fuerza vertical para el neumático trasero derecho para SWS 80Km/h ..	142
Figura 244: Velocidad longitudinal para SWS 120 Km/h	143
Figura 245: Velocidad lateral para SWS 120 Km/h	143
Figura 246: Velocidad de guiñada para SWS 120 Km/h	144
Figura 247: Ángulo de balanceo para SWS 120 Km/h	144
Figura 248: Velocidad Angular del neumático delantero izquierdo para SWS 120 Km/h	144
Figura 249: Velocidad Angular del neumático delantero derecho para SWS 120 Km/h	145
Figura 250: Velocidad Angular del neumático trasero izquierdo para SWS 120 Km/h	145
Figura 251: Velocidad Angular del neumático trasero derecho para SWS 120 Km/h	145
Figura 252: Deslizamiento lateral del neumático delantero izquierdo para SWS 120 Km/h.....	146
Figura 253: Deslizamiento lateral del neumático delantero derecho para SWS 120 Km/h.....	146
Figura 254: Deslizamiento lateral del neumático trasero izquierdo para SWS 120 Km/h	146
Figura 255: Deslizamiento lateral del neumático trasero derecho para SWS 120 Km/h	147
Figura 256: Deslizamiento longitudinal del neumático delantero izquierdo para SWS 120 Km/h	147
Figura 257: Deslizamiento longitudinal del neumático delantero derecho para SWS 120 Km/h.....	147
Figura 258: Deslizamiento longitudinal del neumático trasero izquierdo para SWS 120 Km/h.....	148
Figura 259: Deslizamiento longitudinal del neumático trasero derecho para SWS 120 Km/h.....	148
Figura 260: Fuerza longitudinal para el neumático delantero izquierdo para SWS 120 Km/h.....	148
Figura 261: Fuerza longitudinal para el neumático delantero derecho para SWS 120 Km/h.....	149
Figura 262: Fuerza longitudinal para el neumático trasero izquierdo para SWS 120 Km/h.....	149
Figura 263: Fuerza longitudinal para el neumático trasero derecho para SWS 120 Km/h.....	149

Figura 264: Fuerza lateral para el neumático delantero izquierdo para SWS 120 Km/h	150
Figura 265: Fuerza lateral para el neumático delantero derecho para SWS 120 Km/h	150
Figura 266: Fuerza lateral para el neumático trasero izquierdo para SWS 120 Km/h	150
Figura 267: Fuerza lateral para el neumático trasero derecho para SWS 120Km/h ..	151
Figura 268: Fuerza vertical para el neumático delantero izquierdo para SWS 120Km/h	151
Figura 269: Fuerza vertical para el neumático delantero derecho para SWS 120Km/h	151
Figura 270: Fuerza vertical para el neumático trasero izquierdo para SWS 120Km/h	152
Figura 271: Fuerza vertical para el neumático trasero derecho para SWS 120Km/h	152
Figura 272: Diseño de la Fuerza vertical.....	163
Figura 273: Diseño de la solicitud combinada	164
Figura 274: Diseño del deslizamiento lateral.....	165
Figura 275: Diseño del deslizamiento longitudinal	166
Figura 276: Diseño de la velocidad longitudinal	166
Figura 277: Diseño de la velocidad lateral	167
Figura 278: Diseño de la velocidad angular	167
Figura 279: Diseño del balanceo	168
Figura 280: Diseño de la guiñada	169

Índice de tablas

Tabla 1: Parámetros principales del sistema de referencia	5
Tabla 2: Nomenclatura de los neumáticos	12
Tabla 3: Datos de <i>CarSim</i>	40
Tabla 4: Datos del neumático	41
Tabla 5: Coeficientes de escalado	41
Tabla 6: Coeficientes longitudinales.....	42
Tabla 7: Coeficientes laterales.....	43
Tabla 8: Salidas de situación de <i>CarSim</i>	43
Tabla 9: Salidas de resultados de <i>CarSim</i>	44
Tabla 10: Parámetros del sistema en <i>Simulink</i>	46
Tabla 11: Obtención de la rigidez torsional	47
Tabla 12: Error relativo máximo para cada valor de e.	49
Tabla 13: Variables de entrada al modelo.....	50
Tabla 14: Variables de comprobación de resultados.....	50
Tabla 15: Entradas del bloque de la fuerza vertical.....	52
Tabla 16: Entradas para el bloque de la fuerza tractora (F_t).....	54
Tabla 17: Entradas para el bloque de la fuerza lateral	54
Tabla 18: Entradas para el bloque de combinación de fuerzas	55
Tabla 19: Entradas del bloque de deslizamiento lateral	55
Tabla 20: Entradas del bloque de deslizamiento longitudinal	57
Tabla 21: Entradas del bloque de velocidad longitudinal.....	58
Tabla 22: Entradas del bloque de velocidad lateral.....	59
Tabla 23: Entradas del bloque de velocidad angular.....	59
Tabla 24: Entradas del bloque de balanceo	60
Tabla 25: Entradas del bloque de guiñada.....	61
Tabla 26: Casos de estudio	63

Nomenclatura

l	Longitud del automóvil	$[m]$
h_{cg}	Altura del vehículo	$[m]$
T	Anchura del vehículo	$[m]$
T_f	Anchura del eje delantero del vehículo	$[m]$
T_r	Anchura del eje trasero del vehículo	$[m]$
d	Distancia entre ejes del vehículo	$[m]$
a	Distancia desde el centro de gravedad al eje delantero	$[m]$
b	Distancia desde el centro de gravedad al eje trasero	$[m]$
e	Distancia desde el eje de balanceo al centro de gravedad	$[m]$
R_w	Radio del neumático	$[m]$
m_s	Masa suspendida	$[Kg]$
m	Masa total	$[Kg]$
g	Aceleración de la gravedad	$[m/s^2]$
I_{xx}	Momento de inercia del vehículo al balanceo	$[Kgm^2]$
I_{zz}	Momento de inercia del vehículo a la guiñada	$[Kgm^2]$
I_{xz}	Producto de inercia	$[Kgm^2]$
I_w	Momento de inercia del neumático	$[Kgm^2]$
γ	Ángulo de caída del neumático	$[rad]$
KR_f	Factor de corrección del ángulo de giro del eje delantero	-
KR_r	Factor de corrección del ángulo de giro del eje trasero	-
K_R	Factor relación de la carga o dureza de la suspensión que tiene el eje delantero comparado con el eje trasero	-
K_ϕ	amortiguación torsional en el eje de balanceo	$[Nms]$
C_ϕ	rigidez torsional en el eje de balanceo	$[Nm]$
δ	giro del volante	$[rad]$
T_{dfl}	Par del neumático delantero izquierdo	$[Nm]$

T_{dfr}	Par del neumático delantero derecho	[Nm]
T_{drl}	Par del neumático trasero izquierdo	[Nm]
T_{drr}	Par del neumático trasero derecho	[Nm]
T_{bfl}	Par de frenada del neumático delantero izquierdo	[Nm]
T_{bfr}	Par de frenada del neumático delantero derecho	[Nm]
T_{brl}	Par de frenada del neumático trasero izquierdo	[Nm]
T_{brr}	Par de frenada del neumático trasero derecho	[Nm]
r	Ángulo de guiñada	[rad]
ϕ	Angulo de balanceo	[rad]
U	Velocidad longitudinal	[m/s]
V	Velocidad lateral	[m/s]
α_{fl}	Deslizamiento lateral del neumático delantero izquierdo	[rad]
α_{fr}	Deslizamiento lateral del neumático delantero derecho	[rad]
α_{rl}	Deslizamiento lateral del neumático trasero izquierdo	[rad]
α_{rr}	Deslizamiento lateral del neumático trasero derecho	[rad]
K_{fl}	Deslizamiento longitudinal del neumático delantero izquierdo	-
K_{fr}	Deslizamiento longitudinal del neumático delantero derecho	-
K_{rl}	Deslizamiento longitudinal del neumático trasero izquierdo	-
K_{rr}	Deslizamiento longitudinal del neumático trasero derecho	-
ω_{fl}	Velocidad angular del neumático delantero izquierdo	[rad/s]
ω_{fr}	Velocidad angular del neumático delantero derecho	[rad/s]
ω_{rl}	Velocidad angular del neumático trasero izquierdo	[rad/s]
ω_{rr}	Velocidad angular del neumático trasero derecho	[rad/s]
F_{xfl}	Fuerza longitudinal en el neumático delantero izquierdo	[N]
F_{xfr}	Fuerza longitudinal en el neumático delantero derecho	[N]
F_{xrl}	Fuerza longitudinal en el neumático trasero izquierdo	[N]
F_{xrr}	Fuerza longitudinal en el neumático trasero derecho	[N]
F_{yfl}	Fuerza lateral en el neumático delantero izquierdo	[N]

F_{yfr}	Fuerza lateral en el neumático delantero derecho	$[N]$
F_{yrl}	Fuerza lateral en el neumático trasero izquierdo	$[N]$
F_{yrr}	Fuerza lateral en el neumático trasero derecho	$[N]$

1.Introducción

En el pasado, el confort era la característica más importante del vehículo desde el punto de vista de los consumidores. Con el paso del tiempo, los conductores se han ido interesando en el manejo y estabilidad del automóvil tanto como en su confort, hasta el punto de que las empresas aumentaron las inversiones en investigación sobre la mejora del manejo y estabilidad del vehículo en situaciones críticas. Gracias a esos estudios se llegaron a desarrollar e implementar sistemas de seguridad como el sistema antibloqueo de frenos ABS (*Antilock Brake System*), o el sistema de control de tracción TSC (*Traction Control System*).

En la actualidad, la utilización de simuladores para el desarrollo de un sistema exitoso con el que estudiar el comportamiento dinámico del vehículo está a la orden del día. Además, el uso de modelos matemáticos complejos de vehículos permite simular y desarrollar sistemas de seguridad del vehículo y sus aplicaciones, tales como sistemas de control dinámico del vehículo o sistemas de frenado. Estos modelos han ganado mucha importancia especialmente en los últimos años. Las razones son, por un lado económicas:

- Los esfuerzos económicos a emplear en los ensayos y mediciones del vehículo se han ido incrementando en paralelo al crecimiento de la complejidad de los sistemas y la condiciones prescritas de los ensayos. Con el fin de reducir dichos esfuerzos económicos, la utilización de modelos matemáticos de simulación se ha convertido en una herramienta de uso común.
- El incremento de la competitividad en el mercado automovilístico está forzando a las empresas y proveedores a tener en cuenta el coste de las fases de desarrollo, reemplazando prototipos físicos y ensayos por simulaciones y prototipos virtuales.

Y por otro lado técnicas, relacionadas con la complejidad de los nuevos sistemas. La mayoría de los sistemas actuales, muestran un incremento de la funcionalidad y optimización del valor del producto basado en la utilización de un hardware orientado a la combinación de subsistemas mecánicos, eléctricos y componentes electrónicos, obligando a desarrollar sistemas operativos y software funcional que sean tan eficaces como los sistemas a los que controlan.

Un gran número de empresas del mundo del automóvil emplean el programa de simulación *CarSim* para estudiar el comportamiento dinámico del vehículo en distintas situaciones. El realismo de este programa lo hace una herramienta muy eficaz para obtener datos con los que poder trabajar ya que es capaz de simular casi cualquier prueba en pista o por carretera. Además de esto, presenta la ventaja de poder combinar este programa con otros como *Simulink*.

1.1. Objetivos

En este proyecto se estudia el comportamiento de un vehículo mediante un modelo simplificado y se comparan los resultados con los obtenidos con el software comercial *CarSim*, con el fin de cuantificar la diferencias en el tipo de respuesta y precisión alcanzada con cada uno de ellos.

El uso de un modelo simplificado tiene como objetivo ganar en agilidad computacional. Cuanto más completo es el modelo, mayor es el número de ecuaciones necesarias para describirlo, y por tanto mayor el número de grados de libertad (GDL) que hay analizar. El mayor número de ecuaciones implica un mayor número de cálculos, siendo necesario más tiempo de simulación.

Si la probable evolución de los estudios del comportamiento dinámico de un vehículo es sustituir un sensor de elevado coste por un estimador proveniente de un modelo de vehículo. Este modelo debe ser capaz de simular el comportamiento del vehículo con la mayor velocidad posible, con el fin de reducir el tiempo de trabajo. El uso de modelos de vehículo simplificados es una ventaja desde este punto de vista.

El modelo matemático simplificado de vehículos empleado en este proyecto consta de 8 grados de libertad. Se ha desarrollado y verificado con los programas *Simulink* y *Matlab*. Para lograr el objetivo del proyecto es necesario: en primer lugar conocer el manejo de los programas *Simulink* y *Matlab*, además del programa de simulación *CarSim*; y en segundo lugar saber combinar estos programas para poder comprobar la eficacia del modelo simplificado.

El software *CarSim* utiliza un modelo matemático más completo con el que comparar los resultados obtenidos. Este modelo cuenta con 15 grados de libertad y es utilizado por muchas empresas del sector. Además posee herramientas para visualizar el comportamiento del vehículo en cada instante y evaluar los resultados obtenidos en cada ensayo.

Los modelos de vehículo son modelos matemáticos que, en función de la información recibida del exterior mediante sensores ya existentes en el vehículo, son capaces de simular el comportamiento dinámico del mismo. El modelo matemático se puede conectar a *CarSim* mediante el programa *Simulink* (que es una herramienta del programa *Matlab* para el estudio de sistemas continuos) con el fin de controlar las entradas y salidas que se indiquen.

En este proyecto se realizan diferentes pruebas en las que el vehículo ejecutará diversas maniobras recreando situaciones críticas, como la del doble cambio de línea, variando la velocidad.

1.2. Motivación

En la actualidad, la alta competitividad de las empresas automovilísticas requiere el análisis y reducción de los costes de diseño y producción del vehículo. Por ello, el uso

de sistemas que simulen el comportamiento dinámico del vehículo está a la orden del día de la mayoría de las empresas de este sector. Cuanta mayor precisión sea necesaria, más complejo debe ser el sistema, y más tiempo se requerirá para simular el comportamiento del vehículo, originando mayores costes y tiempos de desarrollo.

En este proyecto se simula el comportamiento dinámico del vehículo con un modelo de ocho grados de libertad, comparándolo con el modelo de *CarSim* que cuenta con quince grados de libertad. No obstante, el emplear un modelo matemático tan simple para representar al vehículo, además de reducir los tiempos de simulación, se debe esperar que se vea afectada la precisión de los resultados.

1.3. Estructura del proyecto

El proyecto consta de los siguientes capítulos.

Capítulo II: MODELOS MATEMÁTICOS DE VEHÍCULOS

En el segundo capítulo se expone una descripción de las claves necesarias de los vehículos (sistemas de referencia, dimensiones, masa, centro de gravedad) para terminar describiendo los diferentes modelos de vehículos previos al modelo de ocho grados de libertad.

Capítulo III: MODELOS DE NEUMÁTICOS

El tercer capítulo ofrece los parámetros básicos de los neumáticos y una clasificación de los modelos de neumáticos existentes, describiendo el modelo utilizado en este proyecto.

Capítulo IV: CARSIM

En el cuarto capítulo se explica cómo se adecúa el programa *CarSim* (entradas, salidas, neumáticos, etc.) a las necesidades de este proyecto, además de los datos del vehículo de análisis.

Capítulo V: SIMULINK

En el quinto capítulo se definen los módulos en los que se ha dividido el programa de *Simulink*, además de la interacción entre *Simulink* y *CarSim*.

Capítulo VI: RESULTADOS

En el sexto capítulo se presentan: la definición, los resultados y el análisis para los ensayos seleccionados.

Capítulo VII: CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

En este capítulo se presentan las conclusiones del estudio realizado y se proponen las potenciales líneas de estudio futuras que complementen este análisis (comparar con otros modelos de vehículos y con resultados de ensayos reales).

2. Modelos matemáticos de Vehículos

Existen dos grandes categorías de modelos matemáticos de vehículos que son: modelos para el confort (basados en el eje vertical) y modelos para el análisis de estabilidad lateral (basados en el eje lateral). El modelo matemático utilizado en este proyecto corresponde al tipo de estabilidad lateral. Los parámetros básicos necesarios para definir este modelo son el sistema de referencia, las dimensiones, la diferencia entre la masa suspendida y no suspendida y la posición del centro de gravedad.

Para obtener el modelo de estabilidad lateral de 8 grados de libertad, se he realizado una evolución desde el modelo de 2 grados.

2.1. Sistema de referencia del vehículo

La carrocería del vehículo está sometida a unos movimientos que serán los seis grados de libertad de un cuerpo espacial. Para la dinámica del vehículo se definen, según SAE (Society of Automotive Engineering), el sistema de referencia y movimientos de la Tabla 1.

SISTEMA DE REFERENCIA		DESPLAZAMIENTO		ÁNGULO	
O	Centro de Gravedad				
OX	Contenido en el plano longitudinal que contiene a O y es perpendicular al plano de rodadura	X	Longitudinal	φ	Balanceo
OZ	Perpendicular al plano de rodadura	Z	Vertical	ψ	Guiñada
OY	Forma con los anteriores un triedro orientado a derechas	Y	Lateral	θ	Cabeceo

Tabla 1: Parámetros principales del sistema de referencia

Para la representación mediante una sola masa puntual, el vehículo será tratado como una masa concentrada en su centro de gravedad (cdg).

Una masa puntual en el cdg, con sus correspondientes momentos de inercia rotacionales, es dinámicamente equivalente a la totalidad del vehículo siempre y cuando se asuma que éste se comporta como un sólido rígido.

Los movimientos del vehículo se definirán respecto a un sistema de referencia cartesiano a derechas asociado al mismo (sistema de referencia del vehículo). Éste sistema de referencia tendrá su origen en el centro de gravedad del vehículo, ver Figura 1, y se moverá solidario con él. En cuanto a los ejes:

- El **eje x** tendrá la dirección longitudinal del vehículo y el sentido será el de avance del mismo.
- El **eje z** tendrá la dirección perpendicular a la calzada y sentido hacia abajo.

- El **eje y** será tal manera que los tres formen un triedro directo como se indica en la Figura 1.

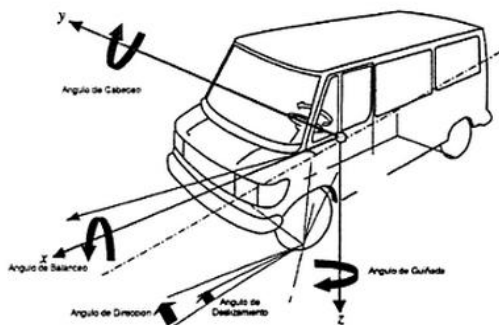


Figura 1: Sistema de referencia de un vehículo

2.2. Dimensiones

Para este proyecto, es necesario describir las características técnicas más relevantes de los vehículos automóviles y están resumidas en la Figura 2.

- **Longitud de un automóvil (l):** distancia entre los planos verticales, perpendiculares al plano medio del vehículo, que tocan al vehículo por delante y por detrás.

Todos los elementos del vehículo, y en particular todos los órganos salientes por delante o por detrás, están comprendidos entre estos dos planos.

- **Anchura del vehículo (T):** Distancia comprendida entre dos planos paralelos al plano longitudinal medio del vehículo que tocan al vehículo por en los costados. Todos los elementos del mismo, y en particular todos los órganos fijos que salgan lateralmente (cubos de la rueda, empuñaduras de la puerta, parachoques, etc.), están comprendidos entre estos dos planos, a excepción de los retrovisores, de los dispositivos ópticos de la señalización lateral, los indicadores de presión de los neumáticos, los precintos de aduanas, las cortinas antiproyección flexibles, los peldaños retráctiles, las cadenas de nieve y la deflexión del neumático inmediatamente por encima del plano de apoyo.

Se entenderá como "retrovisores" el dispositivo compuesto por espejo y soporte. Para la determinación de la anchura máxima no se considera la parte fija de los retrovisores unida a la cabina siempre y cuando no sobresalga de la anchura máxima del vehículo en más de 50mm por cada uno de sus lados adyacentes.

- **Altura del vehículo (h):** Distancia entre el plano de apoyo y un plano horizontal que toca a la parte superior del vehículo.

Todos los elementos fijos del vehículo están comprendidos entre estos dos planos. Se considerará al vehículo en orden de marcha sin carga útil.

- **Distancia entre ejes del vehículo o batalla (d):** Distancia entre las perpendiculares que inciden sobre el plano longitudinal medio del vehículo a partir de los puntos contenidos en los ejes de las ruedas y en el plano medio de las ruedas. La distancia entre los ejes delanteros será T_f y la distancia entre ejes traseros será T_r .

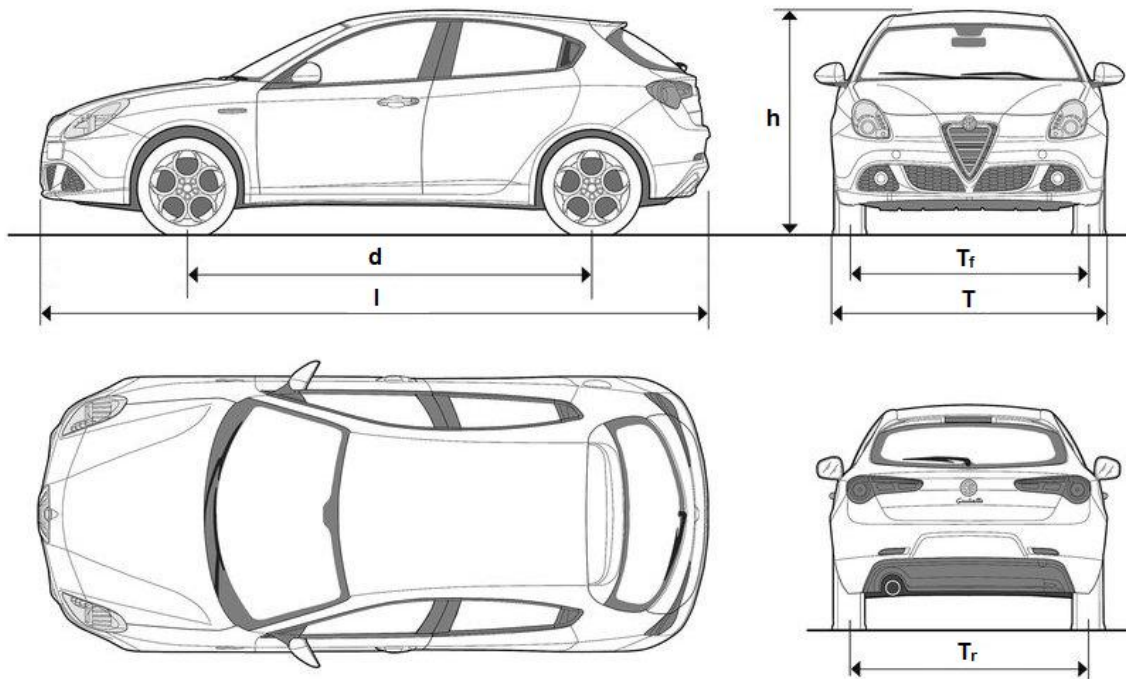


Figura 2: Dimensiones del vehículo.

2.3. Masa

Para el estudio del comportamiento de un vehículo es fundamental distinguir entre la masa suspendida y la masa no suspendida.

La **masa suspendida (m_s)** es la porción de la masa total (m_T) de vehículo que es soportada por la suspensión (motor, carrocería, chasis, pasajeros, etc.), mientras que la **masa no suspendida** abarca el resto de partes del vehículo (suspensión, dirección, frenos, etc.), es la parte del vehículo que está en permanente contacto con la calzada. En la Figura 3 se puede apreciar un esquema de las diferencias entre la masa no suspendida (m_1) y la masa suspendida (m_2).

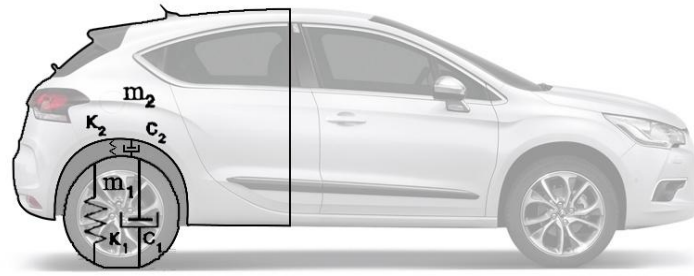


Figura 3: Modelo vertical de un cuarto de vehículo

2.4. Centro de Gravedad

El posicionamiento del centro de gravedad de un vehículo es base para un análisis de su comportamiento. Para el cálculo analítico del centro de gravedad, las coordenadas tridimensionales del centro de gravedad se obtendrán por las siguientes expresiones:

$$x_{cdg} = \frac{\sum_i Q_i x_i}{\sum_i Q_i} \quad (2.1)$$

$$y_{cdg} = \frac{\sum_i Q_i y_i}{\sum_i Q_i} \quad (2.2)$$

$$z_{cdg} = \frac{\sum_i Q_i z_i}{\sum_i Q_i} \quad (2.3)$$

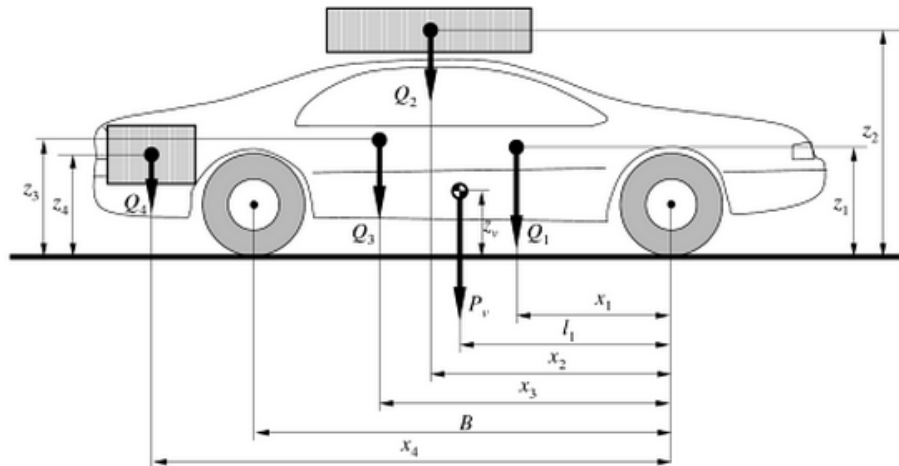


Figura 4: Determinación analítica del centro de gravedad

2.5. Clasificación de los Modelos de vehículos

Hay dos grandes grupos de modelos vehículos en cuanto al análisis dinámico de los vehículos:

- Modelos para el confort en conducción, basados en el eje vertical.
- Modelos para el análisis de la estabilidad en conducción (*handling stability analysis*) y éstos pueden ser clasificados como:
 - Modelos lineales
 - Modelos no lineales

Ambos pueden tener diferentes grados de libertad, ya que en el estudio de la dinámica de vehículos, el número de grados de libertad apropiados para cada caso son seleccionados según la necesidad del objetivo final.

2.6. Modelos para el confort

Los modelos para el confort están basados en el eje vertical del vehículo (eje Z) y su acción tiene lugar en cualquier combinación de los planos XZ e YZ.

2.6.1. Modelos para el confort

El modelo de un grado de libertad es el más sencillo y puede representar la suspensión independiente de un cuarto de vehículo suponiendo despreciables tanto la masas suspendida como la rigidez del neumático.

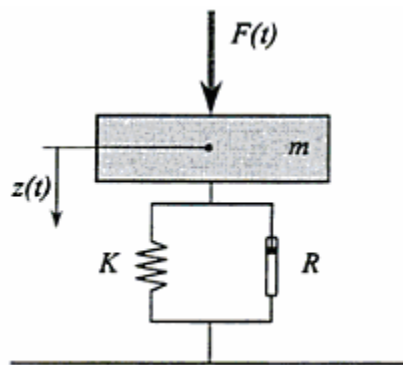


Figura 5: Modelo Vertical de un grado de libertad

El elemento consta de una masa m suspendida por un elemento elástico de rigidez K y un elemento amortiguador de elasticidad R . Se considera además una fuerza variable en el tiempo $F(t)$ que actúa sobre dicha masa, Figura 5.

Este modelo, aunque extremadamente simplificado, es de aplicación para la determinación del orden de magnitud de la frecuencia natural del movimiento vertical de la masa no suspendida y su adecuación a los mencionados límites del confort del vehículo.

2.6.2. Modelo de dos grados de libertad

Si se considera la masa semisuspendida y la rigidez del neumático, se tiene un modelo de dos grados de libertad, que corresponde a un cuarto del vehículo. Este

modelo permite el análisis de los movimientos de la masa suspendida (m_2) en función de la masa no suspendida (m_1), la rigidez del neumático (K_n), la rigidez del resorte de la suspensión (K_s) y la característica del elemento amortiguador (R), ver Figura 6.

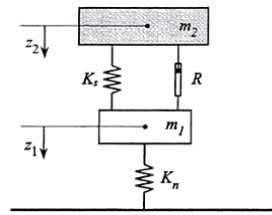


Figura 6: Modelo vertical de dos grados de libertad

En este caso se pueden hallar las frecuencias fundamentales aproximadas del sistema despreciando el amortiguamiento y realizando dos simplificaciones. La primera consiste en suponer que la masa suspendida (m_2) es mucho mayor que la masa no suspendida (m_1), y en consecuencia se puede despreciar este valor.

La otra simplificación que puede hacerse del modelo consiste en suponer que, al ser m_2 mucho mayor que m_1 y, al estas las frecuencias naturales de oscilación de ambas masas lo suficientemente separadas, m_2 permanece inmóvil cuando oscila m_1 . En estas circunstancias el modelo queda reducido al mostrado en la Figura 7.

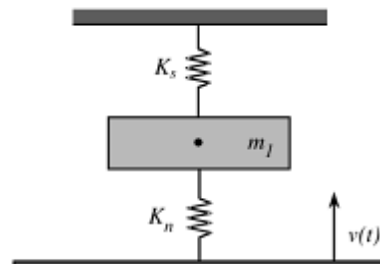


Figura 7: Modelo simplificado de 2 GDL

Entre el modelo de 1 GDL y 2 GDL se pueden obtener las frecuencias fundamentales de las masas suspendida y no suspendida.

Si se comparan las frecuencias obtenidas mediante el modelo de 1 GDL y el de 2 GDL, se puede observar que el efecto de la rigidez del neumático es disminuir la frecuencia natural de la masa suspendida. Por otra parte, si se calculan las frecuencias de las masas suspendida y no suspendida mediante el modelo de 2 GDL, se puede ver que la segunda suele ser unas 10 veces superior a la primera para los vehículos automóviles.

El modelo de un cuarto de vehículo está limitado para estudiar la dinámica de la suspensión o del comportamiento global del vehículo, aunque es de interés para el análisis de los efectos producidos por las vibraciones en la masa suspendida, como efecto de las sollicitaciones provenientes de la rugosidad de la carretera, las no uniformidades del conjunto de la rueda o las fuerzas aplicadas directamente en la masa suspendida por acciones externas.

2.7. Modelos para el análisis de la estabilidad lateral en la conducción

La Dinámica de Control de Vehículos VDC (*Vehicle Dynamic Control*) o el control de la estabilidad de vehículos VSC (*Vehicle Stability Control*) son sistemas que requieren mucha más información sobre las condiciones de conducción comparado con el ABS o el TSC. Para desarrollar un sistema VDC o VSC es necesario encontrar la velocidad de guiñada (r), el ángulo de deslizamiento lateral (α) y el coeficiente de fricción de la carretera (μ) además de el ángulo de deslizamiento longitudinal de los neumáticos (κ). Dado que no hay un sensor barato y fiable que puede usarse para medir alguno de estos estados, investigaciones recientes sobre los estados de estimación han conseguido elevar el número de técnicas de estimación. Ya que la velocidad de guiñada (r) y el ángulo de deslizamiento lateral (α) son factores clave en numerosas aplicaciones de control, muchas de estas técnicas de estimación se centran en estos valores.

Los modelos de estabilidad lateral están basados en el eje lateral del vehículo (eje Y), ver Figura 1, y su acción principal se puede representar como una combinación de los planos YX e YZ. Para simular el comportamiento dinámico de un vehículo se pueden utilizar modelos matemáticos que son tanto más reales cuanto más grados de libertad tengan, y por tanto más complejos y más laboriosos de generar y de simular.

2.7.1. Modelo de 2 grados de libertad (modelo de la bicicleta)

El modelo de la bicicleta es un modelo de dos grados de libertad que trata al vehículo como una bicicleta que tiene sólo una rueda delantera y otra trasera, tanto las ruedas del lado izquierdo como las del lado derecho del mismo eje se consideran como una sola, como se muestra en la Figura 8.

Para este modelo se limitan las condiciones de circulación del vehículo:

- Aceleraciones laterales bajas ($a_y < 0.3g$).
- curvas amplias donde se pueda suponer que el radio de la trayectoria circular (R) es de algún orden de magnitud superior a la batalla o distancia entre ejes ($R \gg d$).
- Los ángulos de dirección en las ruedas directrices no son muy diferentes ($\delta_l \approx \delta_r \approx \delta$).
- No considerar efectos dinámicos como deformaciones de la suspensión, transferencias de carga, variaciones de los ángulos de dirección,...

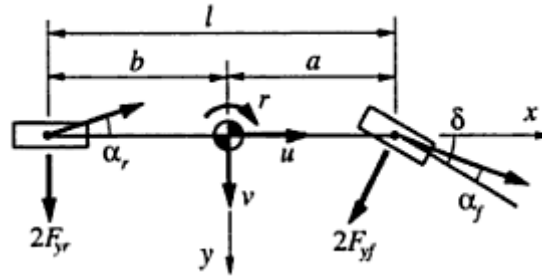


Figura 8: Modelo de vehículo de dos grados de libertad (modelo de bicicleta)

El comportamiento dinámico del vehículo puede ser simplificado, llegando a considerar que no existen variaciones importantes entre los ángulos de deriva del neumático, correspondientes a las ecuaciones (2.4) para el eje delantero y (2.5) para el eje trasero.

- *Eje delantero:* $\alpha_{fl} = \alpha_{fr} = \alpha_f$ (2.4)

- *Eje trasero:* $\alpha_{rl} = \alpha_{rr} = \alpha_r$ (2.5)

Lo que implica que las fuerzas laterales que soportan los neumáticos en un solo eje siguen las ecuaciones (2.6) para el eje delantero y (2.7) para el eje trasero.

- *Eje delantero:* $F_{Yfl} = F_{Yfr} = \frac{F_{Yf}}{2}$ (2.6)

- *Eje trasero:* $F_{Yrl} = F_{Yrr} = \frac{F_{Yr}}{2}$ (2.7)

Donde fl, fr, rl y rr corresponden con los neumáticos del vehículo según la Tabla 2.

Nomenclatura	Neumático
<i>fl</i>	delantero izquierdo
<i>fr</i>	delantero derecho
<i>rl</i>	trasero izquierdo
<i>rr</i>	trasero derecho

Tabla 2: Nomenclatura de los neumáticos

El comportamiento de los neumáticos de cada eje puede representarse como uno equivalente, que soporta la fuerza lateral de ambos con el mismo ángulo de deriva, situado en el centro del eje, como se puede ver en la Figura 8.

2.7.1.1. Lineal

Usando la velocidad lateral (V) y la velocidad de guiñada (r) como variables de estado y siendo los dos grados de libertad del vehículo, las funciones del movimiento para este modelo pueden derivarse de las ecuaciones (2.8) y (2.9).

$$M\dot{V} = -MUr + 2F_{yf} + 2F_{yr} \quad (2.8)$$

$$I_{zz}\dot{r} = 2aF_{yf} + 2bF_{yr} \quad (2.9)$$

Donde M es la masa total del vehículo, I_{zz} es el momento de inercia en el eje de guiñada, U es la velocidad longitudinal, F_{yf} y F_{yr} son las fuerzas laterales en el neumático del eje frontal y trasero respectivamente, a y b son las distancia desde el eje frontal y trasero al centro de gravedad del vehículo. La fuerza lateral en el neumático puede ser asumido como una relación lineal del ángulo del deslizamiento, lo que implicará que no existe derrape del vehículo, según la ecuación (2.8).

$$F_{yi} = -C_{ai} \alpha_i; \quad \text{para } i=f \text{ y } r, \quad (2.10)$$

Donde C_{ai} es la rigidez lateral del neumático, que teniendo en cuenta que la fuerza que soporta el neumático equivalente es doble, la rigidez lateral también será doble.

El eje delantero seguirá la ecuación (2.11) y el eje trasero la ecuación (2.12).

$$\left. \begin{aligned} F_{Yfl} &= -C_{afl} \alpha_{fl} \\ F_{Yfr} &= -C_{afr} \alpha_{fr} \\ F_{Yf} &= -C_{af} \alpha_f \end{aligned} \right\} \quad C_{af} = C_{afl} + C_{afr} \quad (2.11)$$

$$\left. \begin{aligned} F_{Yrl} &= -C_{arl} \alpha_{rl} \\ F_{Yrr} &= -C_{arr} \alpha_{rr} \\ F_{Yr} &= -C_{ar} \alpha_r \end{aligned} \right\} \quad C_{ar} = C_{arl} + C_{arr} \quad (2.12)$$

α_i corresponde al ángulo de deriva de cada rueda, que son asumidos pequeños, y se obtienen de las ecuaciones (2.13) para el eje delantero y (2.14) para el eje trasero.

$$\alpha_f = \frac{v_y + aR}{v_x} - \delta_f \quad (2.13)$$

$$\alpha_r = \frac{v_y + bR}{v_x} - \delta_r \quad (2.14)$$

Siendo R el radio de la rueda.

El modelo de bicicleta nos muestra una aproximación en la región lineal de las curvas, pero aún así tiene un error significativo. A pesar de la imprecisión característica de la región no lineal, este método está siendo muy usado debido a su simplicidad y los pocos parámetros necesarios del vehículo.

2.7.1.2. No Lineal

El modelo de 2 grados de libertad lineal puede describir de una forma más o menos precisa la dinámica lateral del vehículo bajo unas condiciones concretas, entre las que se encuentra una baja aceleración lateral (máx. 0.3G). En situaciones de emergencia, cuando la aceleración lateral es elevada, el ángulo de deslizamiento comienza a crecer y las fuerzas laterales de la rueda se saturan con el límite de fricción de la calzada. En ese caso, el comportamiento dinámico del vehículo es no lineal y usar un modelo lineal no es lo más adecuado.

Al igual que el modelo anterior, la velocidad lateral (V) y el ángulo de guiñada (r) son las variables que constituyen los dos grados de libertad. Las ecuaciones del movimiento del vehículo pueden derivarse de las ecuaciones (2.15) y (2.16).

$$M \dot{V} = F_{Yrl} + F_{Yrr} + (F_{Xfl} + F_{Xfr}) \sin \delta + (F_{Yfl} + F_{Yfr}) \cos \delta - M U \dot{\delta} \quad (2.15)$$

$$I_z \dot{r} = a(F_{Xfl} + F_{Xfr}) \sin \delta + (F_{Yfl} + F_{Yfr}) \cos \delta - b(F_{Yrl} + F_{Yrr}) \quad (2.16)$$

Las fuerzas longitudinales pueden ser despreciadas debido a la poca variación que sufren durante las maniobras.

Siendo M la masa total del vehículo, δ el ángulo de giro de las ruedas, I_z el momento de inercia y U la velocidad longitudinal del vehículo. Los subíndices fl, fr, rl y rr corresponden a los neumáticos del vehículo según la Tabla 2.

Los ángulos de deriva de las ruedas (α_i) se obtienen de las ecuaciones (2.13) y (2.14).

Las fuerzas laterales (F_{Yi}) son obtenidas usando las ecuaciones del sistema no lineal que describen con la mayor exactitud posible las características de las ruedas:

$$F_{Yi} = \mu F_{Zi} c_1 (1 - \exp(-c_2 \alpha_i)) - c_3 \alpha_i \quad \text{para } i = fl, fr, rl, rr$$

Donde μ es el coeficiente de fricción del conjunto neumático-carretera, F_z corresponde con la fuerza vertical soportada por el neumático y los coeficientes c_1 , c_2 y c_3 son coeficientes con los valores que más adecuados de acuerdo con las características de las fuerzas de los neumáticos.

La fuerza normal (F_{Zi}) para las cuatro ruedas se obtiene de:

$$F_{Zfl} = F_{Zfr} = \frac{1}{2} M g \left(\frac{b}{L} \right) \quad (2.17)$$

$$F_{Zrl} = F_{Zrr} = \frac{1}{2} M g \left(\frac{a}{L} \right) \quad (2.18)$$

Siendo M la masa total del vehículo, g la aceleración de la gravedad, L la longitud total del vehículo, y a y b son la distancia desde el centro de gravedad del vehículo al eje delantero y eje trasero respectivamente.

La comparación entre el modelo lineal (Constant C_f y C_r correspondientes a la rueda delantera y trasera del vehículo) y el modelo no lineal (Pacejka model) puede apreciarse en la Figura 9.

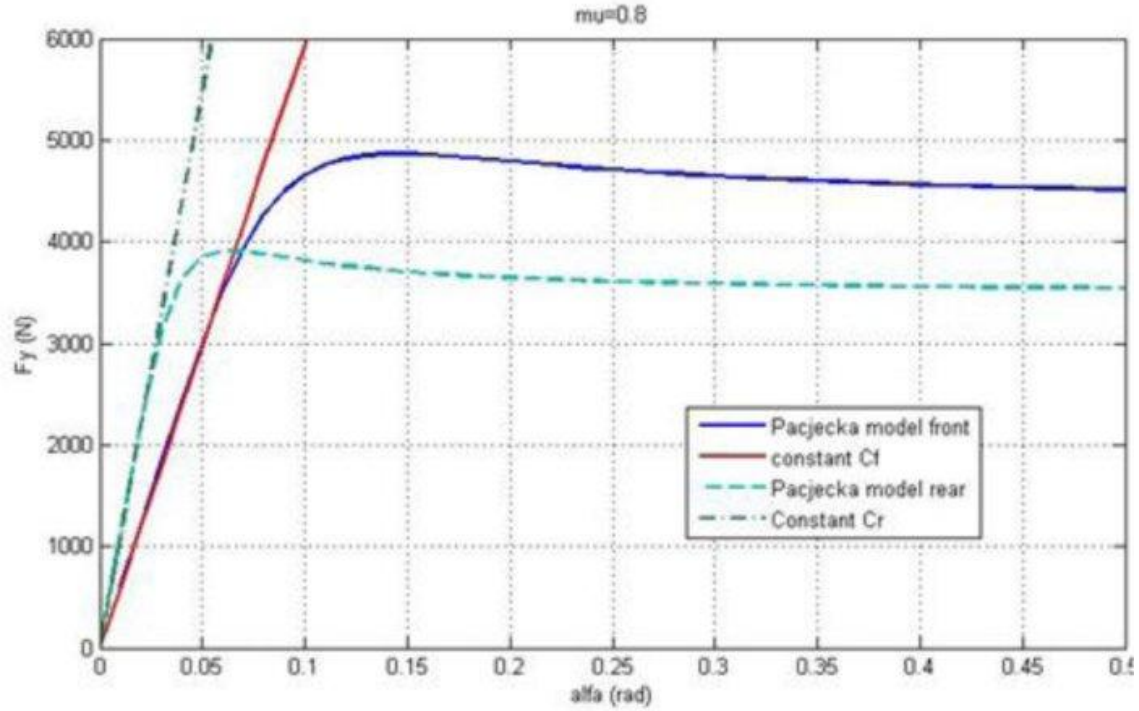


Figura 9: Comparación de los modelos lineal y no lineal de dos grados de libertad

2.7.2. Modelo de 3 grados de libertad

Hay muchas opciones como modelo de tres grados de libertad en el estudio de la estabilidad lateral del vehículo, pero el más utilizado es el que incluye el movimiento longitudinal además de los anteriores como se puede ver en la Figura 10, quedando descrito con las ecuaciones (2.19), (2.20) y (2.21).

$$M(\dot{U} - V r) = F_{Xfl} + F_{Xfr} + F_{Xrl} + F_{Xrr} \quad (2.19)$$

$$M(\dot{V} + r U) = F_{Yfl} + F_{Yfr} + F_{Yrl} + F_{Yrr} \quad (2.20)$$

$$\dot{r} I_{ZZS} = a(F_{Yfl} + F_{Yfr}) - b(F_{Yrl} + F_{Yrr}) + \frac{T_r}{2}(F_{Xrl} - F_{Xrr}) + \frac{T_f}{2}(F_{Xfl} - F_{Xfr}) \quad (2.21)$$

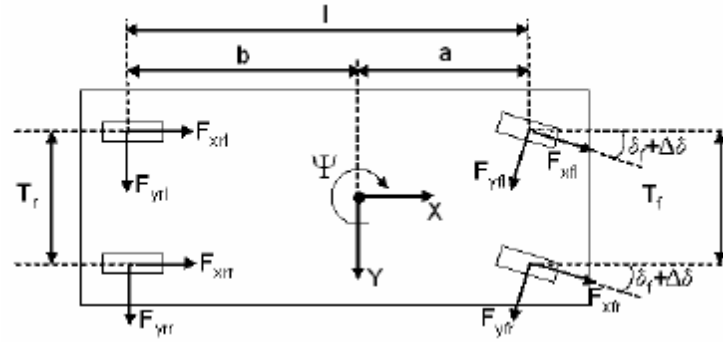


Figura 10: Esquema de un modelo de vehículo de 3 grados libertad

Donde U es la velocidad longitudinal, V la velocidad lateral, r el ángulo de guiñada, M es la masa total del vehículo, I_{ZZs} es el momento de inercia, a y b son las distancias desde el centro de gravedad al eje delantero y eje trasero respectivamente, T_f y T_r corresponden con la batalla de los ejes delantero y trasero.

F_{Xi} y F_{Yi} son las fuerzas de cada neumático, en las direcciones X e Y , que pueden ser relacionadas con las fuerzas tractora y lateral del neumático:

$$F_{Xi} = f_{Xi} \cos \delta_i - f_{Yi} \sin \delta_i \quad (2.22)$$

$$F_{Yi} = f_{Xi} \sin \delta_i + f_{Yi} \cos \delta_i \quad (2.23)$$

Correspondiendo i con cada neumático, según la Tabla 2. Las fuerzas tractora (f_{Xi}) y lateral (f_{Yi}) del neumático se obtienen del modelo de neumático empleado (ver capítulo 3.3).

2.7.3. Modelo de 4 grados de libertad

Para el modelo de 4 grados de libertad se incorpora el balanceo(ϕ) además de los 3 grados de libertad del modelo anterior (U , V y r).

El movimiento de balanceo queda definido con las ecuaciones (2.24) y (2.25).

$$I_{xxs} \dot{p} = -m_s e \dot{V} + I_{xzs} \dot{r} - m_s e \dot{U} r + m_s g e \sin \phi - K_\phi \phi - C_\phi \dot{\phi} \quad (2.24)$$

$$\dot{\phi} = p \quad (2.25)$$

Donde:

- I_{xxs} es el momento de inercia con respecto al eje longitudinal
- m_s es la masa suspendida
- e es la distancia desde el eje de balanceo al centro de gravedad
- \dot{V} es la derivada de la velocidad lateral
- I_{xzs} es el producto de inercia
- r es el ángulo de guiñada

- \dot{r} es la derivada del ángulo de guiñada
- \dot{U} es la derivada de la velocidad longitudinal
- g es la aceleración de la gravedad
- K_ϕ es la rigidez torsional en el eje de balanceo
- C_ϕ es la coeficiente de amortiguación torsional en el eje de balanceo

2.7.4. Modelo de 8 grados de libertad

Para representar el comportamiento dinámico de estabilidad lateral con un modelo de 8 grados de libertad, utilizado en este proyecto (ver Figura 11), se le añaden a los modelos anteriores la velocidad angular (ω). De esta forma, los grados de libertad asociados a este modelo son: las velocidades longitudinal y lateral (U, V), las velocidades de balanceo y guiñada (\dot{p}, \dot{r}) y la velocidad angular de cada rueda ($\omega_{fl}, \omega_{fr}, \omega_{rl}, \omega_{rr}$).

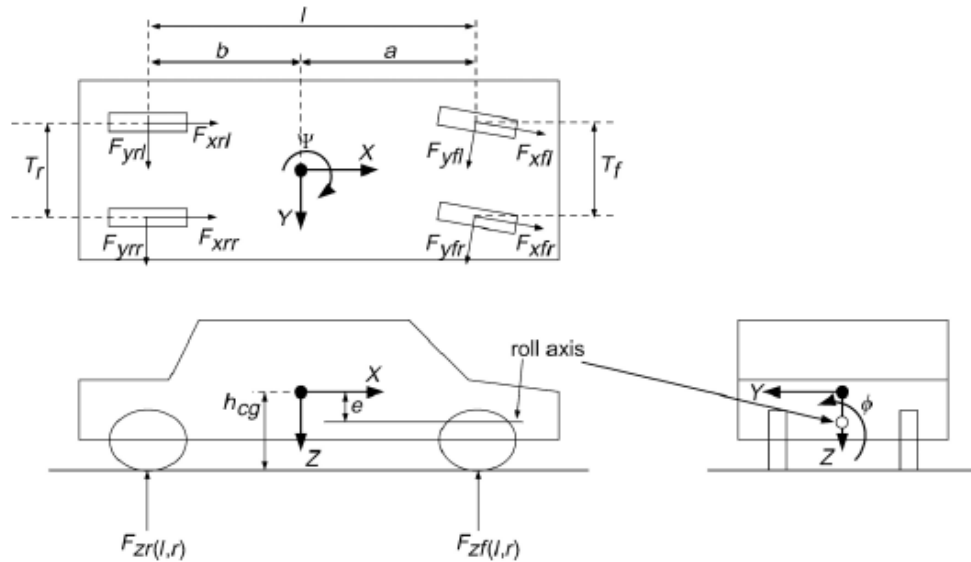


Figura 11: Esquema del modelo de 8 grados de libertad

2.7.4.1. Fuerzas longitudinal y lateral

Las fuerzas longitudinales y laterales de los neumáticos representan los esfuerzos según los ejes X e Y respectivamente y corresponden a las ecuaciones (2.22) y (2.23).

$$F_{xi} = F_{ti} \cos \delta_i - F_{si} \sin \delta_i \quad (2.22)$$

$$F_{yi} = F_{ti} \sin \delta_i + F_{si} \cos \delta_i \quad (2.23)$$

Siendo:

- F_{ti} la fuerza tractora de los neumáticos.
- F_{si} la fuerza lateral de los neumáticos.
- δ_i el ángulo de giro de las ruedas.

Para las ecuaciones (2.22) y (2.23) se utilizará $i = fl, fr, rl, rr$, perteneciendo al neumático delantero izquierdo, delantero derecho, trasero izquierdo y trasero derecho respectivamente, tal y como aparece en la Tabla 2.

El ángulo de giro de las ruedas (δ_i) se describe en las ecuaciones (2.26) y (2.27).

$$\delta_{fl} = \delta_{fr} = \delta + K_{rf} \phi \quad (2.26)$$

$$\delta_{rl} = \delta_{rr} = K_{rr} \phi \quad (2.27)$$

Donde:

- δ es el giro del volante.
- K_{rf} es el factor de corrección del giro de las ruedas con respecto al giro del volante.
- ϕ es el ángulo de balanceo.

Estas fuerzas longitudinales (F_l) y transversales (F_s) varían en función del modelo de neumático elegido para el vehículo, para este proyecto se ha seleccionado el modelo de la *Fórmula Mágica* (ver capítulo 3.4).

2.7.4.2. Fuerzas verticales

La fuerza vertical es la normal del vehículo distribuida entre las cuatro ruedas y corresponden con las ecuaciones (2.28), (2.29), (2.30) y (2.31). Para el cálculo se ha de conocer la transferencia de carga que sufre el vehículo durante la aceleración y la frenada.

$$F_{zfl} = \frac{mg}{2} \left[\frac{b}{l} - \frac{(\dot{U} - Vr)h_{cg}}{gl} + K_R \left(\frac{h_{cg}a_y}{T_f g} - \frac{m_s e}{mT_f} \sin \phi \right) \right] \quad (2.28)$$

$$F_{zfr} = \frac{mg}{2} \left[\frac{b}{l} - \frac{(\dot{U} - Vr)h_{cg}}{gl} - K_R \left(\frac{h_{cg}a_y}{T_f g} - \frac{m_s e}{mT_f} \sin \phi \right) \right] \quad (2.29)$$

$$F_{zrl} = \frac{mg}{2} \left[\frac{b}{l} + \frac{(\dot{U} - Vr)h_{cg}}{gl} + (1 - K_R) \left(\frac{h_{cg}a_y}{T_r g} - \frac{m_s e}{mT_r} \sin \phi \right) \right] \quad (2.30)$$

$$F_{zrr} = \frac{mg}{2} \left[\frac{b}{l} + \frac{(\dot{U} - Vr)h_{cg}}{gl} - (1 - K_R) \left(\frac{h_{cg}a_y}{T_r g} - \frac{m_s e}{mT_r} \sin \phi \right) \right] \quad (2.31)$$

Para:

- m es la masa total del vehículo.
- m_s es la masa suspendida.
- g es la aceleración de la gravedad.
- b es la distancia desde el centro de gravedad del vehículo al eje trasero.
- l es la longitud total del vehículo.
- T_f es la batalla del eje frontal.

- T_r es la batalla del eje trasero.
- e es la distancia desde el eje de balanceo al centro de gravedad
- \dot{U} es la derivada de la velocidad longitudinal.
- V es la velocidad lateral.
- r es el ángulo de guiñada.
- ϕ es el ángulo de balanceo.
- h_{cg} es la altura del centro de gravedad.
- K_R es el factor relación de la carga o dureza de la suspensión que tiene el eje delantero comparado con el eje trasero.
- a_y es la aceleración lateral.

En las ecuaciones (2.28), (2.29), (2.30) y (2.31) se utiliza la ecuación (2.32) para obtener la aceleración lateral (a_y).

$$a_y = \dot{V} + Ur \quad (2.32)$$

Dónde:

- \dot{V} es la derivada de la velocidad lateral.
- U es la velocidad longitudinal.
- r es el ángulo de guiñada.

2.7.4.3. Movimiento Longitudinal

El movimiento longitudinal describe el desplazamiento del vehículo según el eje X y se obtiene con la ecuación (2.33), que a su vez se deriva de la ecuación (2.19) perteneciente al modelo de 3 GDL.

$$m\dot{U} = mVr + F_{xfl} + F_{xfr} + F_{xrl} + F_{xrr} \quad (2.33)$$

Siendo:

- m la masa total del vehículo.
- \dot{U} la derivada de la velocidad longitudinal.
- V la velocidad lateral.
- F_{xi} es la fuerza longitudinal de cada uno de los neumáticos según la ecuación (2.22).

2.7.4.4. Movimiento Lateral

El movimiento lateral representa el desplazamiento según el eje Y. Este movimiento se calcula con la ecuación (2.34).

$$m\dot{V} = -mUr - m_s e \dot{p} + F_{yfl} + F_{yfr} + F_{yrl} + F_{yrr} \quad (2.34)$$

Con:

- m es la masa total del vehículo.
- m_s es la masa suspendida.
- \dot{V} es la derivada de la velocidad lateral.
- U es la velocidad longitudinal.
- r es el ángulo de guiñada.
- e es la distancia desde el eje de balanceo al centro de gravedad
- \ddot{p} es la segunda derivada del ángulo de balanceo ϕ .
- F_{yi} es la fuerza lateral de cada uno de los neumáticos según la ecuación (2.23).

2.7.4.5. Velocidad de Guiñada

Por velocidad de guiñada se entiende la velocidad angular de giro alrededor del eje vertical (Z) que pasa por su centro de gravedad. Para obtener la velocidad de guiñada se utiliza la ecuación (2.35).

$$I_z \dot{r} = I_{xzs} \ddot{p} + a(F_{yfl} + F_{yfr}) - b(F_{yrl} + F_{yrr}) + \frac{T_f}{2}(F_{xfl} + F_{xfr}) + \frac{T_r}{2}(F_{xrl} + F_{xrr}) \quad (2.35)$$

Para:

- I_z es el momento de inercia en el eje vertical.
- \dot{r} es la derivada del ángulo de guiñada.
- I_{xzs} es el momento de inercia con respecto al eje longitudinal
- \ddot{p} es la segunda derivada del ángulo de balanceo ϕ .
- a es la distancia desde el centro de gravedad del vehículo hasta su eje frontal.
- b es la distancia desde el centro de gravedad del vehículo al eje trasero.
- T_f es la batalla del eje frontal.
- T_r es la batalla del eje trasero.
- F_{yi} es la fuerza lateral de cada uno de los neumáticos según la ecuación (2.23).
- F_{xi} es la fuerza longitudinal de cada uno de los neumáticos según la ecuación (2.22).

2.7.4.6. Velocidad de Balanceo

Por velocidad de balanceo se entiende la velocidad angular de giro alrededor del eje longitudinal (X) que pasa por el centro de gravedad del vehículo y se calcula con las ecuaciones (2.36) y (2.37).

$$I_{xzs} \ddot{p} = -m_s e \dot{V} + I_{xzs} \dot{r} - m_s e \dot{U} r + m_s g e \sin \phi - K_\phi \phi - C_\phi \dot{\phi} \quad (2.36)$$

$$\dot{\phi} = p \quad (2.37)$$

Donde:

- ϕ es el ángulo de balanceo.
- I_{xzs} es el momento de inercia con respecto al eje longitudinal
- \ddot{p} es la segunda derivada del ángulo de balanceo ϕ .

- p y $\dot{\phi}$ son las derivadas del ángulo de balanceo ϕ .
- m_s es la masa suspendida.
- e es la distancia desde el eje de balanceo al centro de gravedad
- \dot{V} es la derivada de la velocidad lateral.
- U es la velocidad longitudinal.
- I_{xzs} es el producto de inercia.
- r es el ángulo de guiñada.
- \dot{r} es la derivada del ángulo de guiñada.
- g es la aceleración de la gravedad.

2.7.4.7. Velocidad angular de cada rueda

Para el cálculo de la velocidad angular de cada rueda se utilizan las expresiones (2.38), (2.39), (2.40) y (2.41). se considera que el vehículo es de tracción delantera, por lo tanto sólo tendrán par de tracción las ruedas delanteras, mientras que las cuatro ruedas tendrán par de frenada, como se puede ver en la expresión (2.42).

$$I_w \dot{\omega}_{fl} = -R_w F_{xfl} + T_{fl} \quad (2.38)$$

$$I_w \dot{\omega}_{fr} = -R_w F_{xfr} + T_{fr} \quad (2.39)$$

$$I_w \dot{\omega}_{rl} = -R_w F_{xrl} + T_{rl} \quad (2.40)$$

$$I_w \dot{\omega}_{rr} = -R_w F_{xrr} + T_{rr} \quad (2.41)$$

Para:

- $\dot{\omega}_i$ es la velocidad angular de cada una de las ruedas.
- I_w es el momento de inercia de las ruedas.
- R_w es el radio del neumático.
- F_{xi} es la fuerza longitudinal de cada uno de los neumáticos según la ecuación (2.22).
- T_i es la diferencia entre el par de conducción (Td_i) y el par de frenada (Tb_i) aplicado a cada rueda (i), ver Tabla 2, según la ecuación (2.42).

$$T_i = Td_i - Tb_i \quad (2.42)$$

2.7.4.8. Deslizamiento lateral

En el modelo de ocho grados de libertad, cada rueda tiene un deslizamiento lateral independiente (α_i). Estos deslizamientos se obtienen con las ecuaciones (2.43), (2.44), (2.45) y (2.46).

$$\alpha_{fl} = \delta_{fl} - \arctan\left(\frac{V + ar}{U - \frac{1}{2}T_f r}\right) \quad (2.43)$$

$$\alpha_{fr} = \delta_{fr} - \arctan\left(\frac{V + ar}{U + \frac{1}{2}T_f r}\right) \quad (2.44)$$

$$\alpha_{rl} = \delta_{rl} + \arctan\left(\frac{br - V}{U - \frac{1}{2}T_r r}\right) \quad (2.45)$$

$$\alpha_{rr} = \delta_{rr} + \arctan\left(\frac{br - V}{U + \frac{1}{2}T_r r}\right) \quad (2.46)$$

Siendo:

- δ_i el ángulo de giro de las ruedas y se obtiene con las ecuaciones (2.26) y (2.27).
- b la distancia desde el centro de gravedad del vehículo al eje trasero.
- T_f la batalla del eje frontal.
- T_r la batalla del eje trasero.
- V la velocidad lateral.
- r el ángulo de guiñada.
- U la velocidad longitudinal.

2.7.4.9. Deslizamiento longitudinal

El deslizamiento longitudinal (κ_i) también es independiente para cada rueda en el modelo de 8 grados de libertad y se calcula con la ecuación (2.47).

$$\kappa_i = \begin{cases} \frac{u_i - R_w \omega_i}{u_i}, & R_w \omega_i < u_i \\ \frac{R_w \omega_i - u_i}{u_i}, & R_w \omega_i \geq u_i \end{cases} \quad i = fl, fr, rl, rr \quad (2.47)$$

Donde:

- R_w es el radio del neumático.
- ω_i es la velocidad angular de cada rueda según las ecuaciones (2.38), (2.39), (2.40) y (2.41).

Cada u_i es el componente de la velocidad en el plano de cada neumático según las ecuaciones (2.48), (2.49), (2.50) y (2.51).

$$u_{fl} = \left(U + \frac{1}{2} T_f r \right) \cos \delta_{fl} + (V + ar) \sin \delta_{fl} \quad (2.48)$$

$$u_{fr} = \left(U - \frac{1}{2} T_f r \right) \cos \delta_{fr} + (V + ar) \sin \delta_{fr} \quad (2.49)$$

$$u_{rl} = \left(U + \frac{1}{2} T_r r \right) \cos \delta_{rl} - (V + ar) \sin \delta_{rl} \quad (2.50)$$

$$u_{rr} = \left(U - \frac{1}{2} T_r r \right) \cos \delta_{rl} - (V + ar) \sin \delta_{rr} \quad (2.51)$$

Con:

- U es la velocidad longitudinal.
- T_f es la batalla del eje frontal.
- T_r es la batalla del eje trasero.
- a es la distancia desde el centro de gravedad del vehículo hasta su eje frontal.
- b es la distancia desde el centro de gravedad del vehículo al eje trasero.
- δ_i es el ángulo de giro de las ruedas y se obtiene con las ecuaciones (2.26) y (2.27).
- V es la velocidad lateral.
- r es el ángulo de guiñada.

3. Modelos de neumáticos

Las características dinámicas de un vehículo dependen en gran medida de las fuerzas y momentos generados en el contacto neumático-calzada. Por este motivo resulta fundamental el desarrollo de modelos de neumáticos precisos para estudiar la dinámica vehicular.

Por tanto, el estudio y la realización de modelos que sean capaces de simular el comportamiento real de un vehículo está a la orden del día de las empresas, debido a que se reducen en gran medida el tiempo de diseño del sistema, el coste de experimentar y se disminuyen los riesgos de error al manejar un sistema real (por ejemplo se anulan los posibles errores de un piloto a la hora de repetir el mismo ensayo). No obstante hay que tener en cuenta que el neumático puede considerarse como un sistema no lineal de gran complejidad, lo que hace difícil el análisis teórico del sistema. Esta complejidad ha forzado a desarrollar modelos matemáticos simplificados, cada uno para un propósito específico y un uso limitado.

El objetivo de estos modelos de neumáticos es encontrar expresiones matemáticas que, a pesar de sus simplificaciones respecto a la realidad, puedan relacionar los esfuerzos que aparecen en el contacto neumático-calzada.

En este capítulo se sentarán las bases de los neumáticos, en cuanto al sistema de referencia empleado, fuerzas y momentos que actúan en los neumáticos con el objetivo de utilizar estas nociones básicas para describir los modelos de neumáticos y estudiar en profundidad el modelo de la *Fórmula Mágica*, que es el utilizado en este proyecto.

3.1. Fuerzas y momentos que actúan sobre los neumáticos

Sobre los neumáticos actúan las fuerzas normales y tangenciales de contacto con la superficie de rodadura y los momentos que éstas originan respecto a los ejes ligados al propio neumático o al vehículo.

Para analizar las componentes de la fuerza y momento resultante, se utilizará el sistema de ejes recomendado por SAE, ver Figura 12, definidos según:

- **EJE X:** corresponde con la intersección del plano medio de la rueda y el plano de la superficie de rodadura. El sentido positivo será el de avance.
- **EJE Z:** es perpendicular al plano de la superficie de rodadura y su sentido positivo es el de penetración en el suelo.
- **EJE Y:** perpendicular a los anteriores y debe formar con ellos un sistema ortogonal orientado a derechas.
- El origen del centro de gravedad coincide con el centro de la huella de contacto.

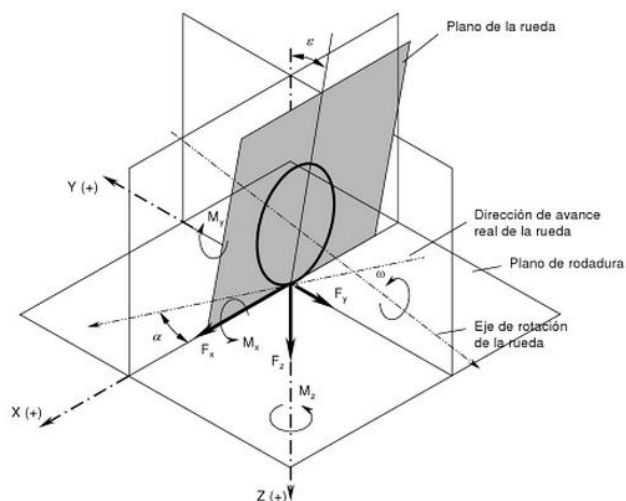


Figura 12: Sistema de referencia de un neumático

Además se considerarán las siguientes definiciones:

- **Centro de la superficie de contacto.** punto de intersección del plano de la rueda y la proyección de su eje de rotación sobre el plano de la rodadura.
- **Fuerza longitudinal F_x .** Componente respecto al eje X de la fuerza que actúa sobre el neumático, como consecuencia de su interacción con el suelo, diferenciando entre tracción ($F_x > 0$) y frenado ($F_x < 0$).
- **Fuerza lateral F_y .** Componente en la dirección del eje Y de la fuerza que actúa sobre el neumático, como consecuencia de su interacción con el suelo.
- **Fuerza vertical F_z .** Componente en la dirección Z de la fuerza que actúa sobre el neumático, como consecuencia de su interacción con el suelo. El peso que actúa sobre el neumático, se transmite a la superficie de rodadura deformándolo y dando lugar a una huella de contacto, el peso asociado a la carga es soportado por el aire a presión y la carcasa del neumático.
- **Momento de vuelco M_x .** Es el momento respecto al eje X, de las fuerzas que actúan sobre el neumático.
- **Momento de resistencia a la rodadura M_y .** Momento, respecto al eje Y, de las fuerzas de contacto que actúan sobre el neumático. Se opone a la rodadura del neumático sobre el suelo, debido a que cuando éste rueda sobre una superficie dura, sometido a una carga vertical, la distribución de presiones no es simétrica respecto al eje Y. El centro de presiones y la resultante de fuerzas verticales quedan desplazadas del eje X hacia delante, lo que produce un momento alrededor del eje de su rotación del neumático, que se opone al movimiento.
- **Momento autoalineante M_z .** Momento, respecto al eje Z, de las fuerzas de contacto que actúan sobre el neumático.

3.2. Formulaciones básicas

Las formulaciones básicas descritas en este capítulo son una primera aproximación al cálculo del comportamiento dinámico de los neumáticos para la utilización de modelos simplificados, generalmente linealizados, de las curvas características, tanto de fuerzas como de momentos. A continuación se describen brevemente las características básicas de la fuerza vertical, longitudinal y transversal.

3.2.1. Fuerza vertical

La fuerza vertical o normal a la superficie de contacto se puede calcular en función de la deformación del neumático y su variación.

El cálculo de la deformación del neumático puede ser abordado desde un planteamiento simplificado, en el que se considere un contacto puntual en el plano de la rueda o, con mayor precisión y dificultad, analizando la geometría de la superficie de rodadura y la deformación tridimensional del neumático.

3.2.2. Fuerza longitudinal

Para el cálculo de las fuerzas longitudinales, tanto de tracción como de frenado, hay que determinar el valor del índice de deslizamiento (i). El comportamiento se caracterizará por los valores de adherencia máxima, tanto en tracción ($\mu_{x\max t}$) como en frenado ($\mu_{x\max f}$), y los valores de deslizamiento críticos, correspondientes a la máxima adherencia en tracción (i_{tc}) y en frenado (i_{fc}) tal y como se muestra en la Figura 13.

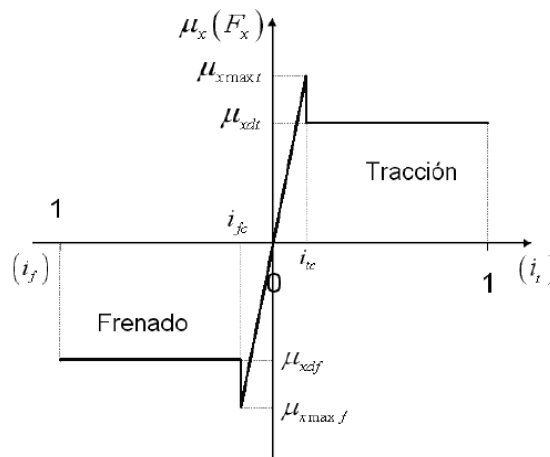


Figura 13: Comportamiento longitudinal idealizado

3.2.3. Fuerza transversal

El modelo más sencillo para el cálculo de las fuerzas transversales o laterales considera únicamente la influencia lineal del ángulo de deriva, hasta llegar a un valor crítico (α_c), a partir del cual la fuerza lateral presenta un valor constante, ver Figura 14.

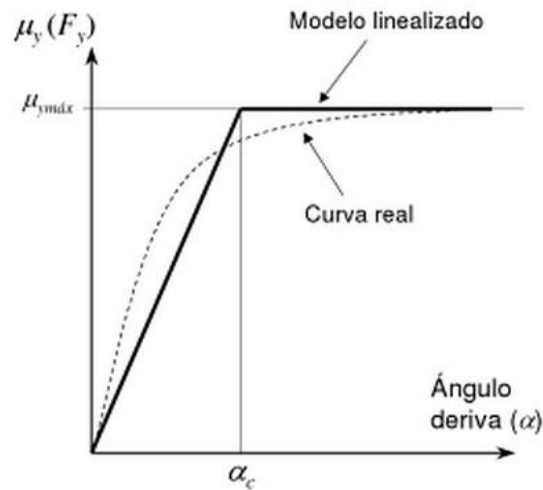


Figura 14: Comportamiento lateral idealizado

3.2.4. Solicitación combinada

Las fuerzas longitudinal y transversal no son independientes entre sí. Por este motivo, los límites de adherencia están definidos por una curva semejante a una elipse, tal y como muestra la Figura 15.

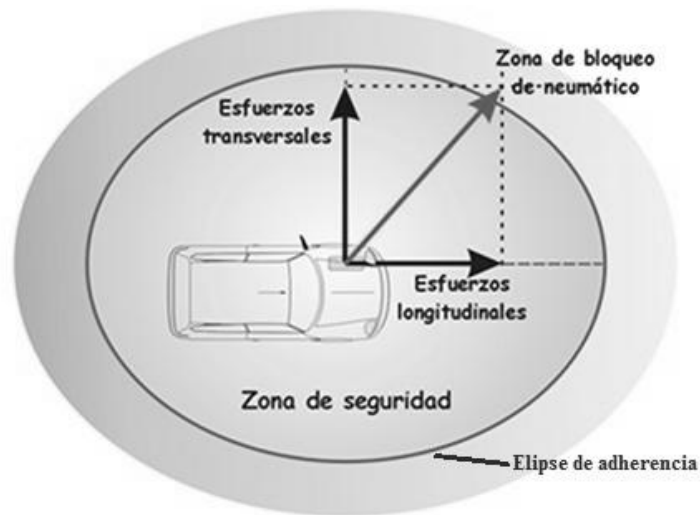


Figura 15: Representación de la elipse de adherencia

Para valores grandes de la fuerza resultante en el plano de la superficie de rodadura (combinación de longitudinal y transversal) se puede plantear una primera aproximación que considere que la elipse de adherencia es, de forma aproximada, una circunferencia (Figura 16). Esto implica que los coeficientes de adherencia son iguales, en cualquier dirección de la resultante de fuerza. La magnitud de la fuerza total en el contacto neumático-calzada F_T estará limitada por el nivel de fricción entre el neumático y las carreteras, y representa la composición de las fuerzas longitudinal y transversal.

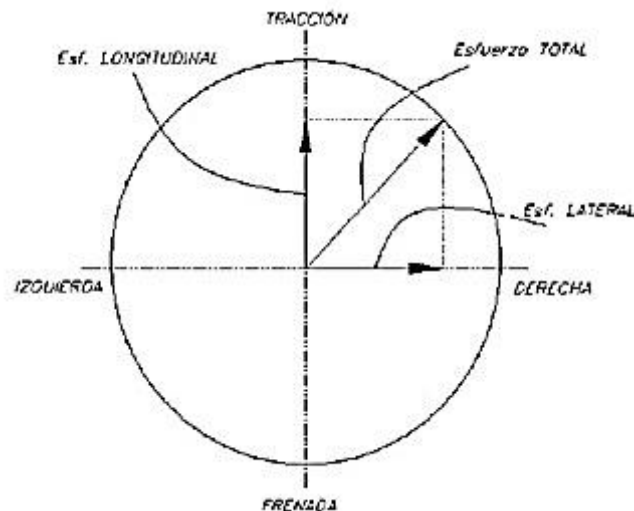


Figura 16: Aproximación de la elipse de adherencia a circunferencia.

3.3. Clasificación general de los modelos de neumático

Inicialmente se crearon modelos para comprender fenómenos básicos con la generación de esfuerzos cortantes y momentos en el contacto neumático-calzada. Más tarde, estos modelos fueron mejorados para estudiar el efecto de ciertos parámetros físicos en el neumático. Y finalmente fueron adaptados para usar funciones y factores de forma para aproximar curvas y medidas, tanto como fuera posible, a los datos experimentales.

De forma general se puede realizar una clasificación de los modelos teóricos de neumáticos en las siguientes categorías:

- Modelos físicos (basados en Elementos Finitos)
- Modelos analíticos (Formulación y resolución de ecuaciones diferenciales de la deformación del neumático)
- Modelos empíricos o semiempíricos (tratamiento estadístico)

Otros modelos pueden ser considerados mixtos, al basarse en planteamientos analítico-empíricos, combinando incluso técnicas de inteligencia artificial, como son las redes neuronales que se aplican tanto para régimen permanente como estacionario, fundamentándose en un proceso iterativo que permite una corrección y aprendizaje continuos del modelo

Para obtener una panorámica más detallada de las tres categorías en que se han clasificado los modelos de neumáticos, resulta conveniente comentar brevemente las características básicas de ellas.

3.3.1. Modelos físicos

Los modelos físicos son construidos teniendo en cuenta las características estructurales del neumático y las propiedades del material. Estos modelos describen

de manera detallada el comportamiento del neumático y generalmente se utilizan para el diseño y el análisis de neumáticos, no resultando adecuados para simular la dinámica vehicular, donde se requieren tiempos de simulación muy cortos. Dentro de estos modelos se encuentran los basados en Elementos Finitos, que tienen como inconveniente más destacado el coste de tiempo tanto computacional como de definición del modelo.

3.3.2. Modelos analíticos

En los modelos analíticos se calculan las fuerzas generadas en el neumático y predicen sus características elásticas mediante la simplificación de ecuaciones físicas. La mayoría de estos modelos se basan en cuatro factores fundamentales: propiedades friccionales en el contacto neumático-calzada, distribución de presiones normales en la huella de contacto, comportamiento de la banda de rodadura y comportamiento de la carcasa/cinturón. El inconveniente de estos modelos es que necesitan resolver las ecuaciones diferenciales parciales (EDP's) para conocer el comportamiento del neumático en régimen transitorio, lo que resulta una tarea difícil si se quiere incorporar estos modelos en la formulación para el control de un vehículo. Los modelos a destacar son: el modelo de Dugoff, el de Fiala y el de Nikravest-Gim (más comúnmente conocido como el de la universidad de Arizona).

3.3.3. Modelos Empíricos o semiempíricos

Los modelos empíricos o semiempíricos están basados exclusivamente en experimentos sobre neumáticos y, por tanto, apenas deducidos a partir de la teoría del comportamiento físico de su estructura. Describen el comportamiento del neumático mediante tablas o fórmulas matemáticas. Este tipo de modelos permiten calcular fuerzas de forma precisa pero sin la necesidad de integrar ecuaciones.

Dentro de estos modelos destaca el propuesto por Pacejka o también conocido como *Fórmula Mágica* (*Magic Formula*), es un ejemplo de un modelo semi-empírico (considerado así porque todavía subyace en él algo de descripción de los mecanismos físicos de generación de fuerzas y momentos en neumáticos) donde a partir de las formas de las curvas obtenidas mediante ensayos de los neumáticos en condiciones estacionarias, se ha buscado una expresión matemática que sea capaz de ajustarse a éstos.

Este modelo es el más extendido para la simulación del comportamiento de los neumáticos. Es el que más se ajusta al comportamiento real de los neumáticos, aunque presenta el inconveniente de plantear la necesidad de realizar cálculos más laboriosos y disponer de datos experimentales del neumático que se modeliza. El objetivo del modelo es plantear expresiones matemáticas cuyos coeficientes puedan identificarse con parámetros característicos de los neumáticos, como son la rigidez transversal y longitudinal o los valores máximos de las fuerzas entre el neumático y la superficie de rodadura.

El modelo fue propuesto inicialmente por Bakker, Nyborg y Pacejka en 1987 (tiene diversas versiones posteriores que también son conocidas como *Fórmula Mágica*),

desarrollaron un modelo para la representación del comportamiento de los neumáticos, partiendo de numerosos ensayos tanto en sollicitaciones aisladas (frenada o circulación en curva a velocidad constante), con sollicitaciones combinadas (frenada en curva).

Para realizar el modelo plantearon dos posibilidades: partir de expresiones en forma de serie o utilizar funciones especiales. Al partir de expresiones en forma de serie (Fourier, Polinomiales,...) aparecían bastantes desventajas ya que son necesarios muchos coeficientes para ajustar las curvas y, por otra parte, las derivadas a lo largo de ellas difieren considerablemente. Además los coeficientes no se corresponden con valores característicos de los neumáticos y, en general, se producen grandes desviaciones cuando es necesario estimar valores intermedios mediante interpolación. Concluyeron que el mejor camino es encontrar funciones especiales que se ajusten a las curvas obtenidas en los ensayos, con la particularidad de que los parámetros de esas funciones deben corresponderse con valores característicos de los neumáticos.

Es el modelo que mejor predice el comportamiento real de los neumáticos actualmente, sin embargo requiere una elevado número de coeficientes experimentales que implican un estudio exhaustivo del neumático a emplear.

El modelo *Deft Tyre 96* (Pacejka, 2006) es una de las últimas versiones de la *Fórmula Mágica*, es un modelo netamente empírico, en el que complementa con una precisa representación matemática el momento autoalineante.

3.4. Fórmula Mágica

Un elemento principal del vehículo son los neumáticos, pues en función del modelo que se utilice para simular su comportamiento, los resultados pueden variar en gran medida. Para el desarrollo del modelo de ocho grados de libertad es necesaria la utilización de resultados lo más parecidos a la realidad posible, por ello se ha utilizado el modelo de neumático conocido como *Fórmula Mágica* incluido dentro de los modelos de neumáticos semiempíricos. El objetivo es conseguir un modelo teórico, que a pesar de sus limitaciones respecto de la realidad, logre simular un comportamiento lo más parecido posible.

Para implementar este método se ha tenido que seleccionar en *CarSim*, como se verá en el capítulo 4.2, dentro del apartado de neumáticos, y caracterizar para el neumático utilizado en este proyecto: **175/65R14**.

Las fórmulas características de este modelo se han implementado en *Matlab* como funciones (ver Anexos A, B y C), de forma que puedan implementarse en un bloque Fcn de *Simulink*. Se generarán dos funciones distintas, una para las fuerzas longitudinales (eje X) y otra para las fuerzas laterales (eje Y).

Como datos de entrada para estas funciones se utilizarán:

- El deslizamiento, ya sea longitudinal (para obtener la fuerza longitudinal) o lateral (para obtener la fuerza lateral).

- La fuerza vertical.
- El ángulo de caída, que corresponde a la inclinación del plano que contiene a circunferencialmente al neumático respecto a la vertical. La caída es positiva cuando las ruedas están más distanciadas por la parte superior que por la parte inferior. De la misma forma, cuando las ruedas están más cercanas por la parte superior que por la parte inferior, la caída es negativa, ver Figura 17. Su función es mejorar el ángulo de agarre en las curvas compensando la deformación del neumático al hacer fuerza lateral en él.

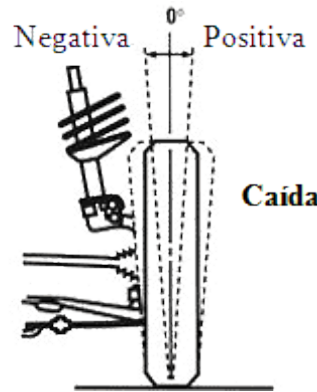


Figura 17: Ángulo de caída

Tanto los deslizamientos como la fuerza vertical se obtendrán, para cada instante, de sus correspondientes módulos de *Simulink*, utilizando las ecuaciones descritas en el capítulo 2.7.4.2, y el ángulo de caída de las ruedas lo tomaremos nulo, tal y como aparece en el modelo de vehículo de *CarSim*, ver Figura 18.

	Left	Right	
Camber:	0	0	deg
Toe:	0	0	deg

Figura 18 :Ángulo de caída y de convergencia de las ruedas para los ejes delantero y trasero

3.4.1. Expresión general del modelo

La expresión general del modelo de la *Fórmula Mágica* corresponde con las ecuaciones (3.1), (3.2) y (3.3).

$$y(x) = D \cdot \sin \left(C \cdot \arctg \left(B \cdot x - E \left((B \cdot x - \arctg(B \cdot X)) \right) \right) \right) \quad (3.1)$$

$$Y(X) = y(x) + S_v \quad (3.2)$$

$$x = X + S_h \quad (3.3)$$

Donde $Y(X)$ puede representar tanto el esfuerzo longitudinal, el transversal o el momento autoalineante. X será el ángulo de deslizamiento lateral (α) o el deslizamiento longitudinal (κ). Además en la fórmula se tienen los siguientes parámetros:

- B: parámetro de rigidez
- C: parámetro de forma
- D: parámetro de pico (valor máximo)
- E: parámetro de curvatura
- S_h : deslizamiento horizontal
- S_v : deslizamiento vertical

3.4.2. Fórmula mágica para el eje X

Empleando la expresión general del modelo de neumáticos de la *Fórmula Mágica* en el eje X se obtiene la fuerza tractora del neumático (F_t).

3.4.2.1. Diferencial de la fuerza vertical (dF_z)

El diferencial de la fuerza vertical se corresponde con la ecuación (3.4).

$$dF_z = \frac{F_z - F_{nomin}}{F_z} \quad (3.4)$$

Siendo:

- F_z el valor de la fuerza vertical de cada neumático que se tomará de la ecuación (2.28).
- $F_{nomin} = 3500N$ correspondiente a la carga nominal del neumático.

3.4.2.2. Parámetro de pico (D)

Antes de calcular el parámetro de pico se calcula el valor del momento de vuelco con la ecuación (3.5).

$$M_{ux} = (PDX1 + (PDX2 dF_z))(1 - PDX3 \gamma^2) LMUX \quad (3.5)$$

Siendo

- $PDX1, PDX2, PDX3$ y $LMUX$ son valores característicos del neumático.
- γ es el ángulo de caída de los neumáticos, se tomará el dato del vehículo utilizado en *CarSim*.

Introduciendo los resultados de las ecuaciones (3.4) y (3.5) se obtiene el valor pico según la ecuación (3.6).

$$D = M_{ux} F_z \quad (3.6)$$

3.4.2.3. Parámetro de forma (C)

El parámetro de forma (C) se obtiene de la ecuación (3.7).

$$C = PCX1 LCX \quad (3.7)$$

Siendo :

- $PCX1$ y LCX valores característicos del neumático

3.4.2.4. Parámetro de rigidez (B)

El parámetro de rigidez se calcula con la ecuación (3.8).

$$B = \frac{(PKX1 + PKX2 dF_z) e^{(PKX3 dF_z) F_z} LKX}{CD} \quad (3.8)$$

dónde:

- $PKX1, PKX2, PKX3$ y LKX son valores característicos del neumático.
- F_z el valor de la fuerza vertical de cada neumático que se tomará de la ecuación (2.28).
- C es el parámetro de forma obtenido en la ecuación (3.7).
- D es el parámetro de pico obtenido en la ecuación (3.6).

3.4.2.5. Deslizamiento horizontal (S_H)

Para el deslizamiento horizontal (S_H) se utiliza la ecuación (3.9).

$$S_H = (PHX1 + PHX2 dF_z) LHX \quad (3.9)$$

según:

- $PHX1, PHX2$ y LHX son valores característicos del neumático.
- dF_z es el diferencial de la fuerza vertical obtenido en la ecuación (3.4)

3.4.2.6. Parámetro de curvatura (E)

Previo a al cálculo del parámetro de curvatura, correspondiente a la ecuación (3.11), es necesario corregir el deslizamiento longitudinal (κ) para lo que se utiliza la ecuación (3.10).

$$Kappa_i = kappa + S_H \quad (3.10)$$

Siendo

- $kappa$ el valor del deslizamiento longitudinal obtenido en la ecuación (2.47).
- S_h el deslizamiento horizontal obtenido en la ecuación (3.9)

$$E = (PEX1 + PEX2 dF_z + PEX3 dF_z^2)(1 - PEX4 \operatorname{sgn}(Kappa_i)) LEX \quad (3.11)$$

según:

- $PEX1, PEX2, PEX3, PEX4$ y LEX son valores característicos del neumático.
- dF_z es el diferencial de la fuerza vertical obtenido en la ecuación (3.4)
- $kappa$ es el valor del deslizamiento longitudinal obtenido en la ecuación (2.47).

3.4.2.7. Deslizamiento vertical (S_v)

El deslizamiento vertical se calcula con la ecuación (3.12).

$$S_v = F_z(PVX1 + PVX2 dF_z)LVX LMUX \quad (3.12)$$

Dónde

- $PVX1, PVX2, LVX$ y $LMUX$ son valores característicos del neumático.
- dF_z es el diferencial de la fuerza vertical obtenido en la ecuación (3.4)
- F_z el valor de la fuerza vertical de cada neumático que se tomará de la ecuación (2.28).

3.4.2.8. Fuerza para el eje X (F_t)

El cálculo de la fuerza en la dirección longitudinal (eje X) sigue la ecuación (3.13).

$$F_t = D \cdot \operatorname{sen} \left(C \cdot \operatorname{arctg} \left(B \cdot Kappa_i - E(B \cdot Kappa_i - \operatorname{arctg}(B \cdot Kappa_i)) \right) \right) + S_v \quad (3.13)$$

Tanto el ángulo de caída como los parámetros característicos del neumático están incluidos en los capítulos 4.1 y 4.2 respectivamente.

3.4.3. Fórmula mágica para el eje Y

Empleando la expresión general del modelo de neumáticos de la *Fórmula Mágica* en el eje Y se obtiene la fuerza en la dirección lateral (F_s).

3.4.3.1. Parámetro de pico (D)

Previo al cálculo del parámetro de pico se calcula el valor del momento de resistencia a la rodadura con la ecuación (3.14).

$$M_{uy} = (PDY1 + (PDY2 \, dfz))(1 - PDY3 \, gamma^2) \, LMUY \quad (3.14)$$

Siendo

- $PDY1, PDY2, PDY3$ y $LMUY$ valores característicos del neumático.
- $gamma$ el ángulo de caída de los neumáticos, se tomará el dato del vehículo utilizado en *CarSim*.

Introduciendo los resultados de las ecuaciones (3.4) y (3.5) se obtiene el valor pico según la ecuación (3.15).

$$D = M_{uy} \, F_z \quad (3.15)$$

3.4.3.2. Parámetro de forma (C)

El parámetro de forma se calcula con la ecuación (3.16).

$$C = PCY1 \, LCY \quad (3.16)$$

Siendo:

- $PCY1$ y LCY valores característicos del neumático

3.4.3.3. Parámetro de rigidez (B)

El cálculo del parámetro de rigidez se realiza con la ecuación (3.18) para lo que es necesaria la ecuación (3.17).

$$K_{ya} = \left(PKY1 \, F_{nomin} \, \sin \left(PKY4 \, \arctan \left(\frac{\frac{F_z}{(PKY2 + PKY5 \, gamma^2)}}{\frac{F_{nomin}}{LFZO}} \right) \right) \right) (1 - PKY3 \, abs(gamma)) \, LKY \quad (3.17)$$

$$B = K_{ya} \, C \, D \quad (3.18)$$

dónde:

- $PKY1, PKY2, PKY3, PKY4, PKY5, LFZO$ y LKY son valores característicos del neumático.
- F_z es el valor de la fuerza vertical de cada neumático que se tomará de la ecuación (2.28).
- C es el parámetro de forma obtenido en la ecuación (3.15)
- D es el parámetro de pico obtenido en la ecuación (3.16)

3.4.3.4. Deslizamiento horizontal (S_H)

El cálculo del deslizamiento horizontal se realiza con la ecuación (3.23) para lo que son necesarias las ecuaciones (3.19), (3.20), (3.21) y (3.22).

$$S_{Hy0} = (PHY1 + PHY2 dF_z) LHY \quad (3.19)$$

$$K_{yg} = (PVY3 + PVY4 dF_z) F_z \quad (3.20)$$

$$S_{Vyg} = K_{yg} \gamma LKY LMUY \quad (3.21)$$

$$S_{Hyg} = \frac{(K_{yg} \gamma) - S_{Vyg}}{K_{ya}} \quad (3.22)$$

$$S_H = S_{Hy0} + S_{Hyg} \quad (3.23)$$

según:

- $PHY1, PHY2, PVY3, PVY4, LKY, LMUY$ y LHY son valores característicos del neumático.
- dF_z es el diferencial de la fuerza vertical obtenido en la ecuación (3.4)
- γ es el ángulo de caída de los neumáticos, se tomará el dato del vehículo utilizado en *CarSim*.

3.4.3.5. Deslizamiento vertical (S_V)

El deslizamiento vertical se calcula con la ecuación (3.25), para lo que es necesaria la ecuación (3.24).

$$S_{Vy0} = F_z (PVY1 + PVY2 dF_z) LVY LMUY \quad (3.24)$$

$$S_V = S_{Vy0} + S_{Vyg} \quad (3.25)$$

Dónde:

- $PVY1, PVY2, LUY$ y $LMUY$ son valores característicos del neumático.
- S_{Vyg} se tomará de la ecuación (3.21)

3.4.3.6. Parámetro de curvatura (E)

Previo al cálculo del parámetro de curvatura, ecuación (3.27), es necesario corregir el deslizamiento longitudinal ($kappa$) para lo que se utiliza la ecuación (3.26).

$$Kappa_i = kappa + S_H \quad (3.26)$$

Siendo

- $kappa$ es el valor del deslizamiento longitudinal obtenido en la ecuación (2.47).
- S_H es el deslizamiento horizontal obtenido en la ecuación (3.9)

$$E = (PEY1 + PEY2 dF_z + PEY3 dF_z^2)(1 - PEY4 \operatorname{sgn}(Kappa_i)) LEY \quad (3.27)$$

según:

- $PEY1, PEY2, PEY3, PEY4$ y LEY son valores característicos del neumático.
- dF_z es el diferencial de la fuerza vertical obtenido en la ecuación (3.4)
- $kappa$ es el valor del deslizamiento longitudinal obtenido en la ecuación (2.47).

3.4.3.7. Fuerza para el eje Y (Fs)

Para el cálculo de la fuerza en la dirección lateral (eje Y) se emplea la ecuación (3.28).

$$F_s = D \cdot \sin \left(C \cdot \arctg \left(B \cdot Kappa_i - E(B \cdot Kappa_i - \arctg(B \cdot Kappa_i)) \right) \right) + S_V \quad (3.28)$$

Tanto el ángulo de caída como los parámetros característicos del neumático están incluidos en los capítulos 4.1 y 4.2 respectivamente.

4. CarSim

CarSim es un programa, utilizado por un gran número de empresas del sector automovilístico, que permite predecir y estudiar el comportamiento dinámico de un vehículo en distintas situaciones. El programa, en respuesta a una serie de entradas que pueden ser tanto características del vehículo como del entorno, predice el comportamiento dinámico del vehículo bajo esas condiciones. El realismo de este programa lo hace una herramienta muy eficaz para obtener datos con los que poder trabajar ya que es capaz de simular casi cualquier prueba en pista o por carretera. Otra ventaja es su compatibilidad con otros programas, por ejemplo *Simulink*. En cuanto a las limitaciones, *CarSim* no incluye la flexibilidad estructural, acústica o vibraciones, por lo que no puede usarse para estudiar el ruido, el análisis de la estructura o la simulación de cargas según el componente.

Previo al desarrollo del programa en *Simulink*, es necesario adecuar *CarSim*, seleccionando el tipo de vehículo y el modelo de neumático necesarios para el objetivo del proyecto, las entradas y salidas con las que compartir información con *Simulink* y las maniobras que se van a emplear para comprobar la eficacia del modelo.

4.1. Elección del vehículo

Se utilizará un vehículo de tipo *hatchback* como el que se puede apreciar en la Figura 19. De *CarSim* se obtienen los datos de la Tabla 3.

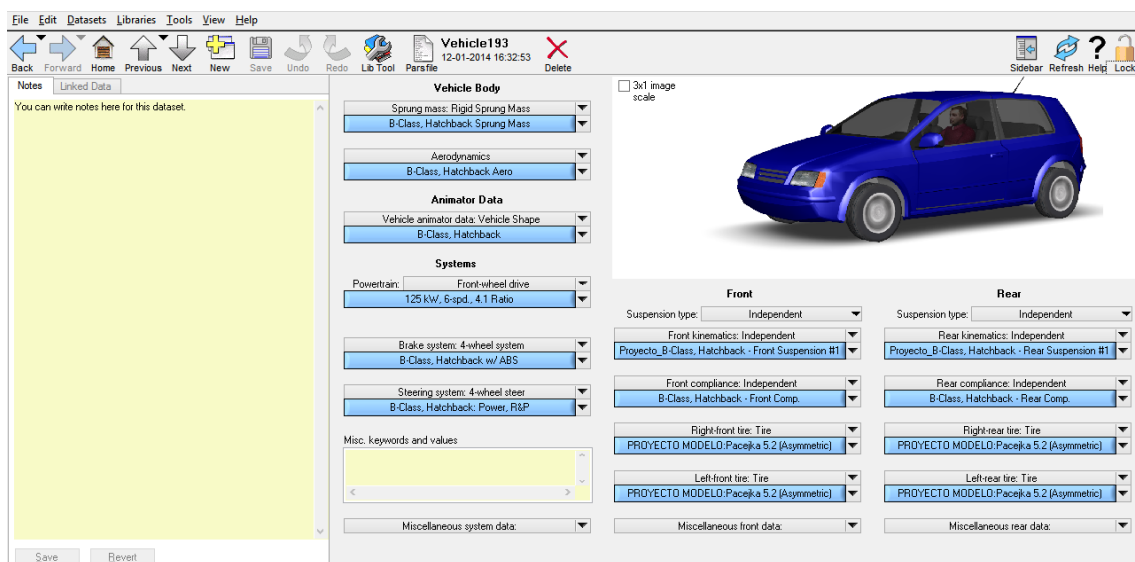


Figura 19: características del vehículo en *CarSim*

SÍMBOLO	DESCRIPCIÓN	VALOR
m	Masa total	1151 Kg.
m_s	Masa suspendida	1111 Kg.
a	Distancia desde el CG al eje delantero	1.04 m.
b	Distancia desde el centro de gravedad al eje trasero	1.56 m.
T_f	Batalla del eje frontal	1.481 m.
T_r	Batalla del eje trasero	1.486 m.
h_{cg}	Altura del centro de gravedad	0.54 m.
I_{xx}	Momento de inercia del vehículo al balanceo	288 Kgm ² .
I_{zz}	Momento de inercia del vehículo a la guiñada	2031.4 Kgm ² .
I_{xz}	Producto de inercia	0 Kgm ² .
γ	Ángulo de caída	0 rad.

Tabla 3: Datos de CarSim

4.2. Fórmula Mágica

Para seleccionar el modelo de neumático se ha de entrar en el menú desplegable de las ruedas. Se creará un nuevo modelo partiendo de uno ya existente en CarSim (*Pacejka 5.2 Asymmetric*, ver en Figura 20). Desde el momento en que se ha creado, debe aparecer en el menú desplegable correspondiente a cada rueda, donde será seleccionado. Dentro del modelo de neumáticos elegido para el proyecto, hay que crear uno nuevo para neumático utilizado en este proyecto, **175/65 R14** (Figura 21), donde se incluirán los datos obtenidos de los ensayos del neumático para poder evaluar este neumático con el método Pacejka, estos datos aparecen en la Tabla 4 Tabla 5, Tabla 6 y Tabla 7.

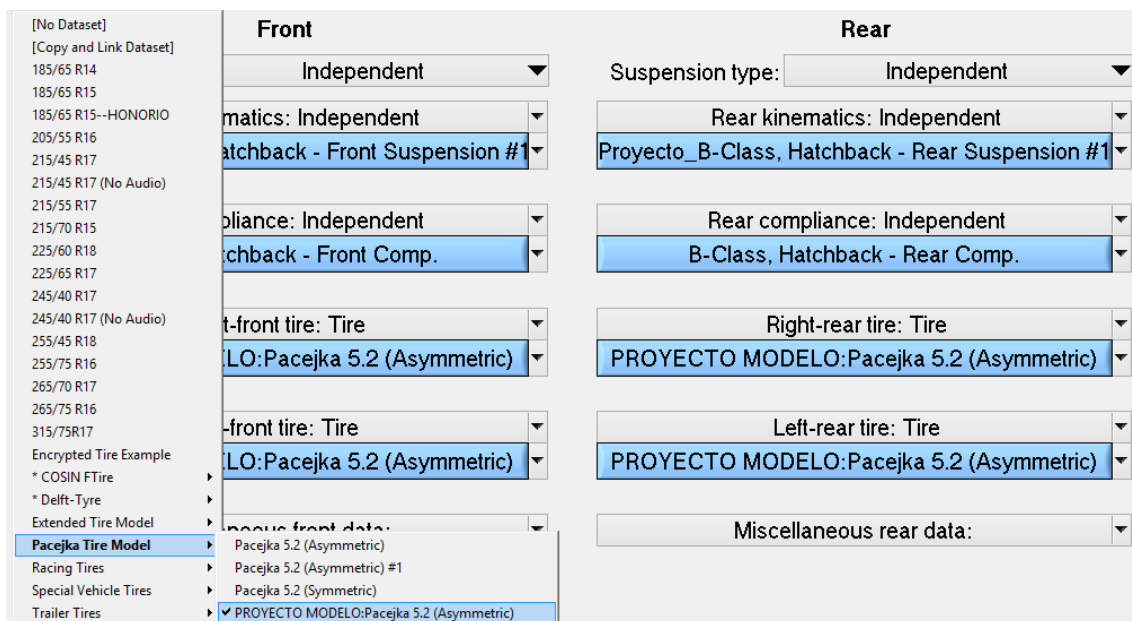


Figura 20: Elección del modelo de neumático en CarSim

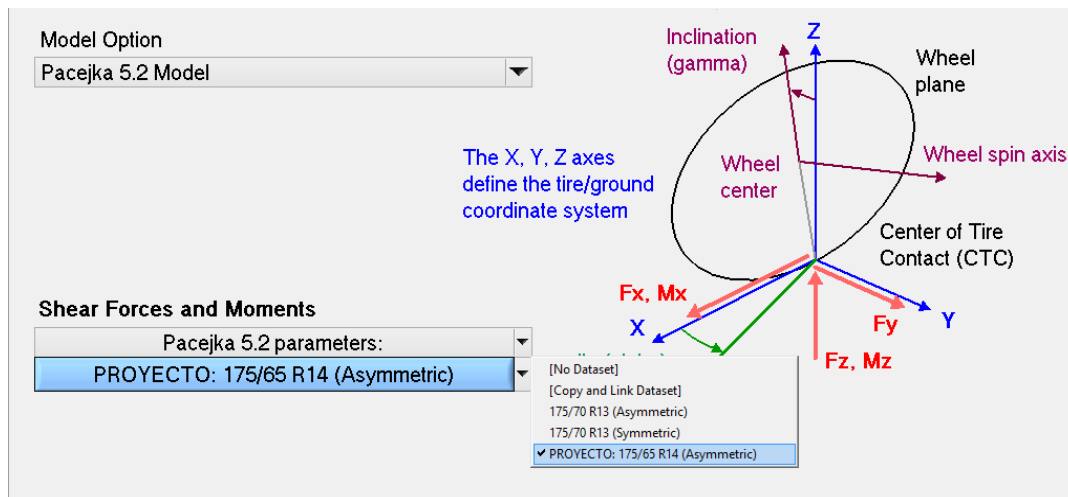


Figura 21: Elección del neumático en CarSim

El radio y el momento de inercia del neumático incluido en CarSim aparecen en la Tabla 4.

SÍMBOLO	DESCRIPCIÓN	VALOR
Rw	Radio del neumático	0.297 m
Iw	Momento de inercia de la rueda	0.4 Kg·m ²

Tabla 4: Datos del neumático

Los parámetros característicos de los neumáticos, necesarios para desarrollar el modelo de neumáticos de la *Fórmula Mágica*, para el diseño del modelo de 8 grados son los correspondientes a la Tabla 5, Tabla 6 y Tabla 7. Éstos fueron incorporados, junto con los datos de la Tabla 4, en los huecos correspondientes de la Figura 22.

COEFICIENTE	DEFINICIÓN
$LFZO = 1$	Factor de escalado de la carga nominal
$LCX = 1$	Factor de escalado de la forma de F_x
$LEX = 1$	Factor de escalado de la curvatura de F_x
$LKX = 1$	Factor de escalado de la rigidez del deslizamiento de F_x
$LHX = 1$	Factor de escalado del desplazamiento horizontal de F_x
$LVX = 1$	Factor de escalado del desplazamiento vertical de F_x
$LMUX = 1$	Factor de escalado del coeficiente de pico de fricción de F_x
$LCY = 1$	Factor de escalado de la forma de F_y
$LMUY = 1$	Factor de escalado del coeficiente de pico de fricción de F_y
$LEY = 1$	Factor de escalado de la curvatura de F_y
$LKY = 1$	Factor de escalado de la rigidez lateral de F_y
$LHY = 1$	Factor de escalado del desplazamiento horizontal de F_y
$LVY = 1$	Factor de escalado del desplazamiento vertical de F_y

Tabla 5: Coeficientes de escalado

COEFICIENTE	DEFINICIÓN
$PCX1 = 1.5863$	Factor de forma de C_{fy} para fuerzas laterales
$PDX1 = 1.1626$	Fricción lateral de M_{uy}
$PDX2 = -0.12395$	Variación de la fricción de M_{uy} con la carga
$PDX3 = 0$	Variación de la fricción de M_{uy} con el cuadrado del ángulo de caída
$PEX1 = 0.14285$	Curvatura lateral de E_{fy} en F_{Znom}
$PEX2 = -0.3781$	Variación de la curvatura de E_{fy} con la carga
$PEX3 = 0$	dependencia del orden cero en el ángulo de caída en la curvatura de E_{fy}
$PEX4 = 0$	Variación de la curvatura de E_{fy} con el ángulo de caída
$PKX1 = 19.283$	Valor máximo de la rigidez K_{fy}/F_{Znom}
$PKX2 = -1.221$	Carga a la K_{fy} alcanza el valor máximo
$PKX3 = -0.03277$	Variación de K_{fy}/F_{Znom} con el ángulo de caída
$PHX1 = -0.003631$	Desplazamiento horizontal de S_{Hy} en F_{Znom}
$PHX2 = 0.0017053$	Variación del desplazamiento de S_{Hy} con la carga
$PVX1 = 0$	Variación del desplazamiento de S_{Vy}/F_Z en F_{Znom}
$PVX2 = 0$	Variación del desplazamiento de S_{Vy}/F_Z con la carga

Tabla 6: Coeficientes longitudinales

COEFICIENTE	DEFINICIÓN
$PCY1 = 1.3536$	Factor de forma de C_{fy} para fuerzas laterales
$PDY1 = 0.9558$	Fricción lateral de M_{uy}
$PDY2 = -0.1516$	Variación de la fricción de M_{uy} con la carga
$PDY3 = 0$	Variación de la fricción de M_{uy} con el cuadrado del ángulo de caída
$PEY1 = -0.28$	Curvatura lateral de E_{fy} en F_{Znom}
$PEY2 = -0.3744$	Variación de la curvatura de E_{fy} con la carga
$PEY3 = -0.012373$	dependencia del orden cero en el ángulo de caída en la curvatura de E_{fy}
$PEY4 = -18.04$	Variación de la curvatura de E_{fy} con el ángulo de caída
$PKY1 = -16.303$	Valor máximo de la rigidez K_{fy}/F_{Znom}
$PKY2 = 2.0354$	Carga a la K_{fy} alcanza el valor máximo
$PKY3 = 0.34695$	Variación de K_{fy}/F_{Znom} con el ángulo de caída
$PKY4 = 1.8625$	Curvatura de la rigidez de K_{fy}
$PKY5 = 0$	Variación del pico de la rigidez con el ángulo de caída al cuadrado
$PHY1 = -0.003581$	Desplazamiento horizontal de S_{Hy} en F_{Znom}
$PHY2 = -0.0012624$	Variación del desplazamiento de S_{Hy} con la carga
$PVY1 = 0.004169$	Variación del desplazamiento de S_{Vy}/F_Z en F_{Znom}
$PVY2 = 0.004697$	Variación del desplazamiento de S_{Vy}/F_Z con la carga
$PVY3 = -0.4374$	Variación del desplazamiento de S_{Vy}/F_Z con el ángulo de caída
$PVY4 = 0.22274$	Variación del desplazamiento de S_{Vy}/F_Z con el ángulo de caída

al cuadrado

Tabla 7: Coeficientes laterales

Scaling		Scaling (cont'd)		FX (cont'd)		FY (cont'd)		MZ Parameters		MZ (cont'd)	
LFZ0	1	LMX	1	RHX1	0.0008374	RBV2	6.811	QBZ1	8.784	SSZ1	0.03942
LCX	1	LVMX	1	PTX1	1.95	RBV3	-0.04821	QBZ2	-2.926	SSZ2	0.011918
LMUX	1	LMY	1	PTX2	0.0003	RCY1	1.0678	QBZ3	0	SSZ3	0.5617
LEX	1			PTX3	-0.3	REY1	-0.007146	QBZ4	0.3954	SSZ4	0.2259
LKX	1					REY2	0.2563	QBZ5	-0.037545		
LHX	1					RHY1	0.015187	QBZ9	4.605		
LVX	1					RHY2	0.014755	QBZ10	0		
LGAX	1					RVY1	0.11212	QCZ1	1.1578		
LCY	1					RVY2	-0.02814	QDZ1	0.09741		
LMUY	1					RVY3	0.6546	QDZ2	-0.01697		
LEY	1					RVY4	43.67	QDZ3	-0.2682		
LHY	1					RVY5	1.8	QDZ4	0		
LKY	1					RVY6	6.906	QDZ6	-0.0018003		
LVY	1					PTY1	1.85	QDZ7	0.006439		
LGAY	1					PTY2	1.80	QDZ8	-0.09601		
LTR	1							QDZ9	0.040195		
LRES	1							QEZ1	-1.5182		
LGAZ	1							QEZ2	-2.4054		
LXAL	1							QEZ3	0		
LYKA	1							QEZ4	0.013538		
LVYKA	1							QEZ5	-3.413		
LS	1							QH21	-0.003054		
LSGKP	1							QH22	-0.0001511		
LSGAL	1							QH23	0.12783		
LYGR	1							QH24	0.151602		

Figura 22: Parámetros para el ensayo del neumático 175/65R14 con el modelo de Pacejka

4.3. Entradas y salidas

Tanto las entradas que aporta el programa de *Simulink* a *CarSim* como las salidas que aporta *CarSim* a *Simulink* son la forma que tienen los dos programas de interactuar entre sí.

Las entradas de *CarSim* son las condiciones que *Simulink* impone a *CarSim*, para este proyecto únicamente se utilizará como entrada la velocidad longitudinal del vehículo, que será constante en todo momento durante la maniobra a realizar.

Hay que diferenciar dos tipos de salidas: las que se utilizan para tener información de qué está haciendo el vehículo en cada instante, que se denominarán variables de estado y se pueden ver en la Tabla 8, y las que se utilizan para comprobar los resultados obtenidos por el programa de *Simulink*, que se llamarán variables de resultado y se encuentran en la Tabla 9.

VARIABLE	SÍMBOLO	UNIDADES
Giro del volante	δ	deg
Par del neumático	$T_{dfl}, T_{dfr}, T_{drl}, T_{drr}$	Nm
Par de frenada	$T_{bfl}, T_{bfr}, T_{brl}, T_{brr}$	Nm

Tabla 8: Salidas de situación de *CarSim*

VARIABLE	SÍMBOLO	UNIDADES
Ángulo de guiñada	r	grados
Velocidad Lateral	V	Km/h
Velocidad longitudinal	U	Km/h
Ángulo de balanceo	ϕ	deg
Deslizamiento longitudinal	$\alpha_{fl}, \alpha_{fr}, \alpha_{rl}, \alpha_{rr}$	deg
Deslizamiento lateral	$K_{fl}, K_{fr}, K_{rl}, K_{rr}$	-
Velocidades angulares	$\omega_{fl}, \omega_{fr}, \omega_{rl}, \omega_{rr}$	rpm
Fuerzas longitudinales	$F_{xfl}, F_{xfr}, F_{xrl}, F_{xrr}$	N
Fuerzas laterales	$F_{yfl}, F_{yfr}, F_{yrl}, F_{yrr}$	N

Tabla 9: Salidas de resultados de CarSim

Las unidades que aparecen en la Tabla 9 son las que proporciona el programa *CarSim* como salida. Hay que tener las unidades en cuenta a la hora de introducirlas en *Simulink*, donde se deberán realizar los cambios de unidades oportunos, puesto que se he diseñado el programa para que funcione en unidades del Sistema Internacional.

5. Simulink

Simulink es una herramienta dentro del entorno de *Matlab* que permite modelar y simular modelos de sistemas físicos y sistemas de control mediante diagramas de bloques. Puede simular sistemas lineales y no lineales, modelos en tiempo continuo y tiempo discreto y sistemas híbridos de todos los anteriores. Los modelos a simular se construyen clicando y arrastrando los diferentes bloques que lo constituyen. El comportamiento de dichos sistemas se define mediante funciones de transferencia, operaciones matemáticas, elementos de *Matlab* y señales predefinidas de todo tipo. A su vez, se integra con *Matlab*, lo que permite incorporar algoritmos de *Matlab* en los modelos y exportar los resultados de la simulación de *Matlab* para llevar a cabo más análisis, aunque *Simulink* dispone de una serie de utilidades que facilitan la visualización, análisis y guardado de los resultados de simulación.

Una vez obtenidos los datos de *CarSim* y habiendo: caracterizado el programa para el propósito de este proyecto, seleccionado tanto las entradas como las salidas, incorporado el método de la *Fórmula Mágica* para los neumáticos y seleccionado los datos necesarios del vehículo utilizado para los ensayos, se procede a la construcción del diseño en *Simulink*.

5.1. Parámetros del sistema

Todo el modelo de ocho grados de libertad, junto con el modelo de neumáticos, se encuentra dentro de un bloque *system*, en el que se definieron los parámetros del diseño, utilizando la opción *mask parameter*. Estos parámetros se encuentran en la Tabla 10.

Símbolo	Descripción	Valor
m	masa total	1151 Kg.
m_s	masa suspendida	1111 Kg.
a	Distancia desde el CG al eje delantero	1.04 m.
b	distancia desde el centro de gravedad al eje trasero	1.56 m.
e	distancia desde el eje de balanceo al centro de gravedad	0.45* m
T_f	Anchura del eje frontal	1.481 m.
T_r	Anchura del eje trasero	1.486 m.
h_{cg}	Altura del centro de gravedad	0.54 m.
R_w	radio del neumático	0.297 m.
g	gravedad	9.81 m/s ²
I_{xx}	Momento de inercia del vehículo al balanceo	288 Kg·m ²
I_{zz}	Momento de inercia del vehículo a la guiñada	2031.4 Kg·m ²
I_{xz}	Producto de inercia	0 Kg·m ²

I_w	Momento de inercia del neumático	0.4 Kgm^2
γ	ángulo de caída	0 rad
KR_f	Factor de corrección del ángulo de giro de volante en el eje delantero	0
KR_r	Factor de corrección del ángulo de giro de volante en el eje trasero	0
K_R	Factor relación de la carga o dureza de la suspensión que tiene el eje delantero comparado con el eje trasero	0.5^*
K_ϕ	amortiguación torsional en el eje de balanceo	30707.05 Nms
C_ϕ	rigidez torsional en el eje de balanceo	3579.56 Nm

Tabla 10: Parámetros del sistema en Simulink

Entre los apartados 5.1.1 y 5.1.4 se detallan los datos que tuvieron que ser calculados o estimados.

5.1.1. Factores de corrección del ángulo de las ruedas

Los factores de corrección del ángulo de las ruedas son la relación entre el giro de volante y el giro correspondiente de la rueda, en este programa son nulos porque este giro se corrige en la entrada de datos de *CarSim*, con lo que al bloque system ya llegan corregidos.

5.1.2. Rigidez torsional en el eje de balanceo

La rigidez torsional en el eje de balanceo se calcula utilizando la ecuación (5.1).

$$K_\phi = \frac{1}{2} K_s s^2 \quad (5.1)$$

Para:

- K_s es la rigidez vertical del resorte que se obtiene de *CarSim* ($K_s = 28 \text{ N/mm}$)
- s es la longitud de la barra, aproximadamente igual al ancho del eje delantero ($K_\phi = 30707.55 \text{ Nm}$).

5.1.3. Coeficiente de amortiguación torsional en el eje de balanceo

El coeficiente de amortiguación torsional en el eje de balanceo se calcula utilizando la ecuación (5.2).

$$C_\phi = \frac{1}{2} C_s s^2 \quad (5.2)$$

Siendo C_s la pendiente de la de la regresión lineal de la gráfica obtenida por los puntos de la Tabla 11.

Velocidad de compresión [mm/s]	Fuerza de compresión [N]
-1410	-5008
-720	-3436
-390	-2324
-210	-1792
-90	-1008
-20	-228
20	228
90	596
200	784
390	1100
760	1796
1160	2560

Tabla 11: Obtención de la rigidez torsional

La ecuación de la recta queda:

$$y = 3264x - 201.1 \quad (5.3)$$

Con lo que $C_s = 3264 \text{ Ns/m}$ si introducimos este dato en la ecuación (5.2) nos queda $C_\phi = 3579.565 \text{ Nms}$.

5.1.4. Factores que tuvieron que ser estimados

Tanto el valor de K_R como el de e tuvieron que ser estimados ya que *CarSim* no aporta el valor de estos parámetros.

5.1.4.1. Factor de relación de la carga o dureza de la suspensión (K_R)

El factor de relación de la carga o dureza de la suspensión que tiene el eje delantero comparado con el eje trasero (K_R), se tomó 0.5, lo que implica que la carga o dureza de la suspensión del eje delantero es similar a la del eje trasero, un valor muy común en los modelos de vehículos estudiados para realizar este proyecto

5.1.4.2. Distancia desde el eje de balanceo hasta el centro de gravedad (e)

Para el valor de la distancia desde el eje de balanceo hasta el centro de gravedad (e) se tomó inicialmente, para desarrollar el programa de *Simulink*, el valor más común de todos los modelos de vehículos estudiados para el desarrollo de este proyecto ($e = 0,5m$).

Una vez desarrollado el modelo se pudo poner a prueba este valor, para ello se fue modificando y analizando los resultados del ángulo de balanceo del vehículo, ecuación

(2.36), que es donde este valor es más representativo. La maniobra elegida para este proceso fue el Doble Cambio de Línea a 80Km/h (capítulo 6.1), que es de las menos exigentes probadas en este proyecto.

Para elegir el valor de e más adecuado, se probaron valores de $e=\{0.30, 0.35, 0.40, 0.45, 0.5\}$ y en las gráficas (Figura 23, Figura 24, Figura 25 y Figura 26 se analizó el error relativo máximo Tabla 12.

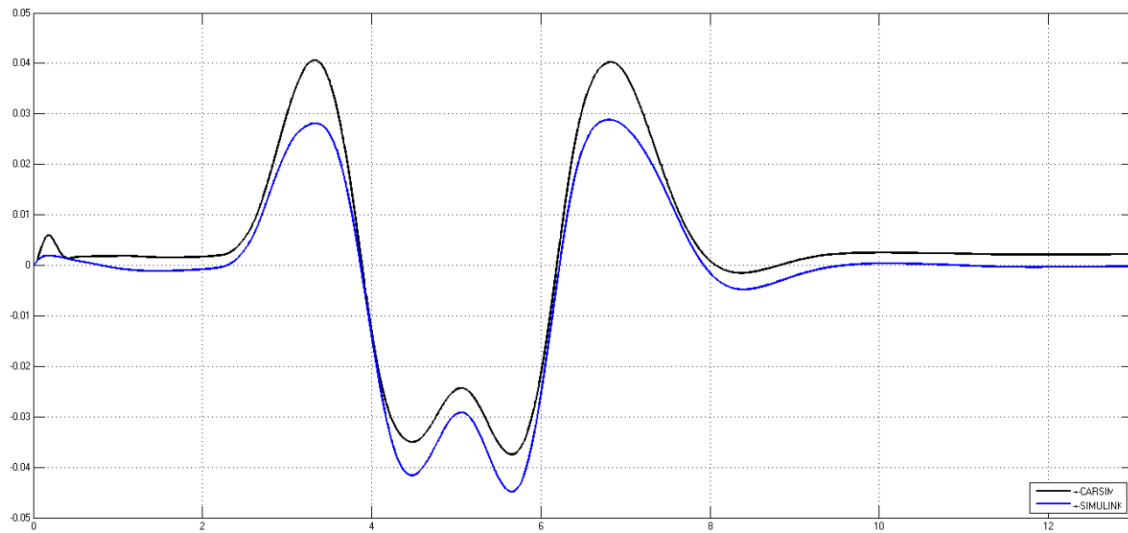


Figura 23: Ángulo de balanceo para $e=0.35m$.

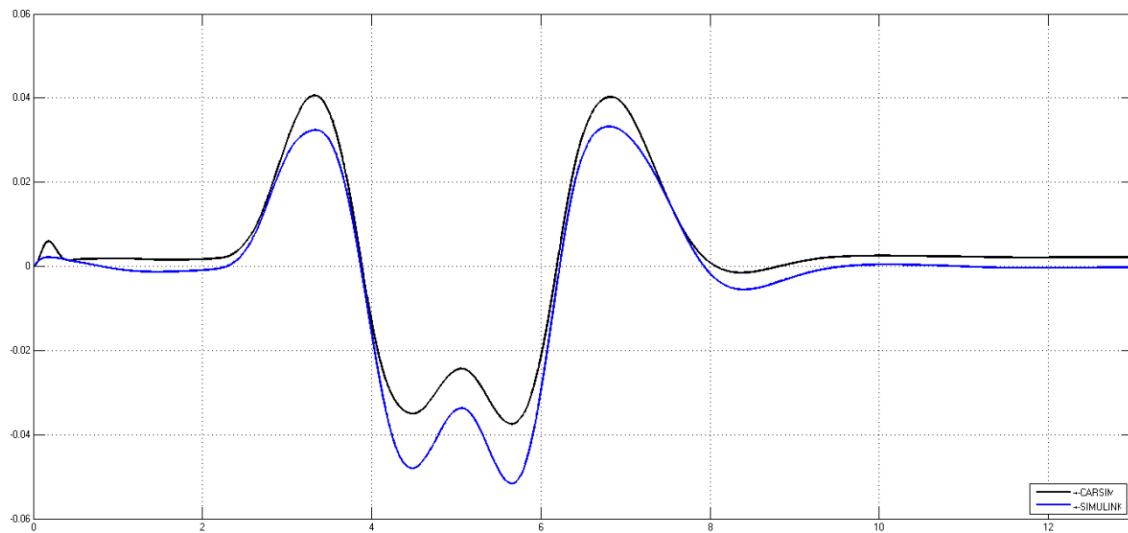


Figura 24: Ángulo de balanceo para $e=0.40m$.

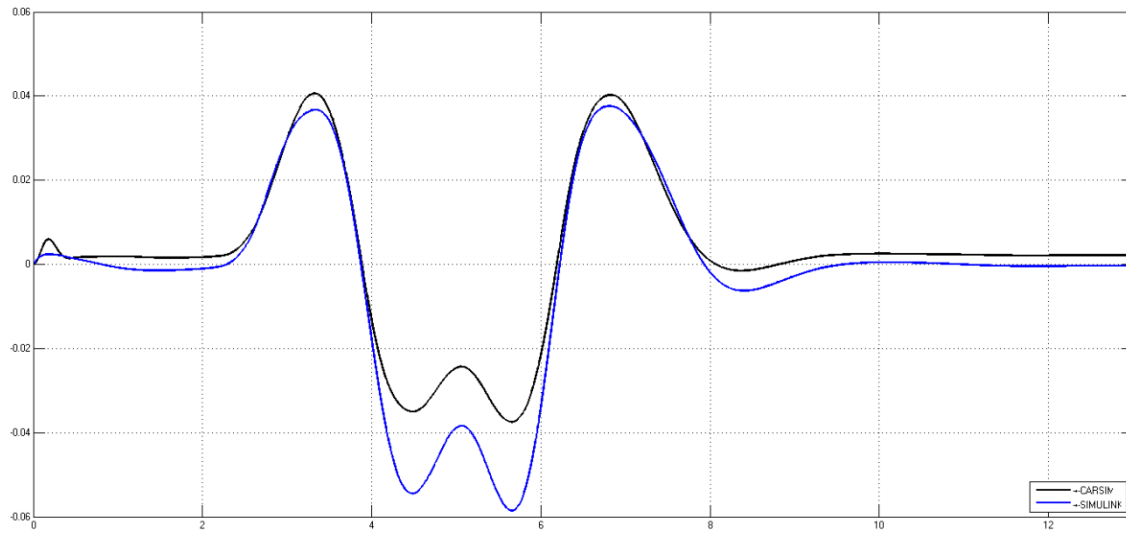


Figura 25: Ángulo de balanceo para $e=0.45m$.

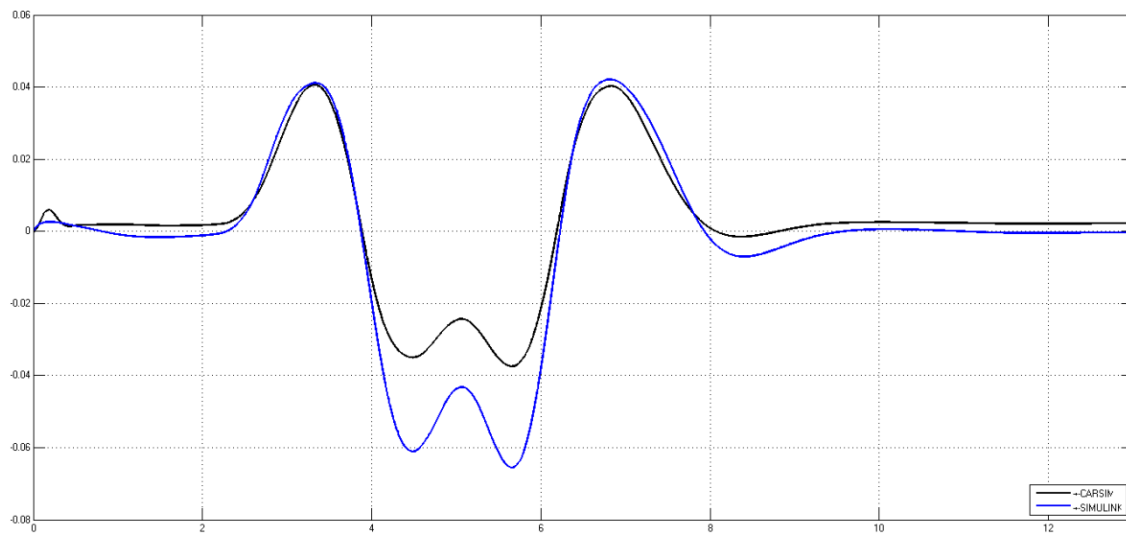


Figura 26: Ángulo de balanceo para $e=0.50m$.

e (m.)	Error relativo máximo (%)
0.35	49.42
0.40	47.25
0.45	34.35
0.50	113.60

Tabla 12: Error relativo máximo para cada valor de e.

Como se puede apreciar en la Tabla 12, el error relativo máximo es menor para el valor de $e=0.45$, por ello se tomará ese valor como bueno para el vehículo.

5.2. Entradas y salidas del sistema

Tanto para las entradas, como para las salidas, debido a modelo en *Simulink* se ha diseñado para unidades del Sistema Internacional y *CarSim* no lo tiene así, habrá que realizar el cambio de unidades pertinente antes de utilizar las entradas desde *CarSim* o antes de incorporar datos a *CarSim*.

Como salida de *Simulink*, y por tanto entrada de *CarSim*, se tendrá la velocidad longitudinal U que aparece a la izquierda de la imagen del coche (esta imagen simula el lugar donde se sitúa el programa *CarSim* en el diseño de *Simulink*) en la Figura 27.

Como entrada de *Simulink* se distinguirán las destinadas al modelo de *Simulink* (aparecen conectadas al bloque system en la Figura 27) y las destinadas a la comprobación de resultados (no están conectadas en la Figura 27). Las unidades que aparecen en la Tabla 13 y Tabla 14 son las que se utilizarán en *Simulink* y estarán en el Sistema Internacional y habrá que realizar el cambio de unidades correspondientes para evitar utilizar datos en *Simulink* con unidades fuera del Sistema Internacional.

Variable	Símbolo	unidades
Giro del volante	δ	rad
Par del neumático	$T_{dfl}, T_{dfr}, T_{drl}, T_{drr}$	Nm
Par de frenada	$T_{bfl}, T_{bfr}, T_{brl}, T_{brr}$	Nm

Tabla 13: Variables de entrada al modelo

Variable	Símbolo	unidades
Ángulo de guiñada	r	rad
Velocidad Lateral	V	m/s
Velocidad longitudinal	U	m/s
Ángulo de balanceo	ϕ	rad
Deslizamiento longitudinal	$\alpha_{fl}, \alpha_{fr}, \alpha_{rl}, \alpha_{rr}$	rad
Deslizamiento lateral	$K_{fl}, K_{fr}, K_{rl}, K_{rr}$	-
Velocidades angulares	$\omega_{fl}, \omega_{fr}, \omega_{rl}, \omega_{rr}$	rad/s
Fuerzas longitudinales	$F_{xfl}, F_{xfr}, F_{xrl}, F_{xrr}$	N
Fuerzas laterales	$F_{yfl}, F_{yfr}, F_{yrl}, F_{yrr}$	N

Tabla 14: Variables de comprobación de resultados



SIMBOLO	DESCRIPCIÓN	TIPO	UNIDADES
m	Masa total del vehículo	constante	$[Kg]$
m_s	Masa suspendida	constante	$[Kg]$
g	Aceleración de la gravedad	constante	$[m/s^2]$
h_{cg}	Altura del centro de gravedad del vehículo	constante	$[m]$
a	Distancia desde el centro de gravedad al eje delantero	constante	$[m]$
b	Distancia desde el centro de gravedad al eje trasero	constante	$[m]$
e	Distancia desde el eje de balanceo al centro de gravedad	constante	$[m]$
T_f	Anchura del eje delantero	constante	$[m]$
T_r	Anchura del eje trasero	constante	$[m]$
K_R	Factor relación de la carga o dureza de la suspensión que tiene el eje delantero comparado con el eje trasero	constante	-
r	Velocidad de guiñada del vehículo	variable	$[rad/s]$
ϕ	Ángulo de balanceo	variable	$[rad]$
V	Velocidad lateral del vehículo	variable	$[m/s]$
\dot{V}	Derivada de la velocidad lateral del vehículo	variable	$[Kg m^2]$
U	Velocidad longitudinal del vehículo	variable	$[m/s]$
\dot{U}	Derivada de la velocidad longitudinal del vehículo	variable	$[Kg m^2]$

Tabla 15: Entradas del bloque de la fuerza vertical

Hay que destacar que fue necesario corregir la salida del bloque debido a que al iniciar el programa salía como resultado cero para tiempo 0,0. Hay que tener en cuenta que, aunque la fuerza vertical nunca debería ser cero, ya que como poco tendrá el peso del vehículo, esto es un programa informático y al iniciarse coloca las variables como cero. Este resultado entraba en las funciones de *Matlab*, donde se incluye el modelo de neumáticos, y provocaba una indeterminación en el momento de obtener el diferencial de la fuerza de la ecuación (3.4).

Para la resolución de este problema se plantearon dos soluciones:

- Corregir la función de *Matlab* que contiene el modelo de la *Fórmula Mágica*.
- Corregir la salida del bloque.

Se optó por la segunda solución porque la función que contiene el modelo de neumáticos funciona correctamente, salvo por esta excepción, pero es una excepción que no debería aparecer. Debido a esto se optó por corregir la salida del bloque, ver Figura 28, con un bloque "SWITCH". Su función es comparar la entrada con un valor prefijado (cero para este caso), y en caso de que se cumpla la condición (entrada al bloque igual a cero), devuelve el valor que se coloca en la tercera entrada del bloque, una constante igual a 0.1, valor que se eligió por su proximidad a 0.

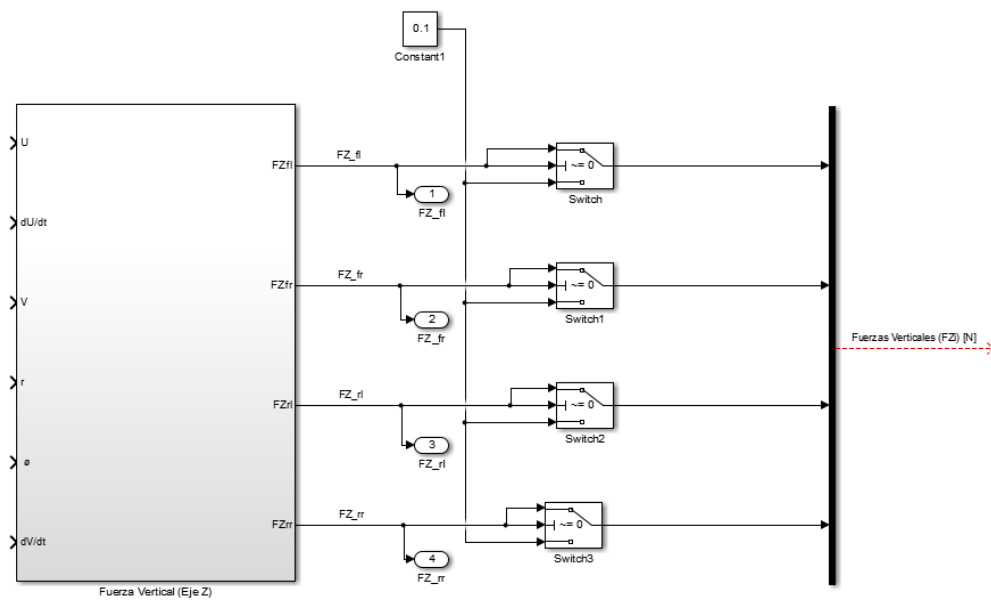


Figura 28: Corrección de la salida del bloque de la fuerza vertical

5.3.2. Fórmula mágica

El proceso de Fórmula Mágica se divide, como se puede ver en la Figura 29, en tres bloques:

- Fuerzas longitudinales (F_l).
- Fuerzas laterales (F_s).
- Combinación de las fuerzas.

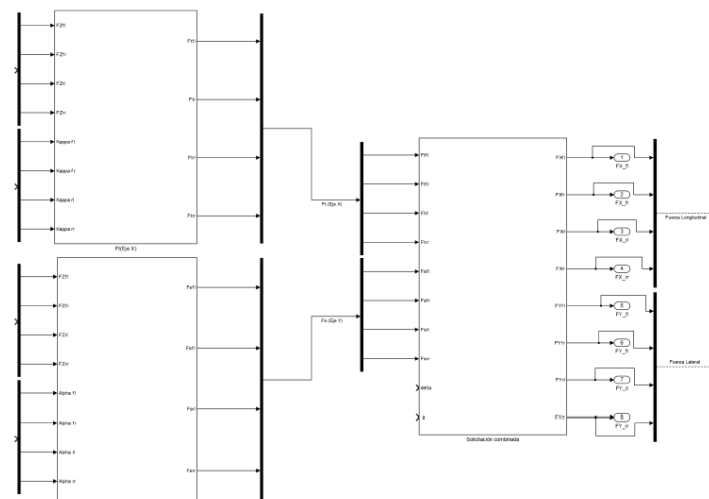


Figura 29: Esquema de la Fórmula Mágica

Los dos primeros bloques son semejantes, cambian la entrada de deslizamiento, longitudinal (para la fuerza longitudinal) por el lateral (para la fuerza lateral), y la función incluida dentro del bloque "Fcn", en el que se puede introducir una función de *Matlab*.

5.3.2.1. Fuerzas tractora (F_t)

Las entradas para la fuerza tractora son las de la Tabla 16.

SIMBOLO	DESCRIPCIÓN	TIPO	UNIDADES
γ	Ángulo de inclinación de las ruedas	constante	$[rad]$
F_{zi}	Fuerza vertical para cada ruedas (i=fl, fr, rl, rr)	variable	$[N]$
κ_i	Deslizamiento longitudinal para cada rueda (i=fl, fr, rl, rr)	variable	-

Tabla 16: Entradas para el bloque de la fuerza tractora (F_t)

El esquema del bloque es el que se puede ver en la Figura 30, en el que en la parte central se encuentra el bloque Fcn.

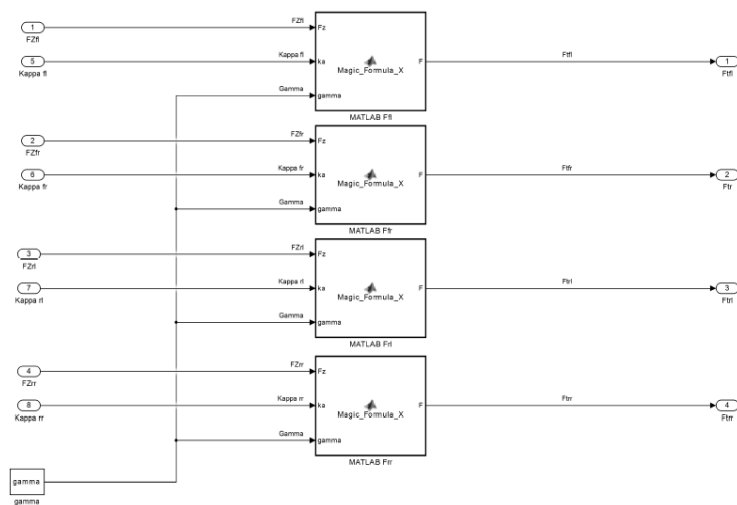


Figura 30: Bloque de la fuerza tractora (eje X)

5.3.2.2. Fuerzas lateral (F_s)

Las entradas para la fuerza lateral son las de la Tabla 17 y el esquema del bloque se puede ver en la Figura 31.

SIMBOLO	DESCRIPCIÓN	TIPO	UNIDADES
γ	Ángulo de inclinación de las ruedas	constante	$[rad]$
F_{zi}	Fuerza vertical para cada ruedas (i=fl, fr, rl, rr)	variable	$[N]$
α_i	Deslizamiento longitudinal para cada rueda (i=fl, fr, rl, rr)	variable	-

Tabla 17: Entradas para el bloque de la fuerza lateral

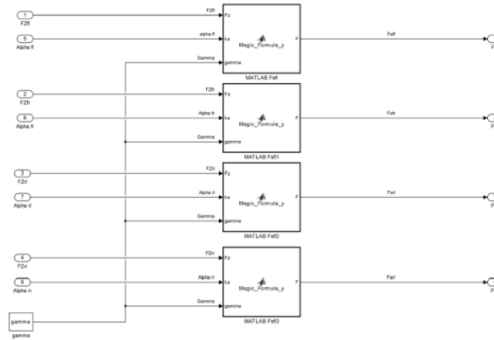


Figura 31: Bloque de la fuerza lateral (eje Y)

5.3.2.3. Combinación de las fuerzas

En este bloque es donde se aplica la solicitación combinada de ambas fuerzas para obtener la fuerza longitudinal y fuerza lateral según las ecuaciones (2.26) y (2.27). El diseño se encuentra en el anexo D2 y las entradas se pueden ver en la Tabla 18.

SIMBOLO	DESCRIPCIÓN	TIPO	UNIDADES
KR_f	Factor de corrección del ángulo de giro de volante en el eje delantero	constante	-
KR_r	Factor de corrección del ángulo de giro de volante en el eje trasero	constante	-
F_{ti}	Fuerzas tractoras del neumático (i=fl, fr, rl, rr)	variable	$[N]$
F_{si}	Fuerzas laterales del neumático (i=fl, fr, rl, rr)	variable	$[N]$
δ	Giro de los neumáticos	variable	$[rad]$
ϕ	Ángulo de balanceo	variable	$[rad]$

Tabla 18: Entradas para el bloque de combinación de fuerzas

5.3.3. Deslizamiento lateral

El bloque de deslizamiento lateral se implementó a partir de las ecuaciones (2.43), (2.44), (2.45) y (2.46). El diseño se encuentra en el anexo D3. Cuenta como entradas ,constantes y variables, las que se pueden ver en la Tabla 19.

SIMBOLO	DESCRIPCIÓN	TIPO	UNIDADES
a	Distancia desde el centro de gravedad al eje delantero	constante	$[m]$
b	Distancia desde el centro de gravedad al eje trasero	constante	$[m]$
T_f	Anchura del eje delantero	constante	$[m]$
T_r	Anchura del eje trasero	constante	$[m]$
δ	Ángulo de giro de las ruedas	variable	$[rad]$
r	Velocidad de guiñada del vehículo	variable	$[rad/s]$
V	Velocidad lateral del vehículo	variable	$[m/s]$
U	Velocidad longitudinal del vehículo	variable	$[m/s]$

Tabla 19: Entradas del bloque de deslizamiento lateral

En este bloque hay que destacar que el giro de las ruedas traseras, como se puede ver en la ecuación (2.27), corresponde con el factor de corrección del giro de volante. Como este dato ya se incluyó a la salida del ángulo de giro de volante de *CarSim*, en este apartado se incluyó un cero como constante para tener este dato.

También hay que comentar que fue necesario insertar un corrector del denominador por si se daba el caso de que en el denominador hubiese un cero y por tanto tener una indeterminación que provocase un fallo en el programa. Para ello se recurrió a un bloque "SWITCH", ver Figura 32, que lo que hace es comparar la señal que entra al denominador de la división, si se diese el caso de que sale cero (condición impuesta) el bloque introduce en el denominador de la división una constante igual a 0.1, de este modo se corrige la posible indeterminación.

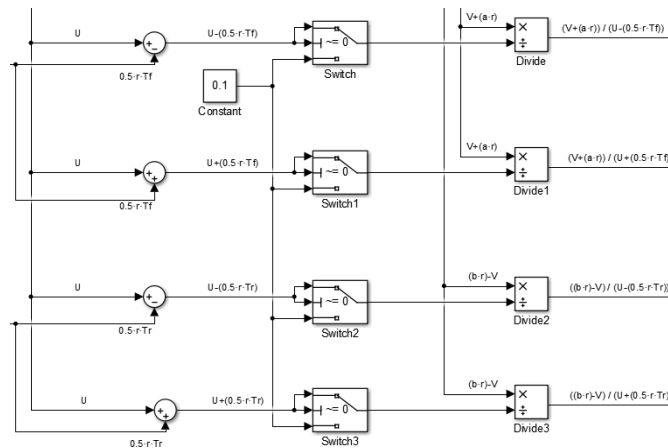


Figura 32: Corrección de la posible indeterminación

También fue necesario negar la salida del bloque ya que salía invertida. Esto es debido a que las fórmulas están preparadas para tener el giro hacia un sentido y en este proyecto sale hacia el sentido opuesto, por lo que hay que cambiar el signo. Esto se corrigió con un bloque "GAIN" que devuelve la entrada del bloque multiplicada por el factor colocado en el bloque, ver Figura 33.

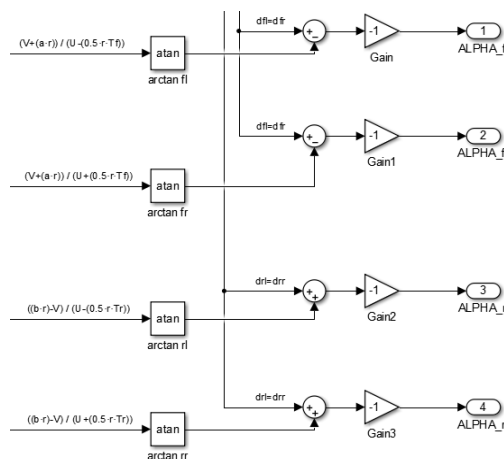


Figura 33: Corrección de la salida del bloque de deslizamiento lateral

5.3.4. Deslizamiento longitudinal

El bloque de deslizamiento longitudinal corresponde la con implementación de las ecuaciones (2.47), (2.48), (2.49), (2.50) y (2.51) y el diseño se encuentra en anexo D4. Las datos necesarios para el desarrollo de este bloque se encuentran en la Tabla 20.

SIMBOLO	DESCRIPCIÓN	TIPO	UNIDADES
KR_f	Factor de corrección del ángulo de giro de volante en el eje delantero	constante	-
KR_r	Factor de corrección del ángulo de giro de volante en el eje trasero	constante	-
a	Distancia desde el centro de gravedad al eje delantero	constante	$[m]$
b	Distancia desde el centro de gravedad al eje trasero	constante	$[m]$
T_f	Anchura del eje delantero	constante	$[m]$
T_r	Anchura del eje trasero	constante	$[m]$
R_w	Radio del neumático	constante	$[m]$
δ	Giro de los neumáticos	variable	$[rad]$
U	Velocidad longitudinal del vehículo	variable	$[m/s]$
V	Velocidad lateral del vehículo	variable	$[m/s]$
r	Velocidad de guiñada del vehículo	variable	$[rad/s]$
ω_i	Velocidad angular de las ruedas (i=fl, fr, rl, rr)	variable	$[rad/s]$

Tabla 20: Entradas del bloque de deslizamiento longitudinal

En este bloque hay que destacar que para implementar la relación condicional de la ecuación (2.47) fue necesario realizar una función en *Matlab* e insertarla dentro de un bloque "Fcn" e insertarlo para cada salida, como aparece en la Figura 34.

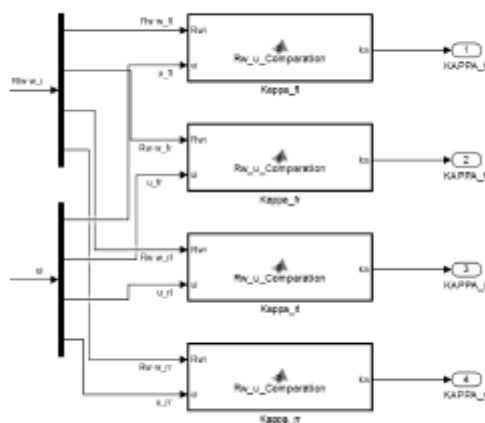


Figura 34: Función de *Matlab* para implementar la condición de la ecuación (2.47)

5.3.5. Movimiento longitudinal

El bloque de movimiento longitudinal, del que se obtiene la velocidad longitudinal (U), se diseñó a partir de la ecuación (2.33) y se encuentra en el anexo D5. Se utilizaron los datos de la Tabla 21.

SIMBOLO	DESCRIPCIÓN	TIPO	UNIDADES
m	Masa total del vehículo	constante	$[Kg]$
V	Velocidad lateral del vehículo	variable	$[m/s]$
r	Velocidad de guiñada del vehículo	variable	$[rad/s]$
F_{Xi}	Fuerza longitudinal de los neumáticos (i=fl, fr, rl, rr)	variable	$[N]$

Tabla 21: Entradas del bloque de velocidad longitudinal

En este bloque hay que insertar como condición inicial la velocidad que va a llevar el vehículo, para que la gráfica empiece a contar desde este valor y no desde el origen de coordenadas. Para ello, en los parámetros del bloque integrador (Figura 35), habrá que introducir el valor de la velocidad inicial en el apartado "initial condition".

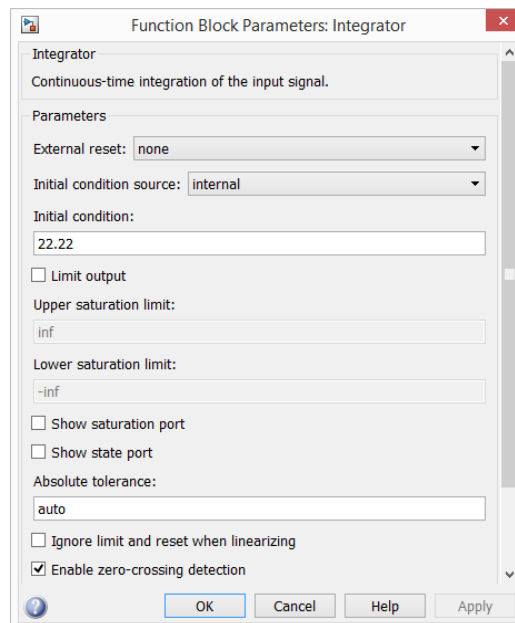


Figura 35: Parámetros del bloque integrador de la velocidad longitudinal

5.3.6. Movimiento lateral

Para el bloque del movimiento lateral, del que se obtiene la velocidad lateral (V), se partió a partir de la ecuación (2.34) y su diseño se encuentra en el anexo D6. Se utilizaron las entradas de la Tabla 22.

SÍMBOLO	DESCRIPCIÓN	TIPO	UNIDADES
m	Masa total del vehículo	constante	$[Kg]$
m_s	Masa suspendida	constante	$[Kg]$
e	Distancia desde el eje de balanceo al centro de gravedad	constante	$[m]$
U	Velocidad longitudinal del vehículo	variable	$[m/s]$
r	Velocidad de guiñada del vehículo	variable	$[rad/s]$
$\ddot{\phi}$	Segunda derivada del ángulo de balanceo	variable	$[rad/s^2]$
F_{Yi}	Fuerza lateral de los neumáticos (i=fl, fr, rl, rr)	variable	$[N]$

Tabla 22: Entradas del bloque de velocidad lateral

5.3.7. Velocidad angular

Para el bloque de la velocidad angular, del que se obtendrá la velocidad angular de cada uno de los neumáticos (ω_i), se desarrolló a partir de las ecuaciones (2.38), (2.39), (2.40), (2.41) (2.42) y su diseño se encuentra en el anexo D7. Para su desarrollo se utilizaron las entradas de la Tabla 23.

SÍMBOLO	DESCRIPCIÓN	TIPO	UNIDADES
R_w	Radio del neumático	constante	$[m]$
I_w	Momento de inercia del neumático	constante	$[Kgm^2]$
F_{Xi}	Fuerza longitudinal de los neumáticos (i=fl, fr, rl, rr)	variable	$[N]$
T_{di}	Par de cada neumático (i=fl, fr, rl, rr)	variable	$[Nm]$
T_{bi}	Par de frenada de cada neumático (i=fl, fr, rl, rr)	variable	$[Nm]$

Tabla 23: Entradas del bloque de velocidad angular

Para implementar la ecuación (2.42) se creó un bloque, ver Figura 36, de forma que le entrasen como datos tanto el par del neumático como el par de frenada para obtener su diferencia con el objetivo de simplificar el diseño, en su interior se desarrolló el diseño de la ecuación como se aprecia en la Figura 37.

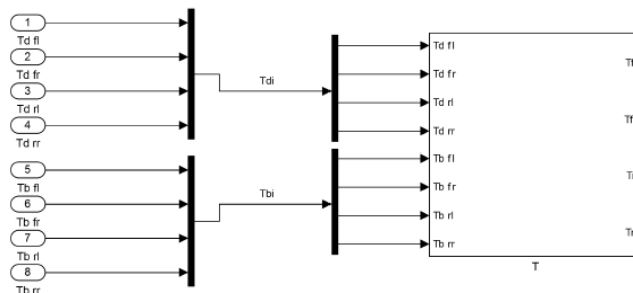


Figura 36: Bloque del Par

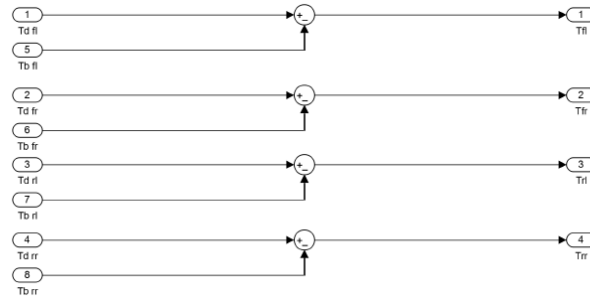


Figura 37: Interior del bloque del Par

De forma análoga al movimiento longitudinal, en este caso también es necesario establecer el valor inicial en cada uno de los bloques integradores correspondiendo con el valor de la velocidad angular de cada neumático.

5.3.8. Movimiento de balanceo

Para el bloque de balanceo, del que se obtiene el ángulo de balanceo (ϕ), se implementó la ecuación (2.36) y su diseño está en el anexo D8. Para su desarrollo se utilizaron las entradas de la Tabla 24.

SÍMBOLO	DESCRIPCIÓN	TIPO	UNIDADES
m_s	masa suspendida	constante	$[Kg]$
g	aceleración de la gravedad	constante	$[m/s^2]$
e	Distancia desde el eje de balanceo al centro de gravedad	constante	$[m]$
I_{xx}	Momento de inercia del vehículo al balanceo	constante	$[Kgm^2]$
I_{xz}	Producto de inercia	constante	$[Kgm^2]$
K_ϕ	Rigidez torsional en el eje de balanceo	constante	$[Nms]$
C_ϕ	Coeficiente de amortiguación torsional en el eje de balanceo	constante	$[Nm]$
U	Velocidad longitudinal del vehículo	variable	$[m/s]$
r	Velocidad de guiñada del vehículo	variable	$[rad/s]$
\dot{r}	Derivada de la velocidad de guiñada del vehículo	variable	$[rad/s^2]$
\dot{V}	Derivada de la velocidad lateral del vehículo	variable	$[m/s^2]$

Tabla 24: Entradas del bloque de balanceo

5.3.9. Movimiento de guiñada

Para el bloque de la guiñada, del que se obtiene el ángulo de guiñada (r), se partió de la ecuación (2.35) y su diseño se encuentra en el anexo D9. Para su desarrollo se utilizaron las entradas de la Tabla 25.

SIMBOLO	DESCRIPCIÓN	TIPO	UNIDADES
a	Distancia desde el centro de gravedad al eje delantero	constante	$[m]$
b	Distancia desde el centro de gravedad al eje trasero	constante	$[m]$
T_f	Anchura del eje delantero	constante	$[m]$
T_r	Anchura del eje trasero	constante	$[m]$
I_{xx}	Momento de inercia del vehículo al balanceo	constante	$[Kgm^2]$
I_{zz}	Momento de inercia del vehículo a la guiñada	constante	$[Kgm^2]$
$\ddot{\phi}$	Segunda derivada del ángulo de balanceo	variable	$[rad/s^2]$
F_{Yi}	Fuerza lateral de los neumáticos (i=fl, fr, rl, rr)	variable	$[N]$
F_{Xi}	Fuerza longitudinal de los neumáticos (i=fl, fr, rl, rr)	variable	$[N]$

Tabla 25: Entradas del bloque de guiñada

6.Resultados

En este capítulo se comparan los resultados del modelo de vehículo de ocho grados de libertad, desarrollado en *Simulink*, con el programa *CarSim*. Este programa, como se ha descrito en el capítulo 4, simula el comportamiento dinámico del vehículo en diferentes maniobras. Puesto que los grados de libertad del vehículo en *CarSim* son 15 GDL, se espera que el comportamiento dinámico del vehículo simulado con *Simulink* varíe dependiendo del caso de estudio.

6.1. Casos de estudio

En cada caso de estudio se explican las condiciones de la prueba. Se exponen los resultados obtenidos por el modelo de ocho grados de libertad en gráficas en las que aparecen también los resultados de *CarSim* con el fin de compararlos, siendo estos últimos los datos que tomamos como referencia o patrón de resultados.

Las pruebas constan de una serie de maniobras a distintas velocidades, descritas en la Tabla 26, con las que se comprobará el grado de correlación de los resultados de los dos modelos. En todos los casos se considera la pista seca, con coeficiente de rozamiento 1, y el tiempo de maniobra de 13 segundos para asegurar la finalización de la maniobra.

Las maniobras analizadas son las estándares: un doble cambio de línea o DLC (Double Line Change), una curva de *152 m* de radio o TC (understeer Test on Circle), un movimiento de barrido o SSS (Sine Sweep Steer) y una maniobra de movimiento de onda seno o SWS (Sine Wave Steer).

CASO	MANIOBRA	VELOCIDAD
1	Doble cambio de línea	<i>80 Km/h</i>
2	Doble cambio de línea	<i>120 Km/h</i>
3	Círculo de 152m de radio	<i>80 Km/h</i>
4	Círculo de 152m de radio	<i>100 Km/h</i>
5	Sine Sweep Steer Input	<i>80 Km/h</i>
6	Sine Sweep Steer Input	<i>120 Km/h</i>
7	Sine Wave Steer	<i>80 Km/h</i>
8	Sine Wave Steer	<i>120 Km/h</i>

Tabla 26: Casos de estudio

Como se puede ver en la Tabla 26, en la curva de *152 m* de radio se ha cambiado la velocidad de *120 Km/h* por la de *100 Km/h*, debido a que el coche desliza a la velocidad más alta, como se explica en el capítulo 6.3.1.

En todos los casos se exponen como resultados: las gráficas de las fuerzas verticales (F_{zi}), longitudinales (F_{xi}) y laterales (F_{yi}), la velocidad longitudinal (U) y lateral (V), la velocidad angular de las ruedas (ω_i), el deslizamiento longitudinal (κ) y lateral (α), la velocidad de guiñada (r) y el ángulo de balanceo (ϕ).

Basados en los resultados de las gráficas se realizará un análisis de los datos obtenidos para los 8 grados de libertad (U, V, r, ϕ, ω_i). El motivo de incluir todas las gráficas, además de las de los 8 grados de libertad, es para identificar de dónde provienen las diferencias entre los dos métodos de cálculo empleados.

6.2. Doble cambio de línea

La prueba del doble cambio de línea (también llamado *Moose test* o prueba del alce) simula que el vehículo tiene que esquivar un obstáculo en su carril, para lo que invade el carril adyacente y pasado el obstáculo vuelve a su carril de origen.

En primer lugar se muestra una imagen de la maniobra que realiza el vehículo (Figura 38), para lo que se ha utilizado una serie de vehículos fantasma (copias del vehículo que salen con diferencias de tiempo constantes) de forma que se pueda apreciar el comportamiento de dicho vehículo a lo largo de toda la trayectoria.

En segundo lugar se sitúa la gráfica de la trayectoria descrita por el vehículo con el objetivo de terminar de definir la prueba del doble cambio de línea (ver Figura 39). A continuación se muestran las gráficas de los dos primeros casos de estudio correspondientes a esta maniobra.

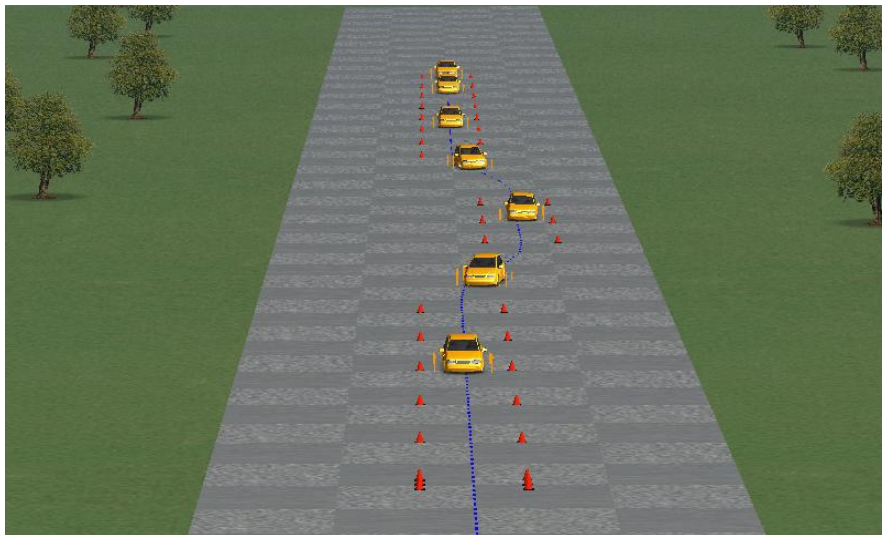


Figura 38: Maniobra de doble cambio de línea

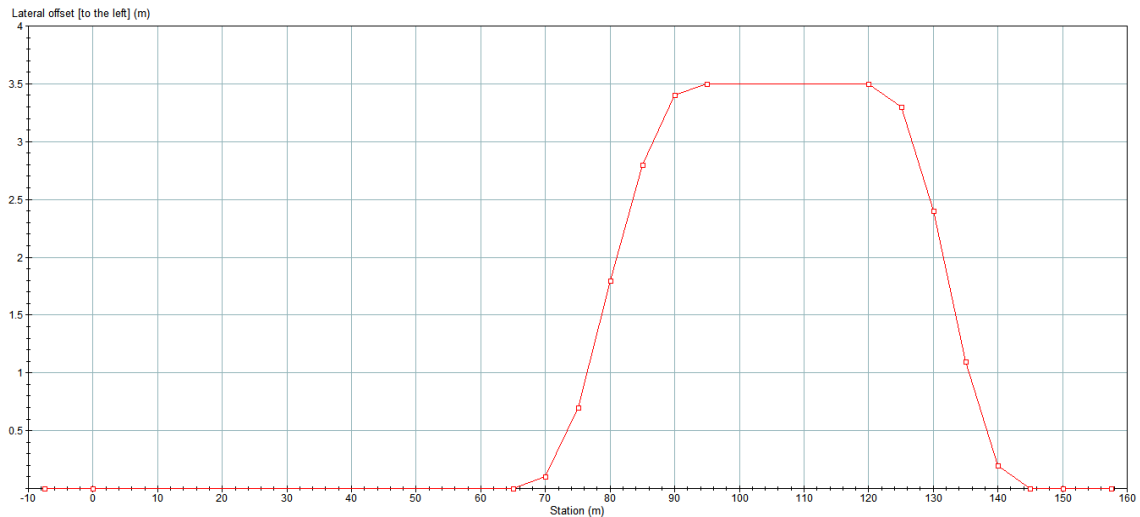


Figura 39: Trayectoria del doble cambio de línea (Distancias en dirección longitudinal y transversal recorridas por el vehículo durante la maniobra)

6.2.1. Caso 1: Doble cambio de línea a 80 Km/h

Los resultados correspondientes con el caso de estudio número 1, el doble cambio de línea a 80 km/h, se representan en las gráficas comprendidas entre la Figura 40 y la Figura 67.

Como se puede ver en la leyenda de las gráficas, se muestran dos series: en negro se representan los resultados obtenidos de *CarSim*, los que tendremos como patrón o referencia, y en azul se representan los resultados obtenidos por el programa *Simulink* correspondientes al modelo de ocho grados de libertad.

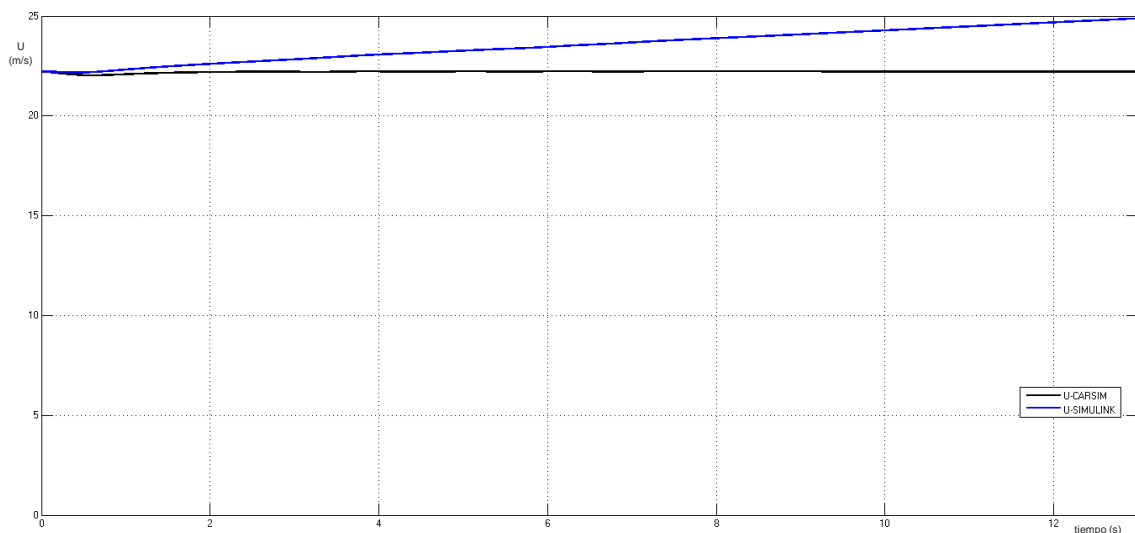


Figura 40: Velocidad longitudinal para DLC 80 Km/h

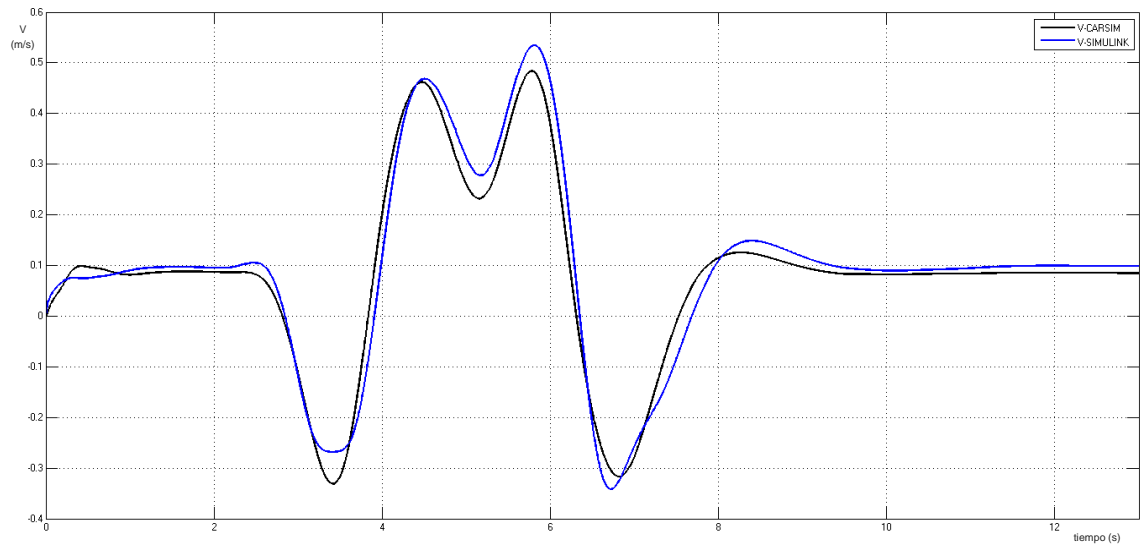


Figura 41: Velocidad lateral para DLC a 80Km/h

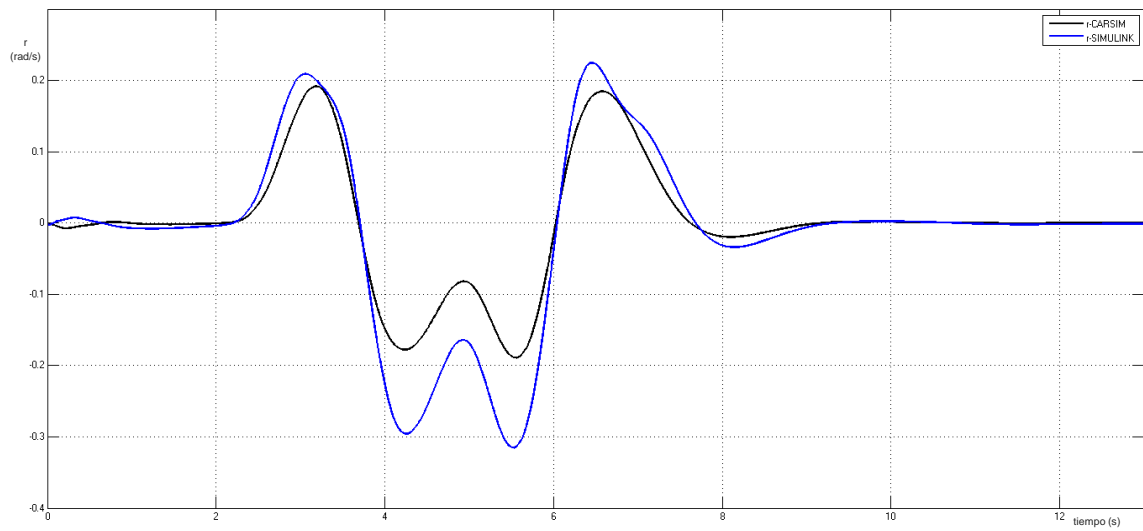


Figura 42: Velocidad de guiñada para DLC a 80Km/h

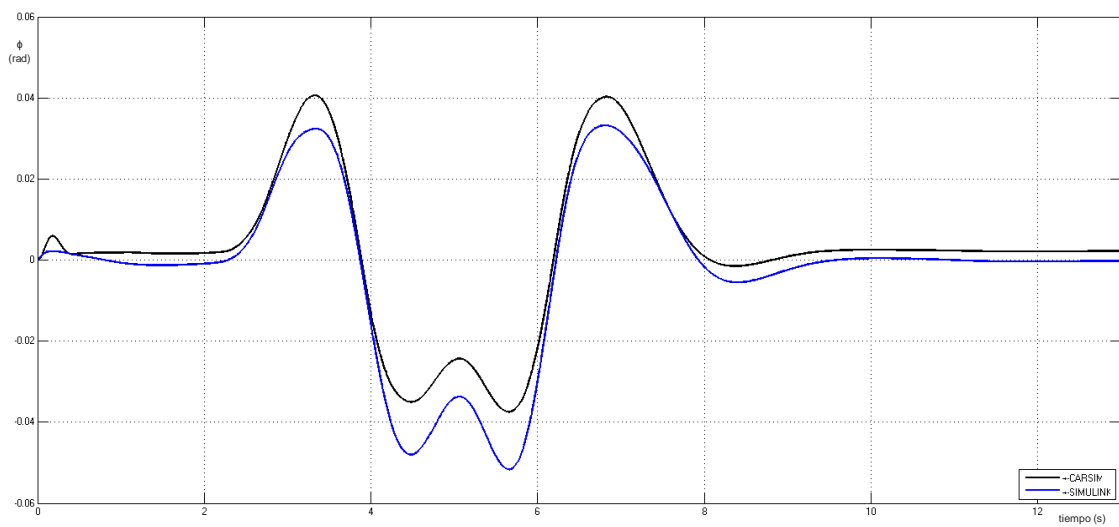


Figura 43: Ángulo de balanceo para DLC a 80Km/h

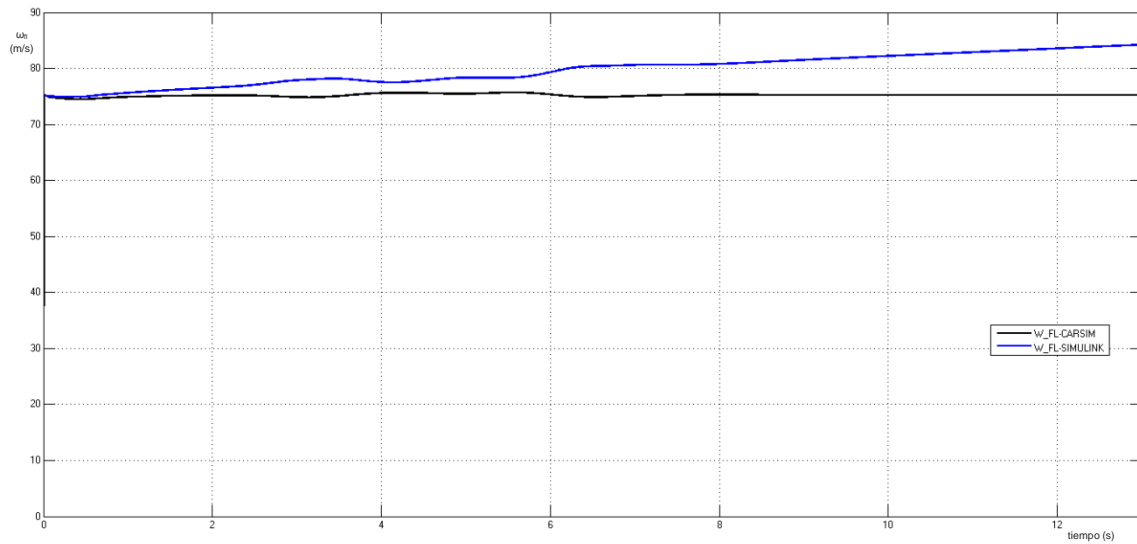


Figura 44: Velocidad Angular del neumático delantero izquierdo para DLC a 80Km/h

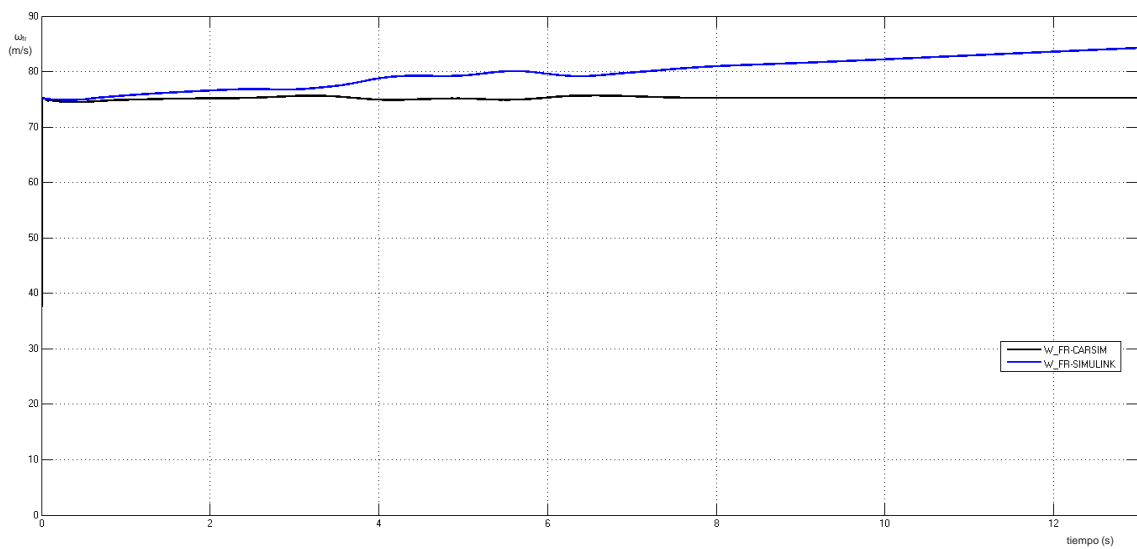


Figura 45: Velocidad Angular del neumático delantero derecho para DLC a 80Km/h

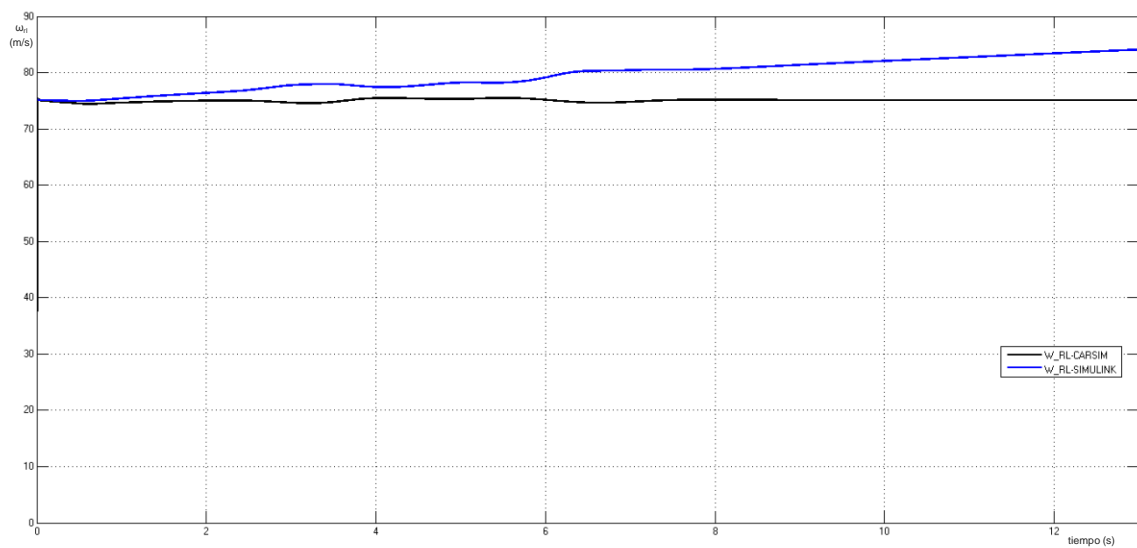


Figura 46: Velocidad Angular del neumático trasero izquierdo para DLC a 80Km/h

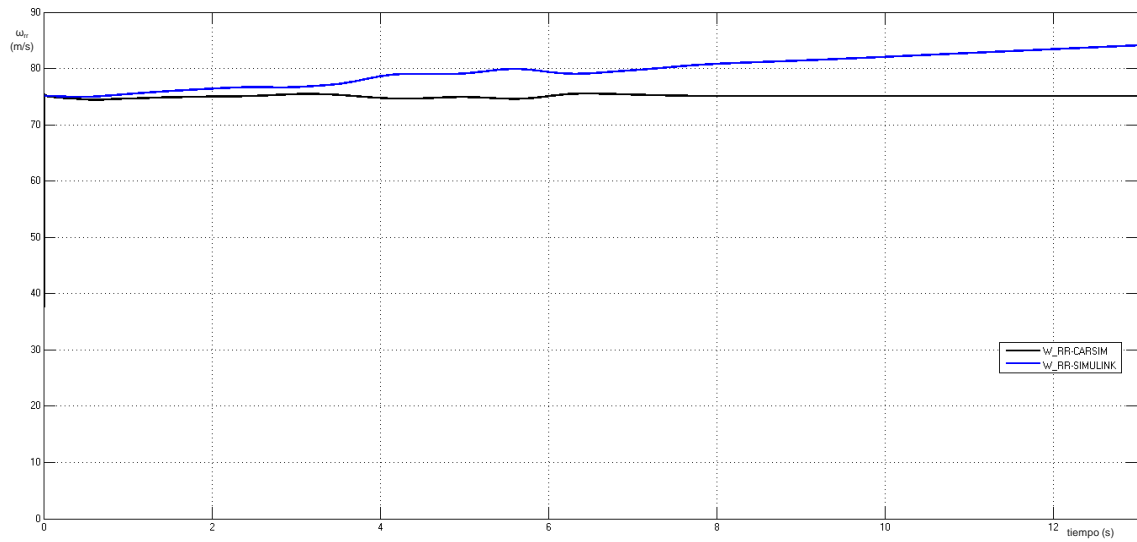


Figura 47: Velocidad Angular del neumático trasero derecho para DLC a 80Km/h

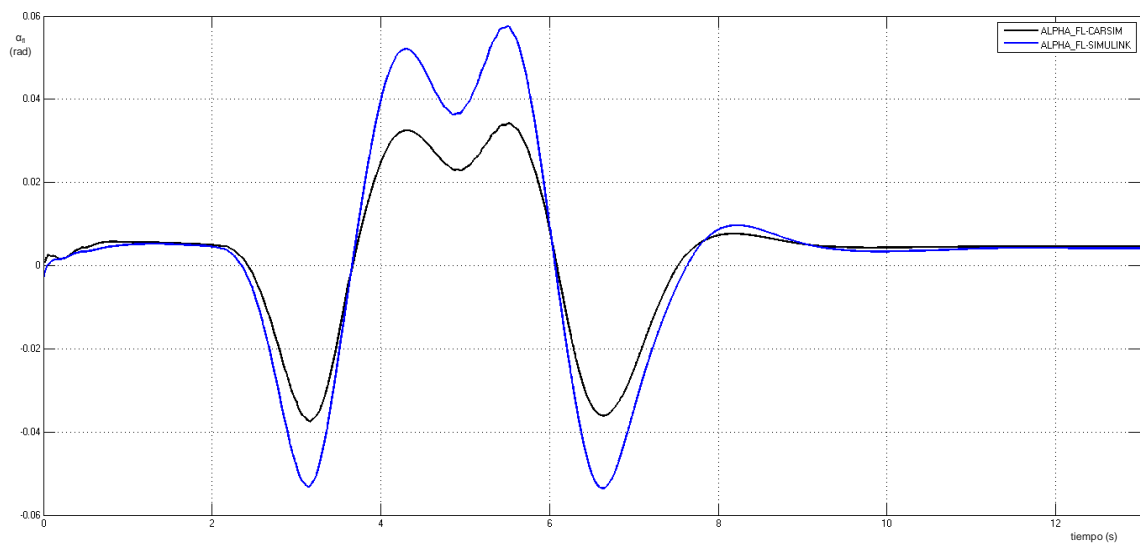


Figura 48: Ángulo de deslizamiento lateral del neumático delantero izquierdo para DL a 80 Km/h

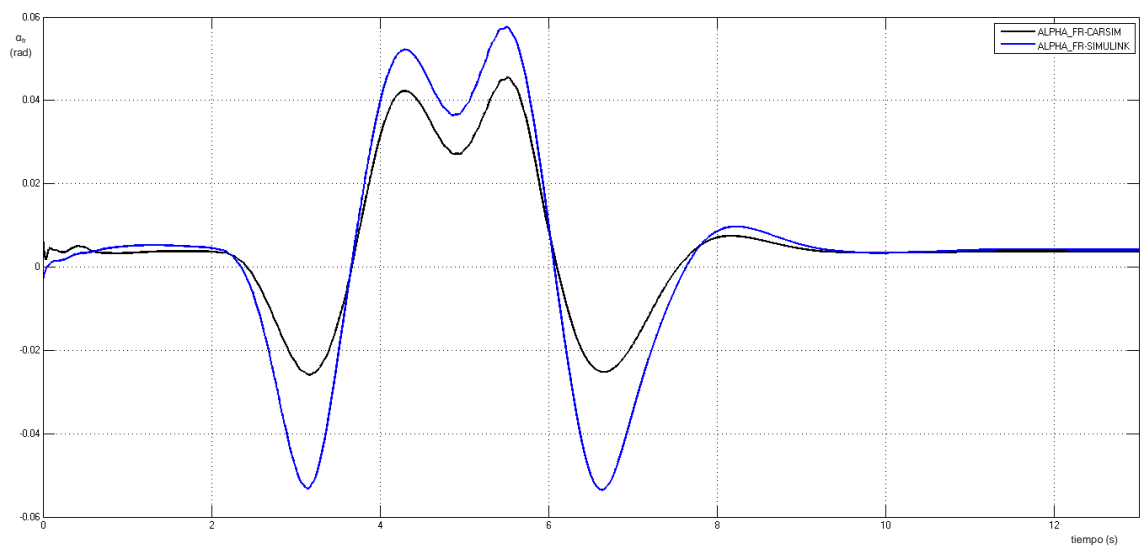


Figura 49: Ángulo de deslizamiento lateral del neumático delantero derecho para DLC a 80 Km/h

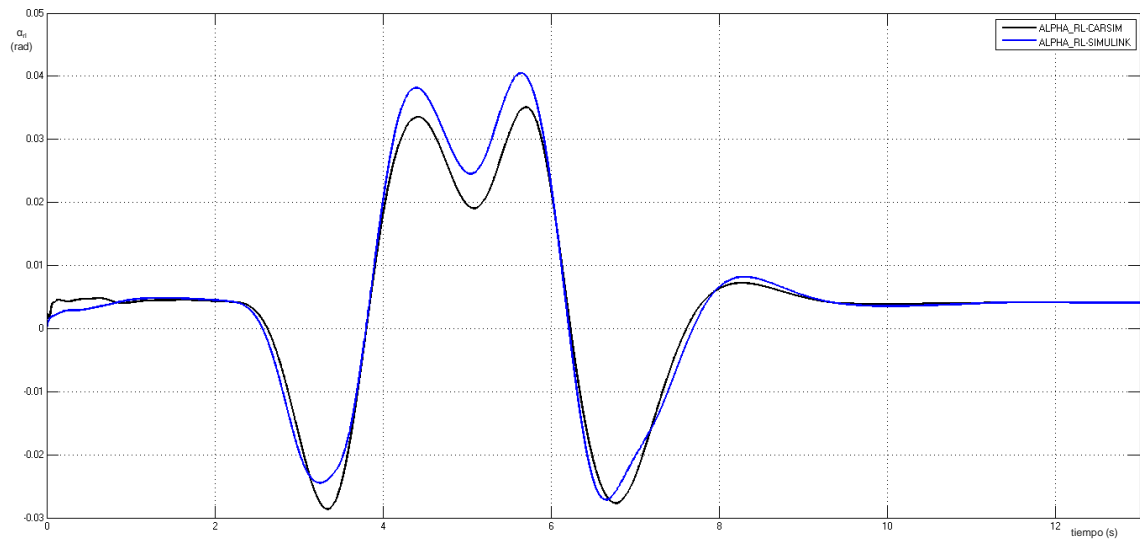


Figura 50: Ángulo de deslizamiento lateral del neumático trasero izquierdo para DLC a 80 Km/h

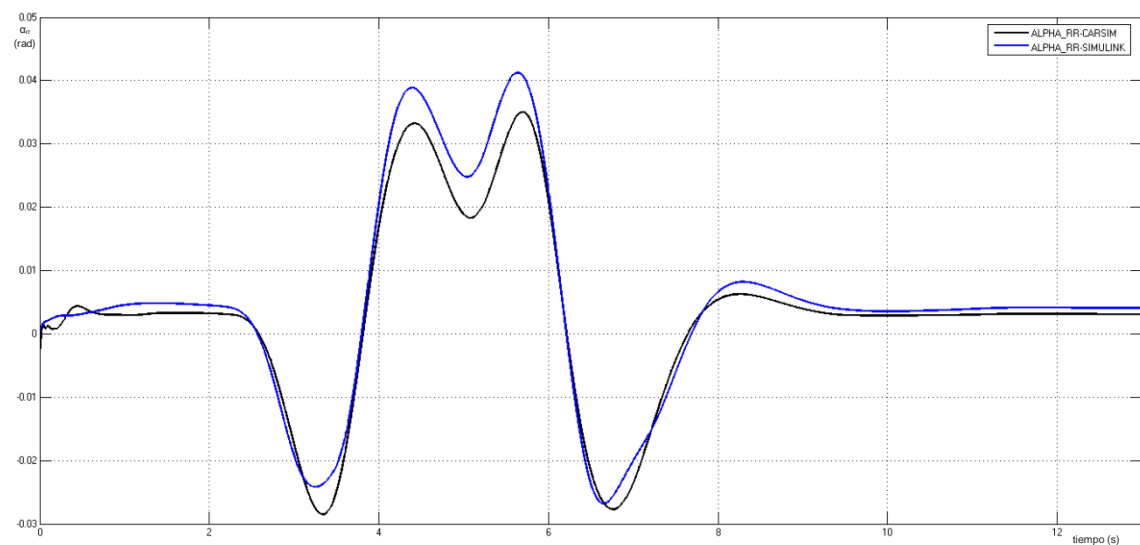


Figura 51: Ángulo de deslizamiento lateral del neumático trasero derecho para DLC a 80 Km/h

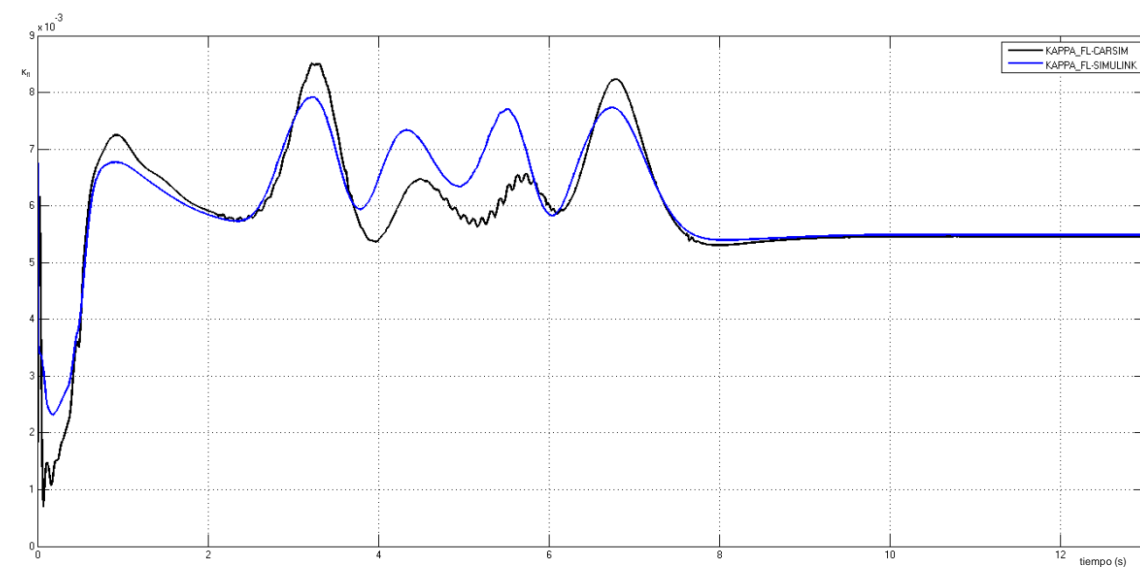


Figura 52: Ángulo de deslizamiento longitudinal del neumático delantero izquierdo para DLC a 80 Km/h

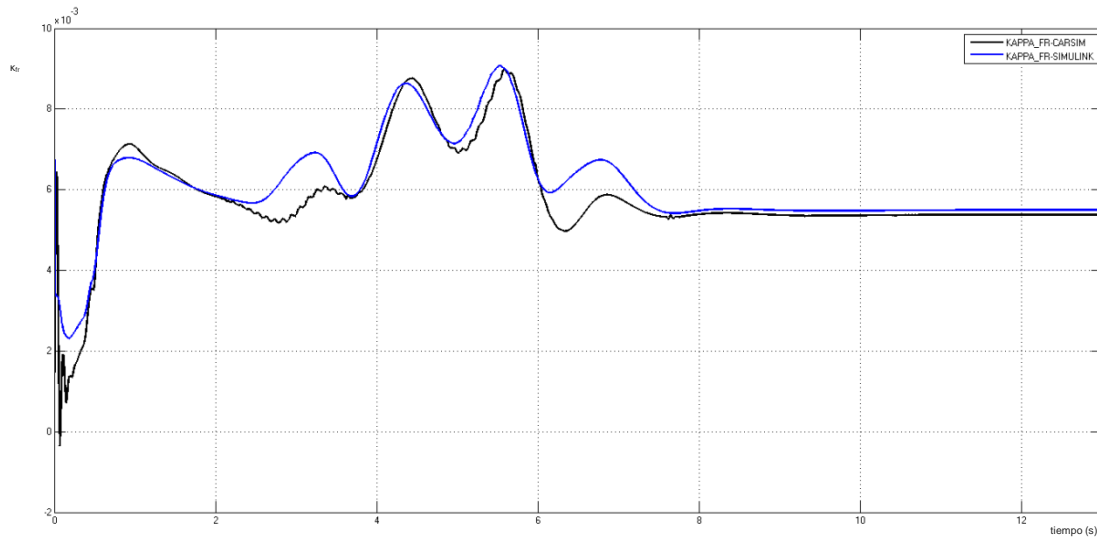


Figura 53: Ángulo de deslizamiento longitudinal del neumático delantero derecho para DLC a 80 Km/h

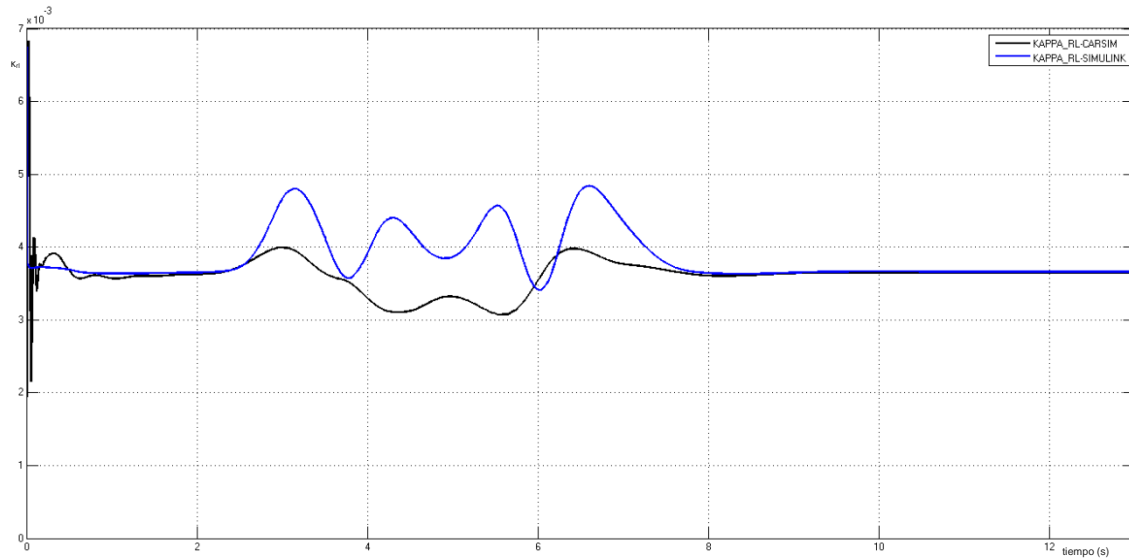


Figura 54: Ángulo de deslizamiento longitudinal del neumático trasero izquierdo para DLC a 80 Km/h

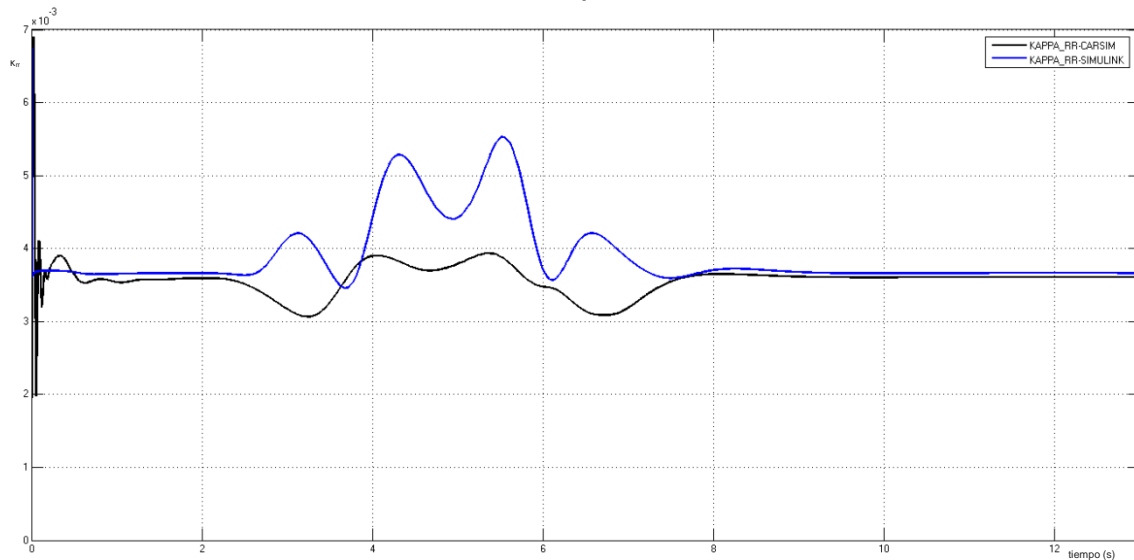


Figura 55: Ángulo de deslizamiento longitudinal del neumático trasero derecho para DLC a 80 Km/h

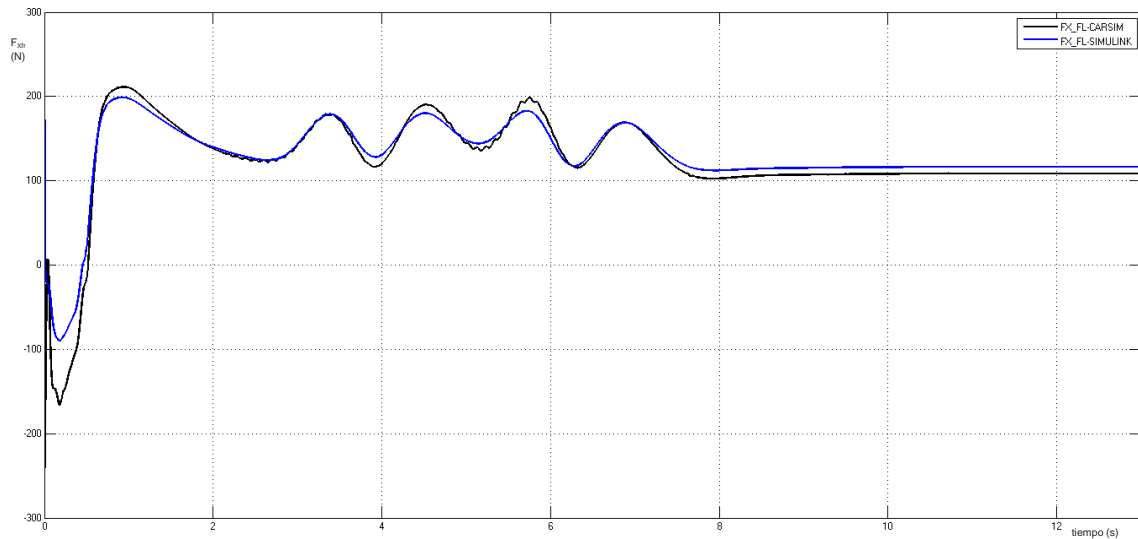


Figura 56: Fuerza longitudinal para el neumático delantero izquierdo para DLC 80Km/h

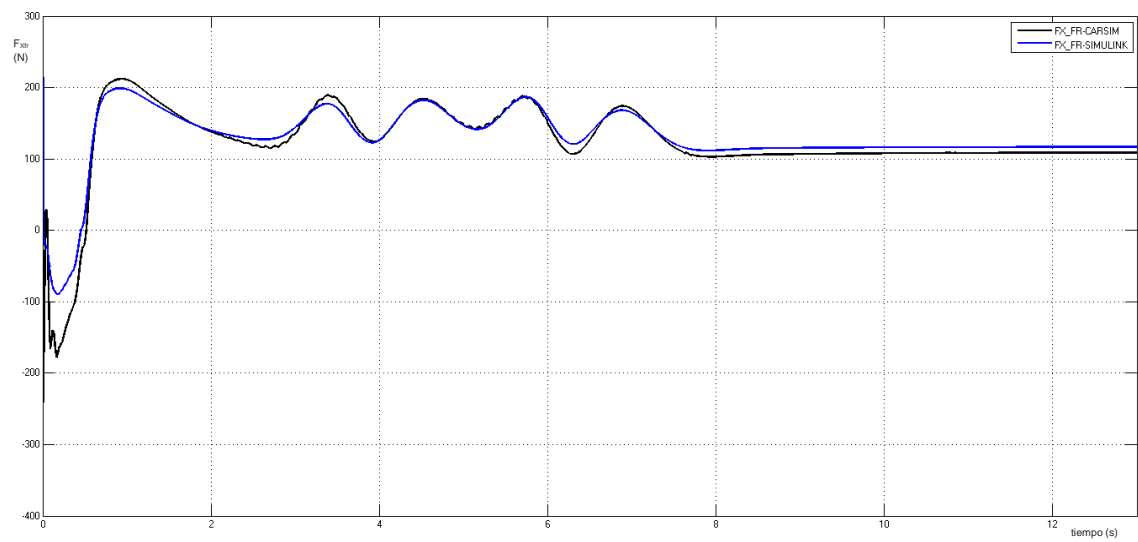


Figura 57: Fuerza longitudinal para el neumático delantero derecho para DLC 80Km/h

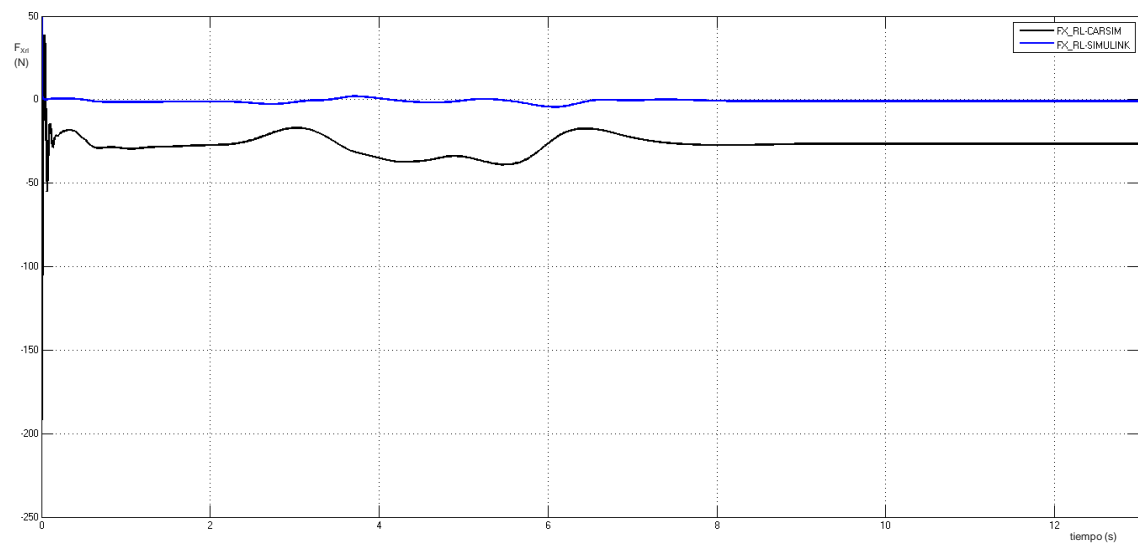


Figura 58: Fuerza longitudinal para el neumático trasero izquierdo para DLC 80Km/h

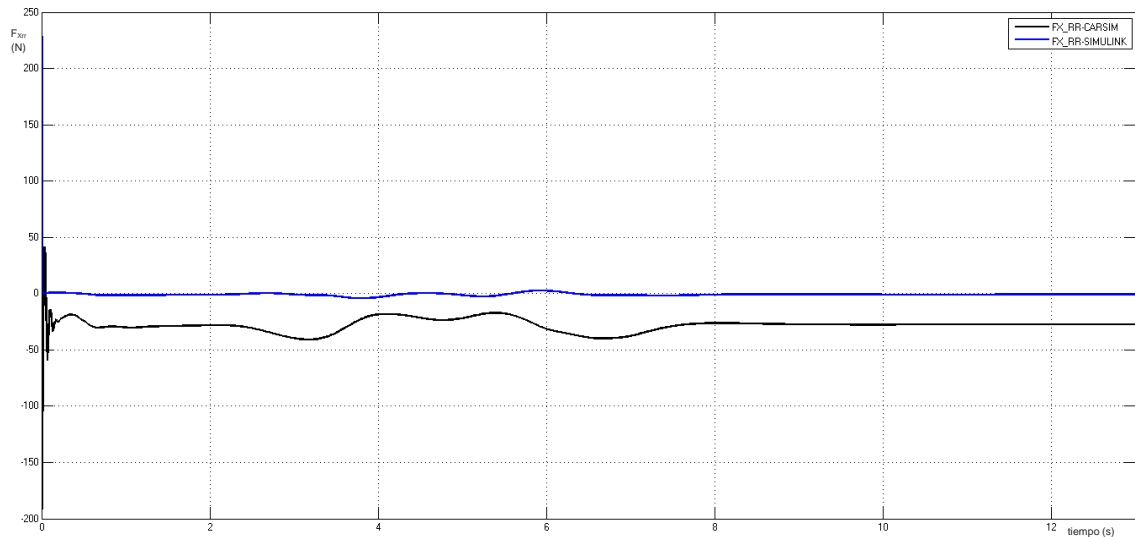


Figura 59: Fuerza longitudinal para el neumático trasero derecho para DLC 80Km/h

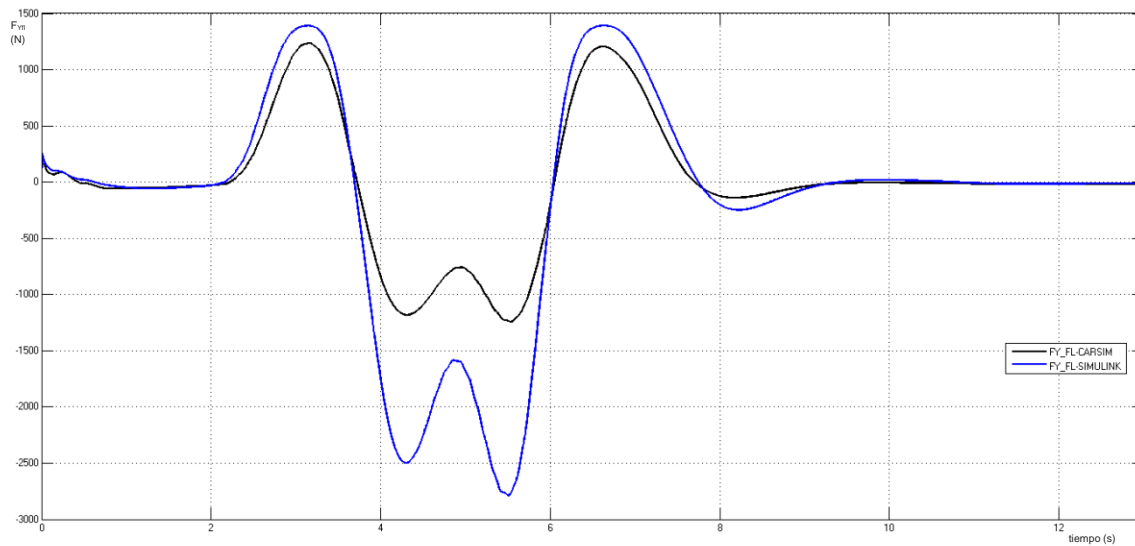


Figura 60: Fuerza lateral para el neumático delantero izquierdo para DLC 80Km/h

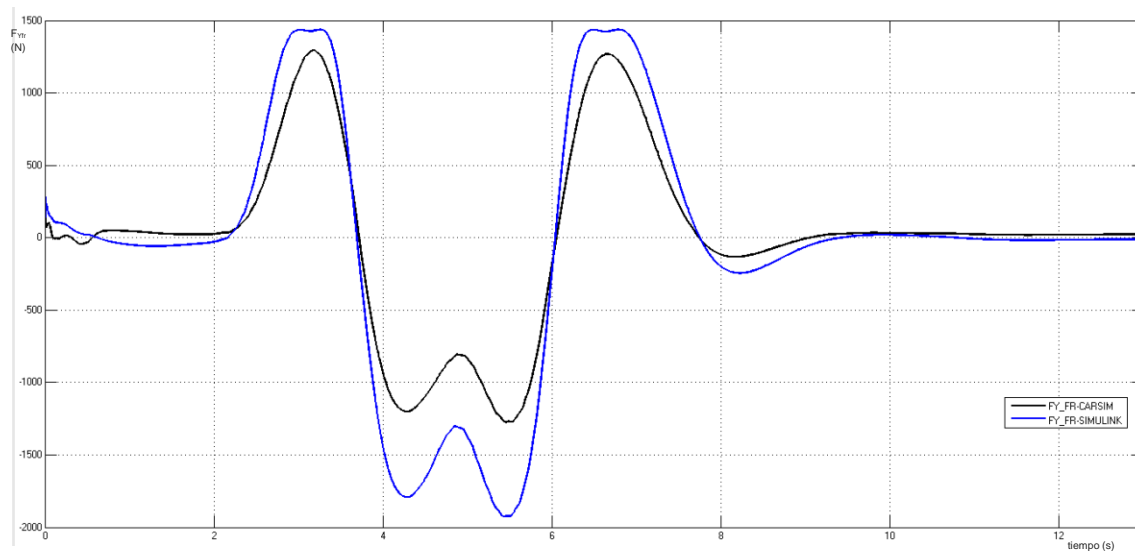


Figura 61: Fuerza lateral para el neumático delantero derecho para DLC 80Km/h

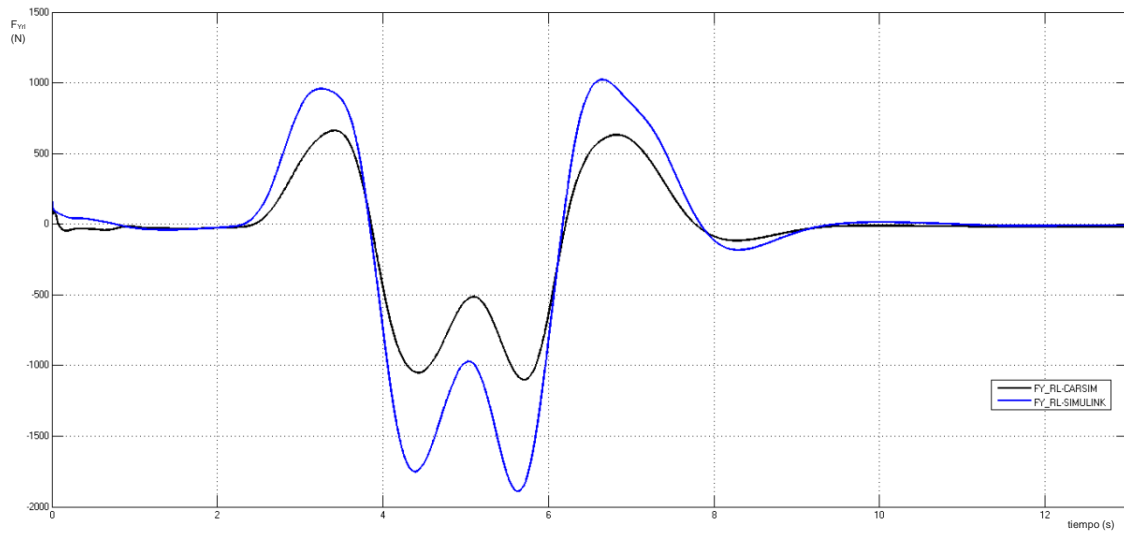


Figura 62: Fuerza lateral para el neumático trasero izquierdo para DLC 80Km/h

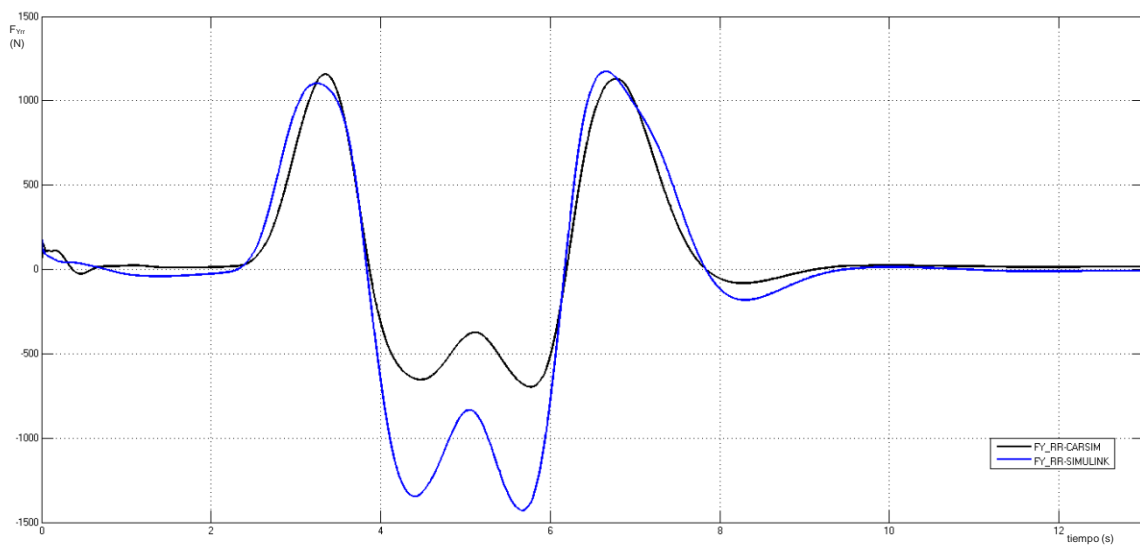


Figura 63: Fuerza lateral para el neumático trasero derecho para DLC 80Km/h

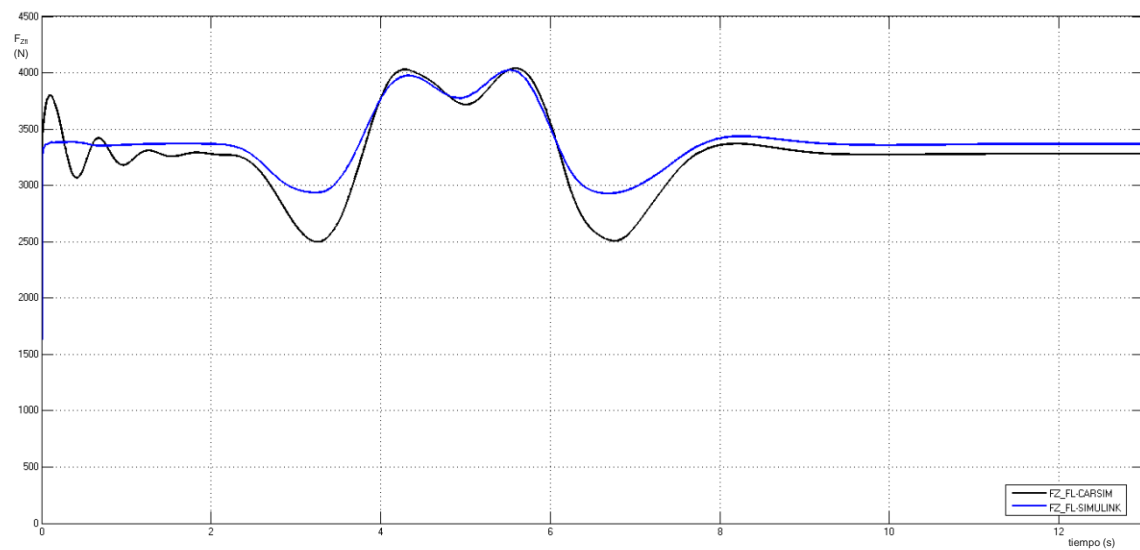


Figura 64: Fuerza vertical para el neumático delantero izquierdo para DLC 80Km/h

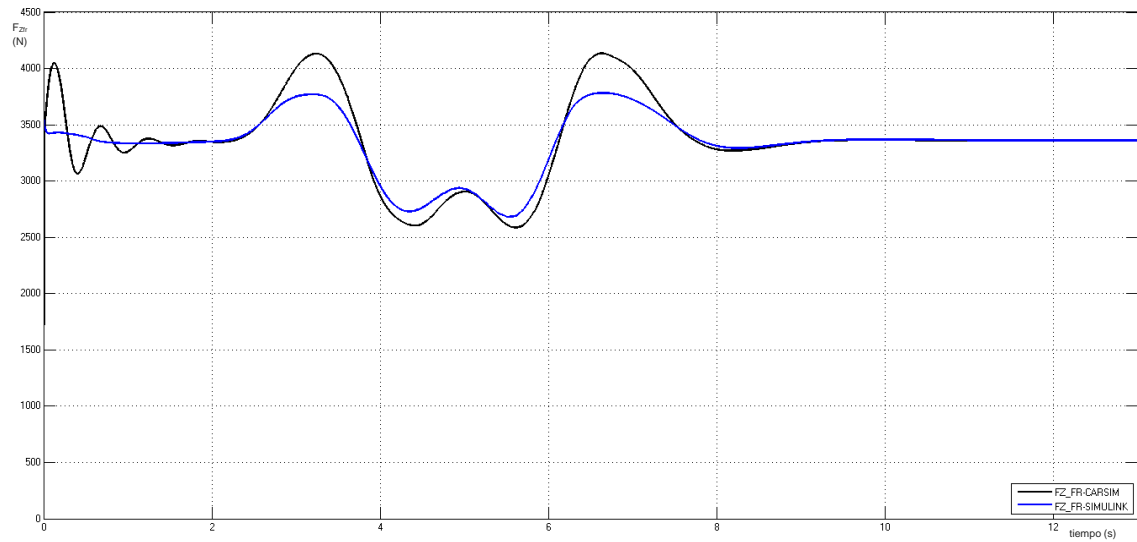


Figura 65: Fuerza vertical para el neumático delantero derecho para DLC 80Km/h

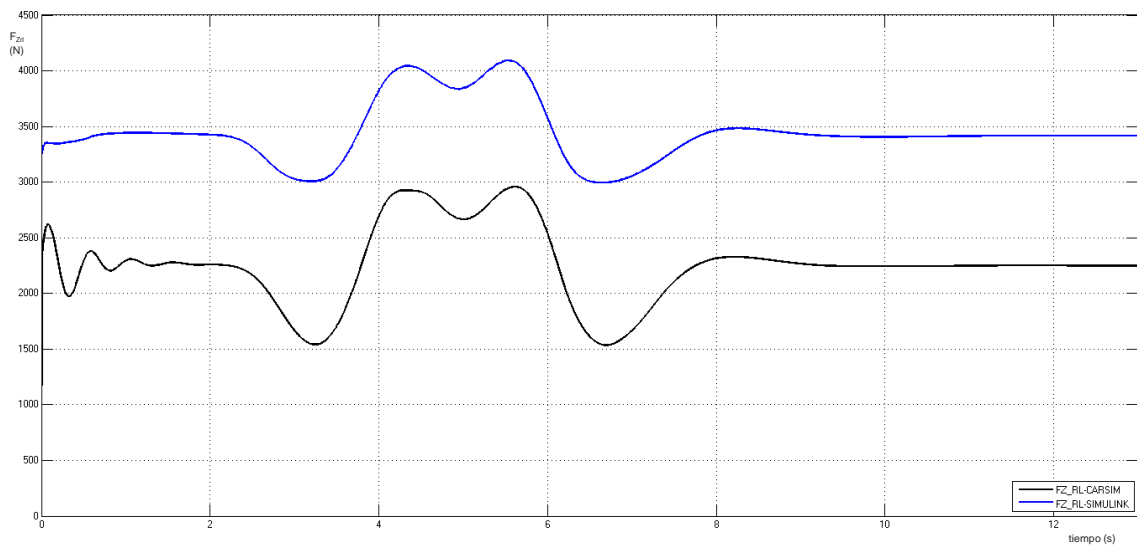


Figura 66: Fuerza vertical para el neumático trasero izquierdo para DLC 80Km/h

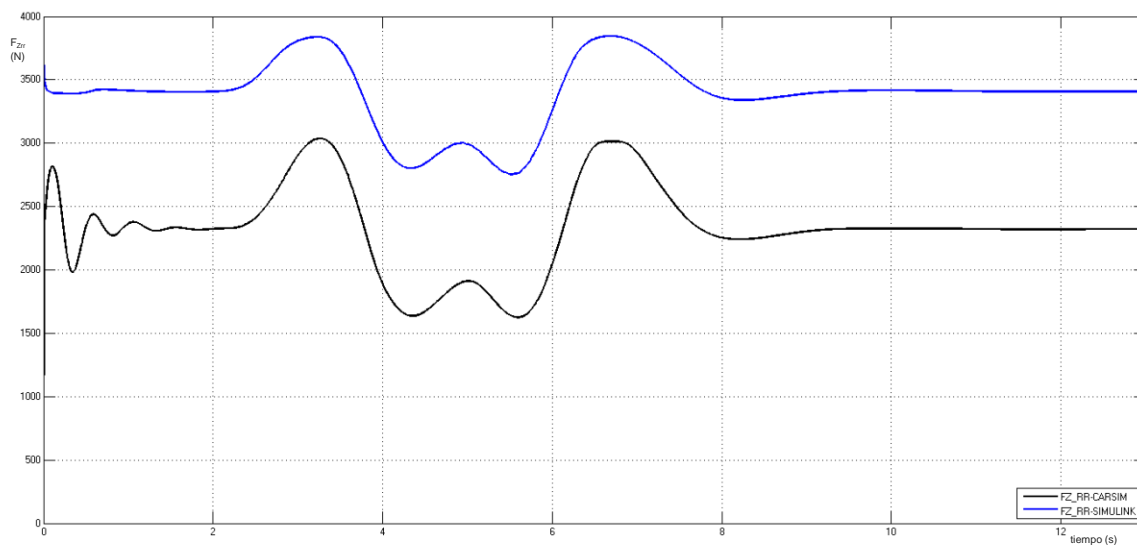


Figura 67: Fuerza vertical para el neumático trasero derecho para DLC 80Km/h

Análisis de los resultados del caso 1

Las gráficas del caso de estudio número 1 presentan en general formas similares, aunque en algunos casos se aprecian diferencias significativas como en las fuerzas longitudinales y verticales para las ruedas traseras (Figura 58, Figura 59, Figura 66 y Figura 67). A pesar de ello, las variables correspondientes a los grados de libertad tienen formas muy similares con errores máximos puntuales no muy elevados.

Velocidad longitudinal (U): mientras que *CarSim* presenta una velocidad longitudinal constante, que es una de las condiciones impuestas para este proyecto, el modelo de *Simulink* muestra una velocidad longitudinal creciente (linealmente) con el tiempo, ver Figura 40. A pesar de ello, el máximo error relativo se encuentra al finalizar la maniobra, para el tiempo 13 segundos, con un valor de $e_U = 13.5\%$.

Velocidad lateral (V): se muestra en la Figura 41 que ambas series de datos son muy similares. El máximo error relativo obtenido es $e_V = 11,3\%$ a los 5.8 segundos.

Velocidad de guiñada (r): a pesar de que la forma obtenida de ambos métodos de cálculo es similar (Figura 42), existe una diferencia importante en el rango de tiempo entre 4 y 6 segundos, correspondiendo a la maniobra entre el primer y segundo cambio de línea, cuando recorre la distancia en paralelo a la original hasta que sorteja el obstáculo, siendo el máximo error relativo $e_r = 50.0\%$ a los 5.6 segundos.

Ángulo de balanceo (ϕ): como se puede observar en la Figura 43, las dos series de datos describen gráficas similares, sin embargo existe una diferencia en el mismo periodo de tiempo que para la velocidad de guiñada, siendo el máximo error relativo para este caso $e_\phi = 34,3\%$ a los 5.6 segundos.

Velocidad angular de las ruedas (ω_i): al igual que la velocidad longitudinal, los datos de *CarSim* presentan una forma de velocidad constante, por el contrario, los datos provenientes de *Simulink* son crecientes (linealmente) con el tiempo. El máximo error relativo para todas las ruedas es similar y tiene un valor de $e_{\omega_i} = 12.0\%$, como se puede ver en las gráficas representadas desde la Figura 44 hasta la Figura 47, y se presenta al finalizar la prueba (a los 13 segundos).

6.2.2. Caso 2: Doble cambio de línea a 120 Km/h

Los resultados de las gráficas donde se comparan los dos métodos de cálculo empleados, tanto los datos utilizados como referencia (*CarSim*) como los datos calculados con el modelo de ocho grados de libertad (*Simulink*), para el caso de estudio número 2 (doble cambio de línea a 120 Km/h) se muestran desde la Figura 68 hasta la Figura 95.

Como en el caso anterior, los dos métodos de cálculo se representan en la misma gráfica para que puedan compararse, tal y como aparece en la leyenda de todas ellas, el color negro corresponde a *CarSim* y el color azul a la simulación con *Simulink*.

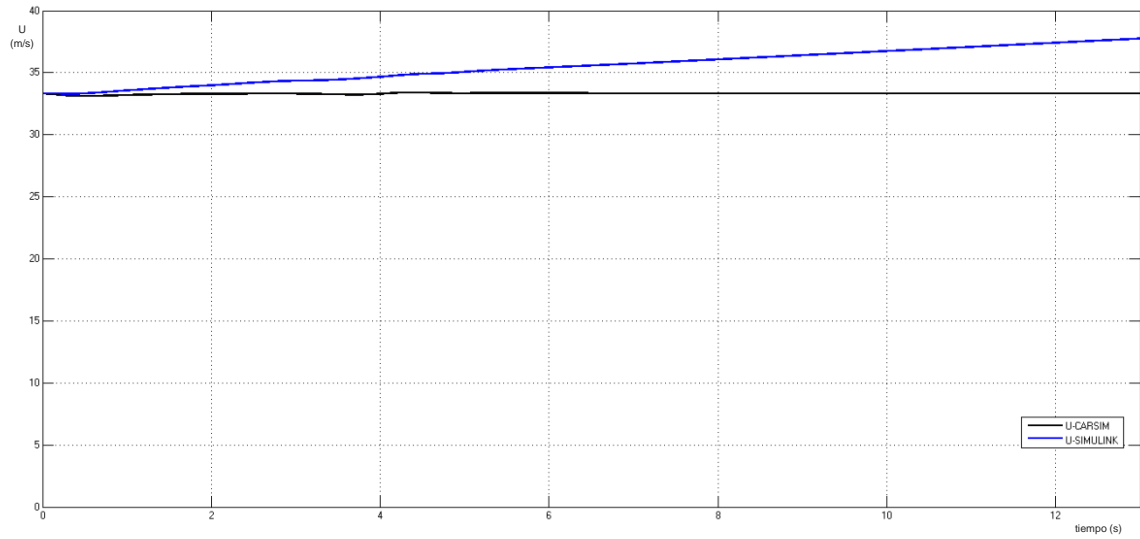


Figura 68: Velocidad longitudinal para DLC 120 Km/h

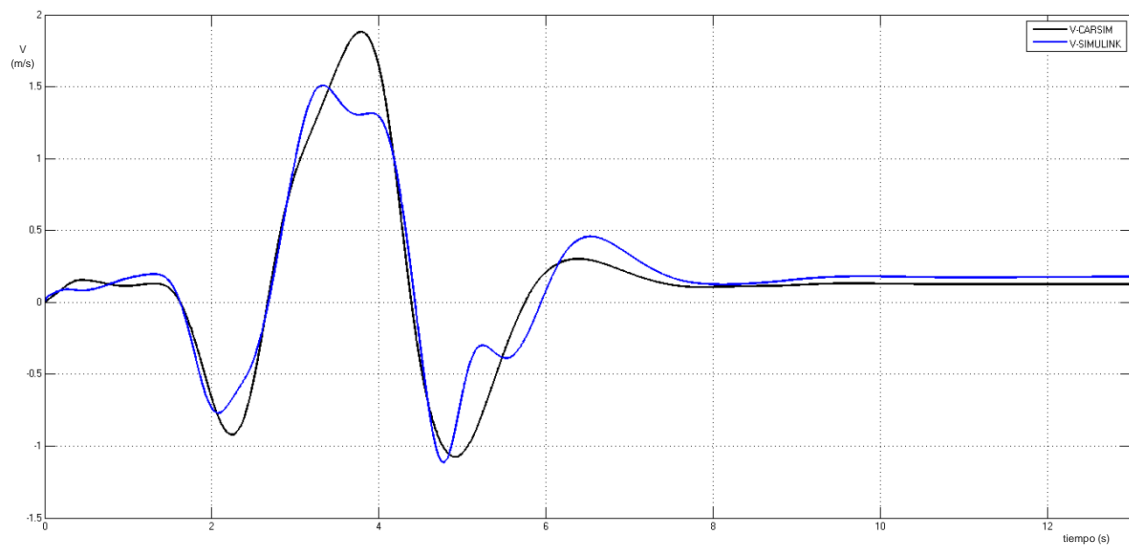


Figura 69: Velocidad lateral para DLC a 120Km/h

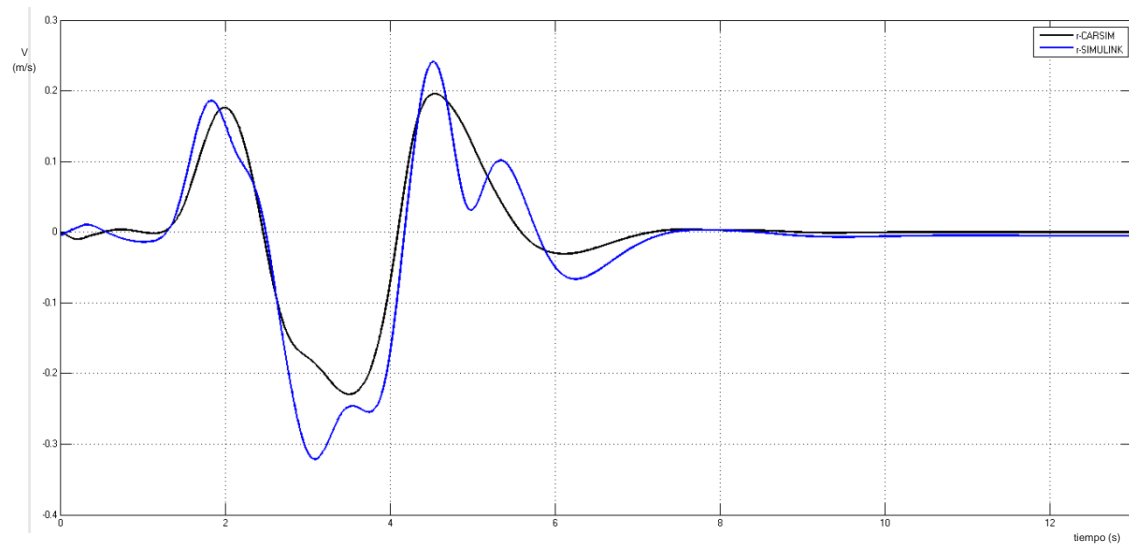


Figura 70: Velocidad de guiñada para DLC a 120Km/h

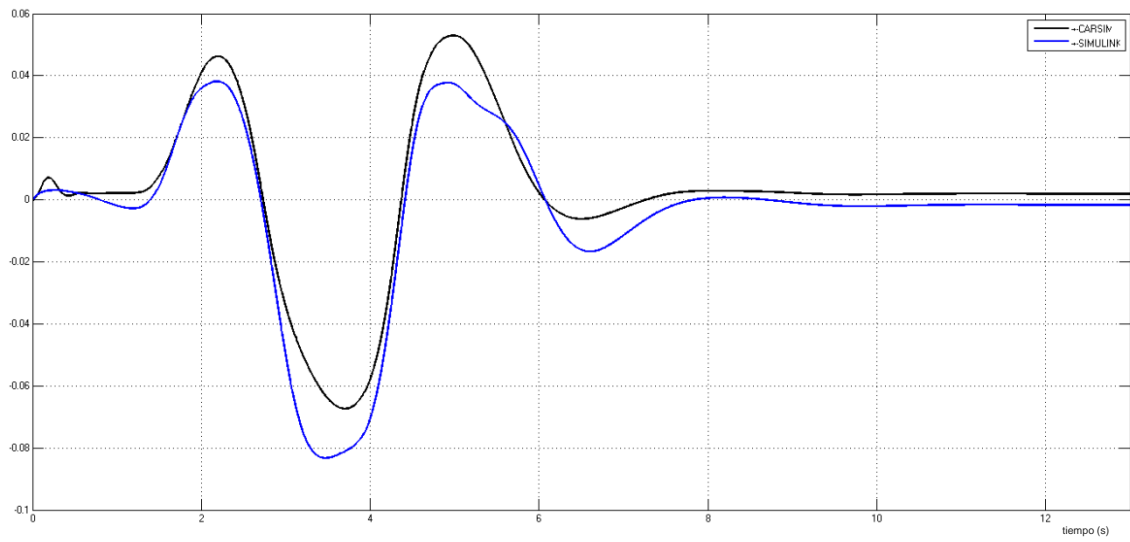


Figura 71: Ángulo de balanceo para DLC a 120Km/h

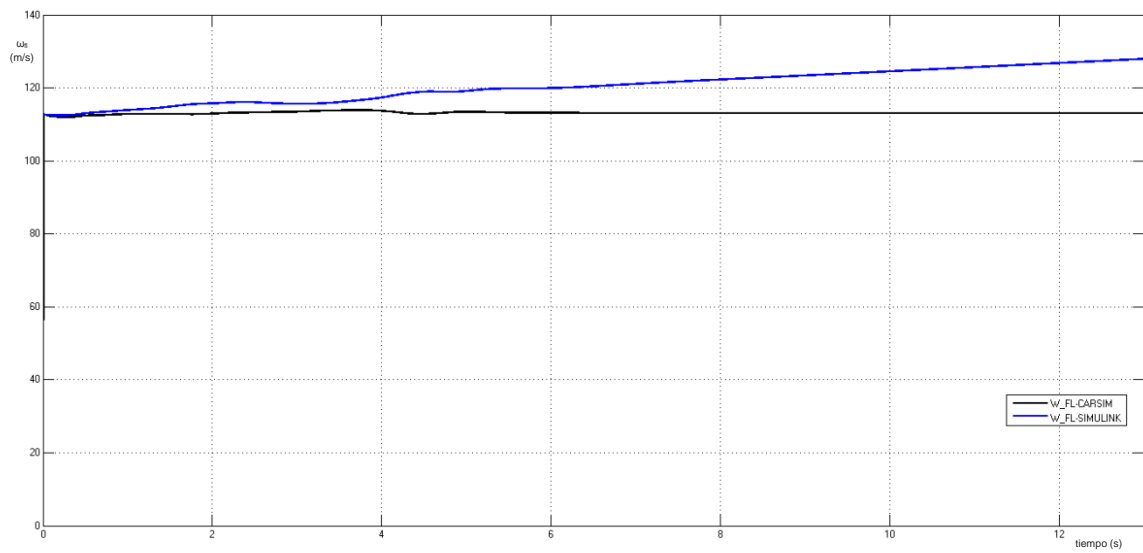


Figura 72: Velocidad Angular del neumático delantero izquierdo para DLC a 120Km/h

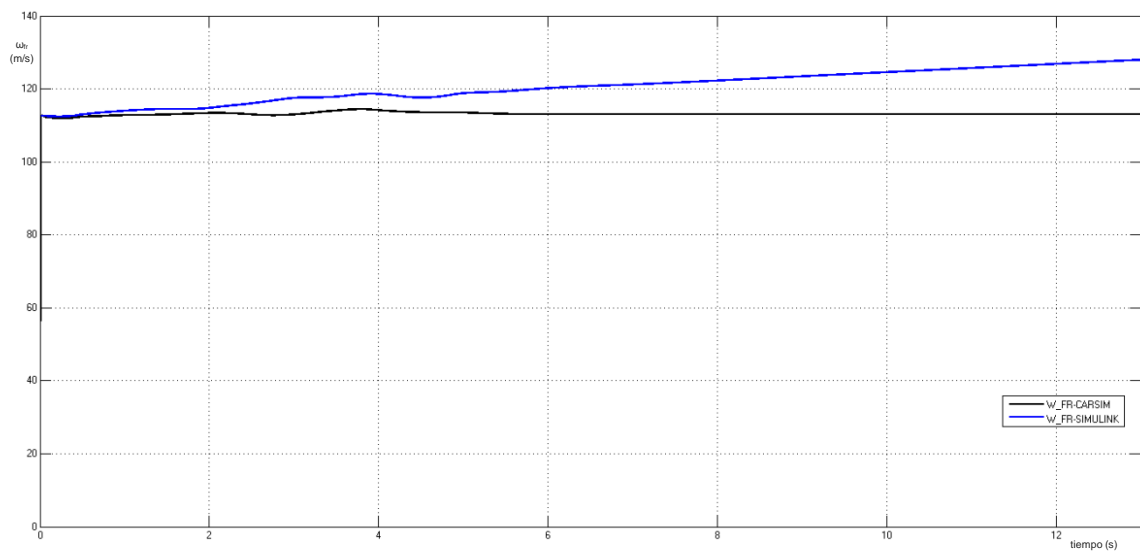


Figura 73: Velocidad Angular del neumático delantero derecho para DLC a 120Km/h

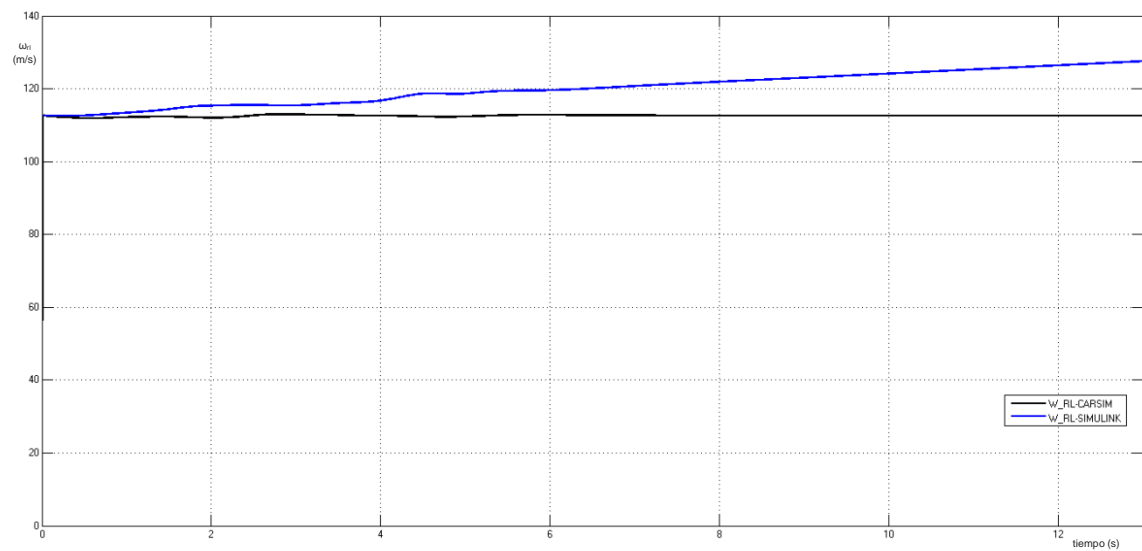


Figura 74: Velocidad Angular del neumático trasero izquierdo para DLC a 120Km/h

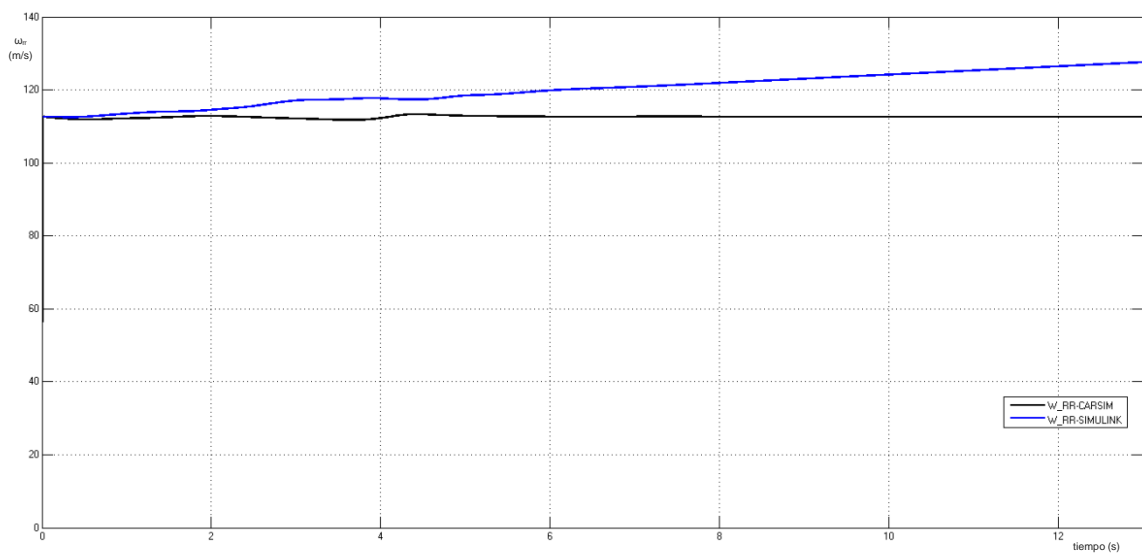


Figura 75: Velocidad Angular del neumático trasero derecho para DLC a 120Km/h

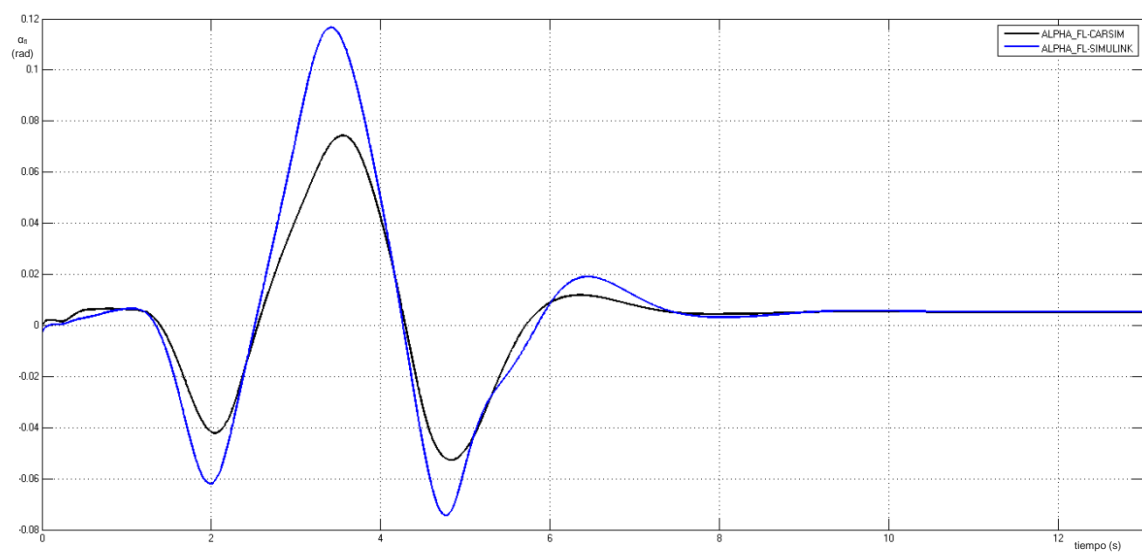


Figura 76: Deslizamiento lateral del neumático delantero izquierdo para DL a 120 Km/h

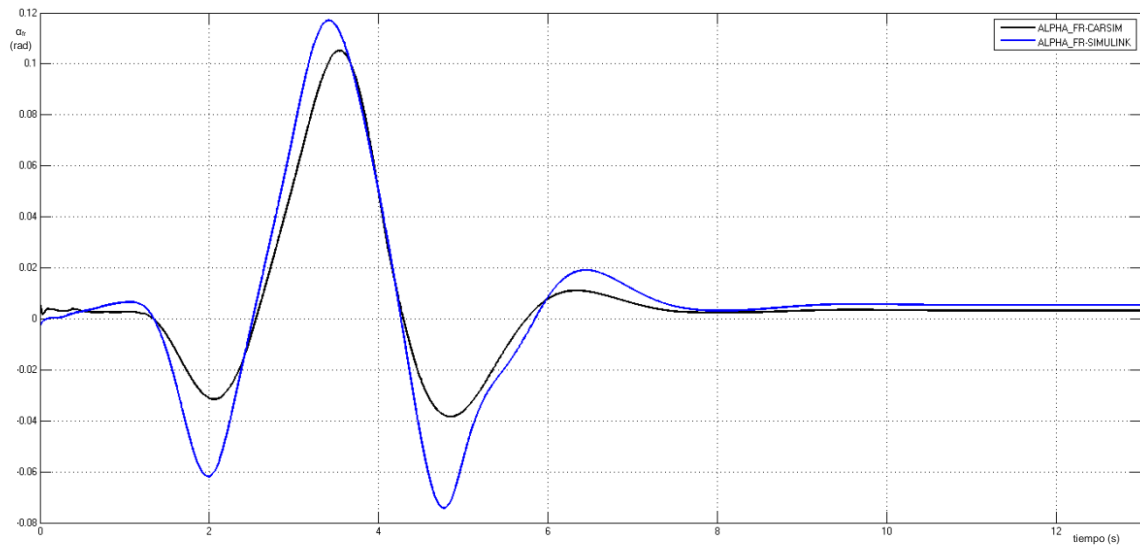


Figura 77: Deslizamiento lateral del neumático delantero derecho para DLC a 120 Km/h

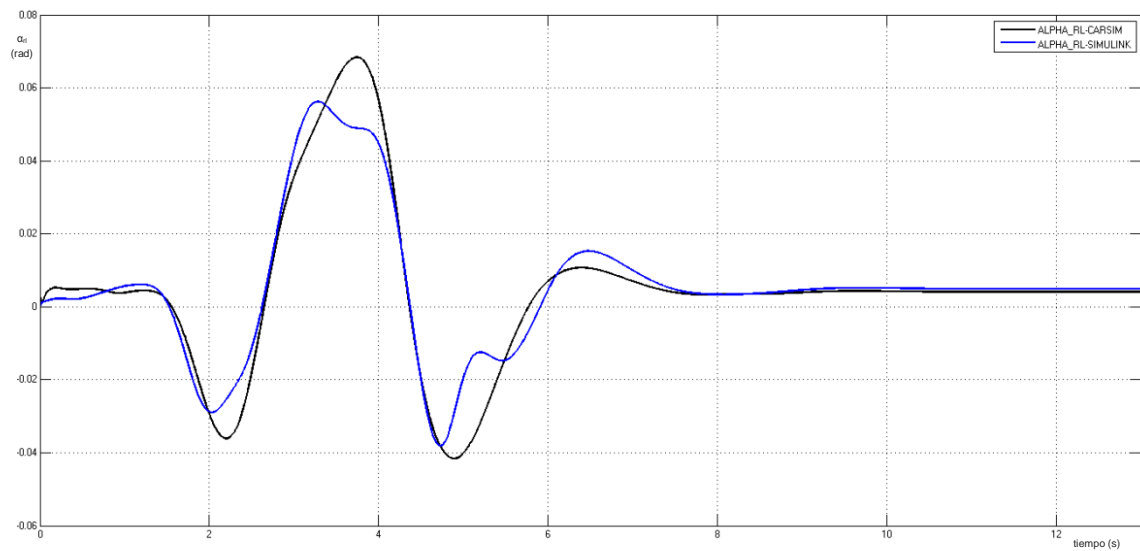


Figura 78: Deslizamiento lateral del neumático trasero izquierdo para DLC a 120 Km/h

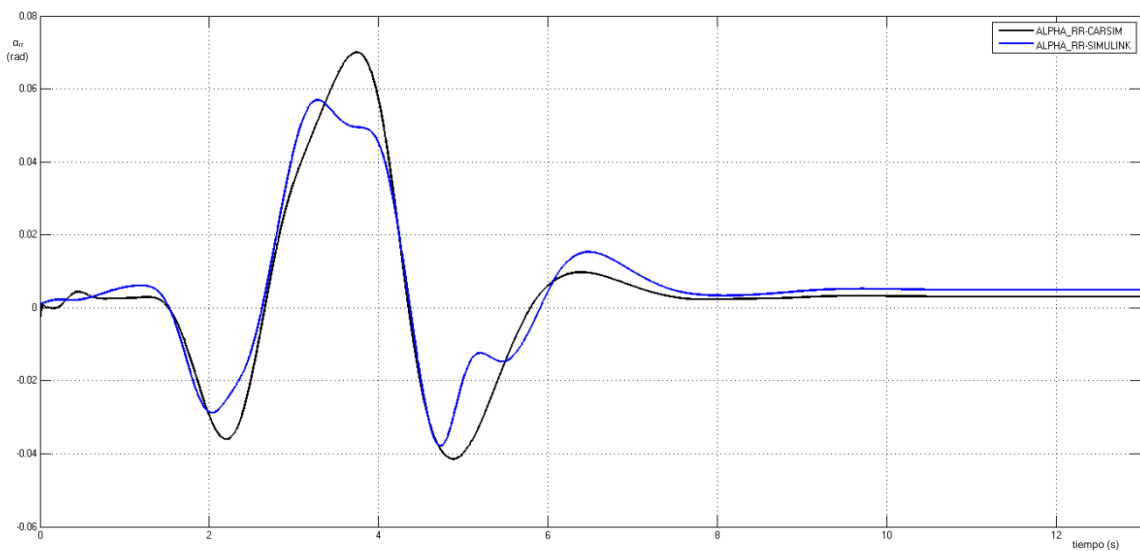


Figura 79: Deslizamiento lateral del neumático trasero derecho para DLC a 120 Km/h

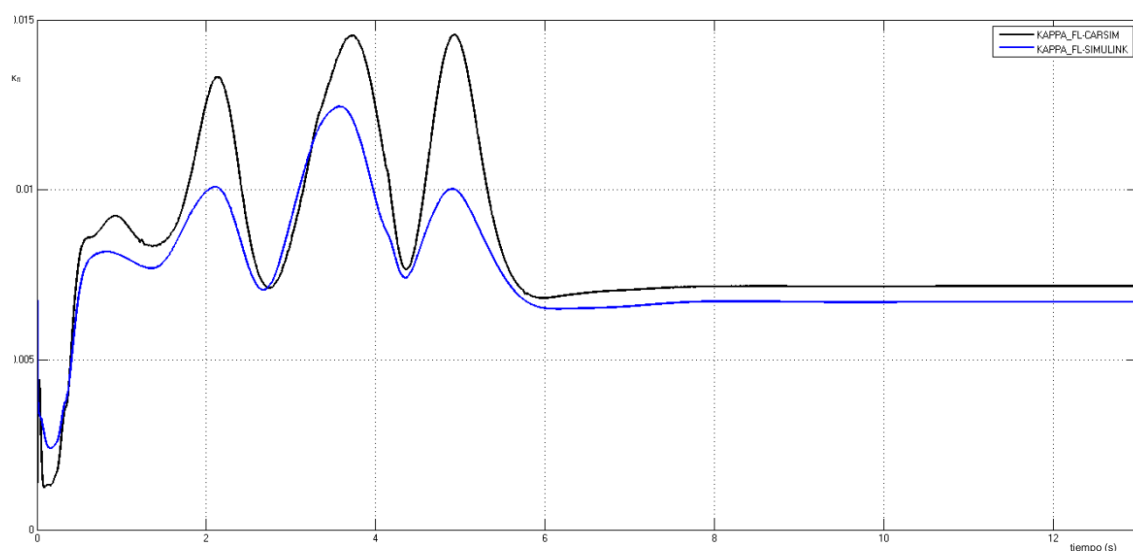


Figura 80: Deslizamiento longitudinal del neumático delantero izquierdo para DLC a 120 Km/h

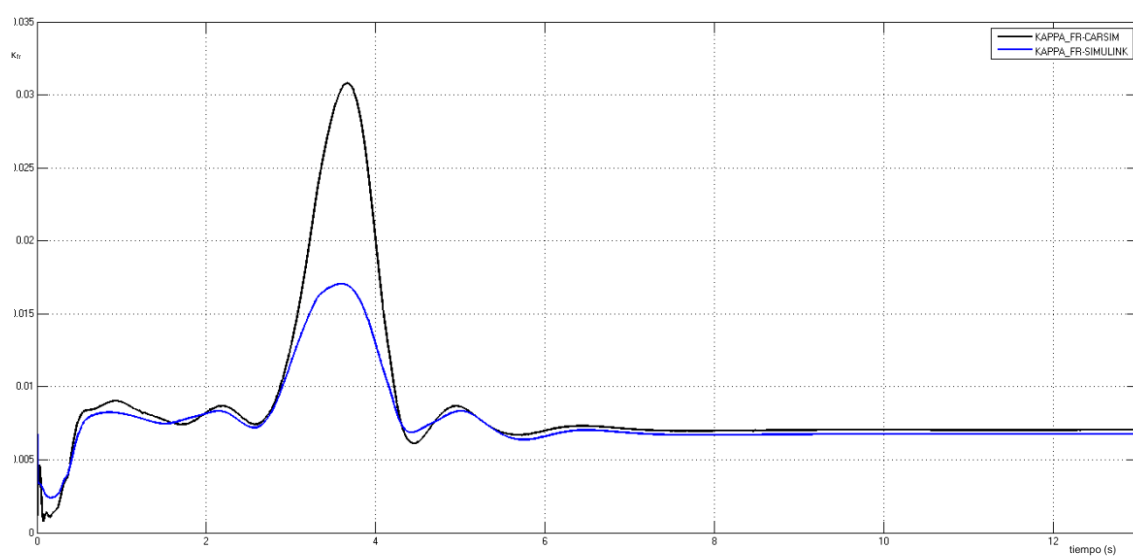


Figura 81: Deslizamiento longitudinal del neumático delantero derecho para DLC a 120 Km/h

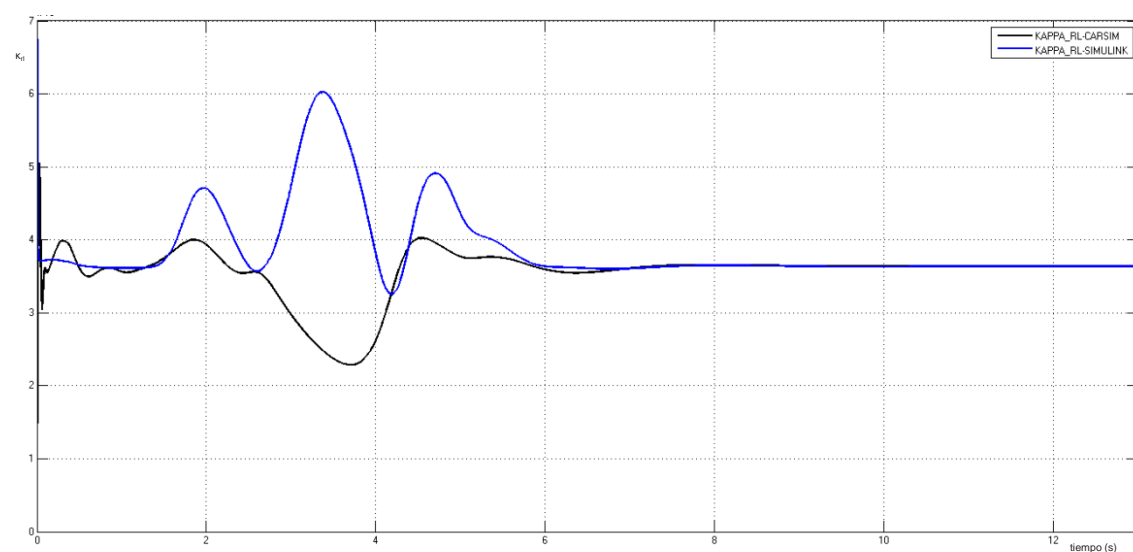


Figura 82: Deslizamiento longitudinal del neumático trasero izquierdo para DLC a 120 Km/h

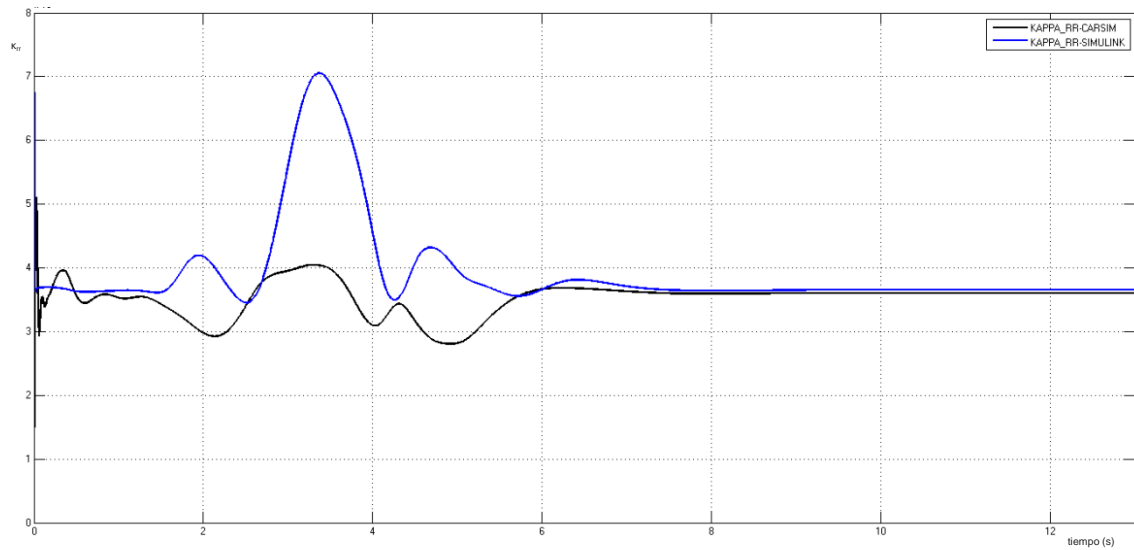


Figura 83: Deslizamiento longitudinal del neumático trasero derecho para DLC a 120 Km/h

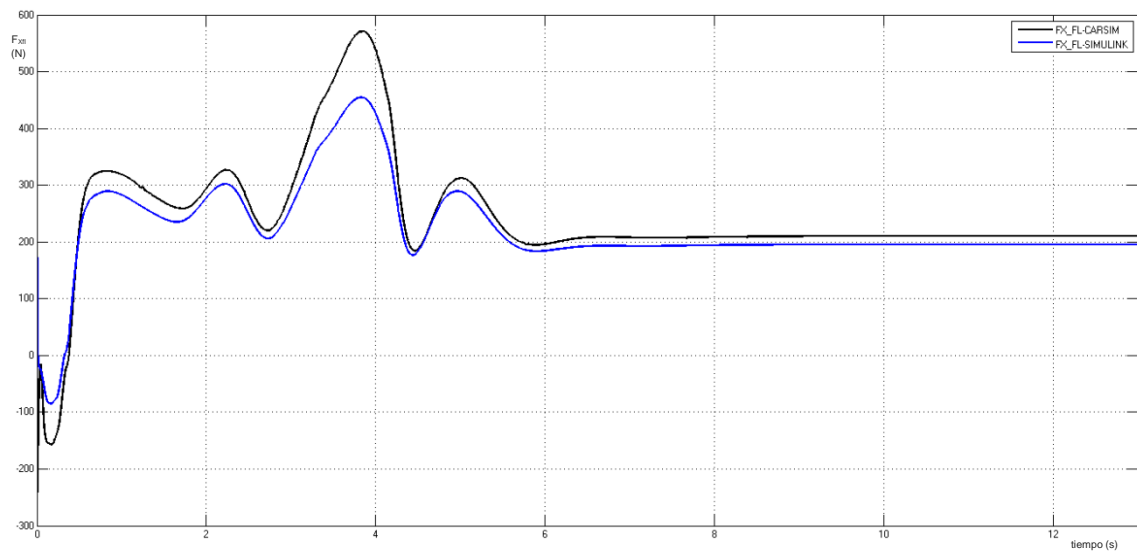


Figura 84: Fuerza longitudinal para el neumático delantero izquierdo para DLC 120Km/h

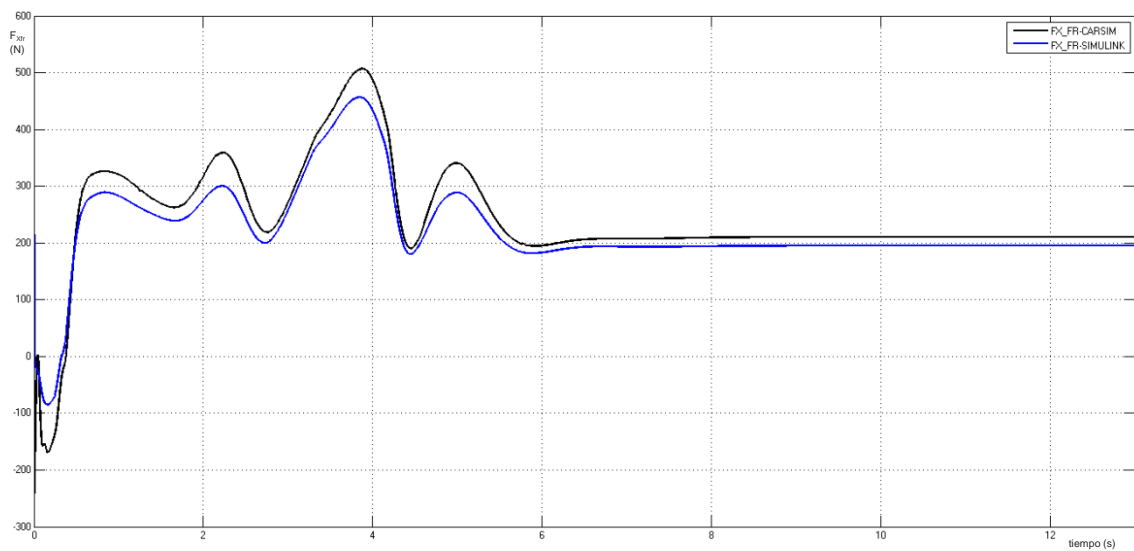


Figura 85: Fuerza longitudinal para el neumático delantero derecho para DLC 120Km/h

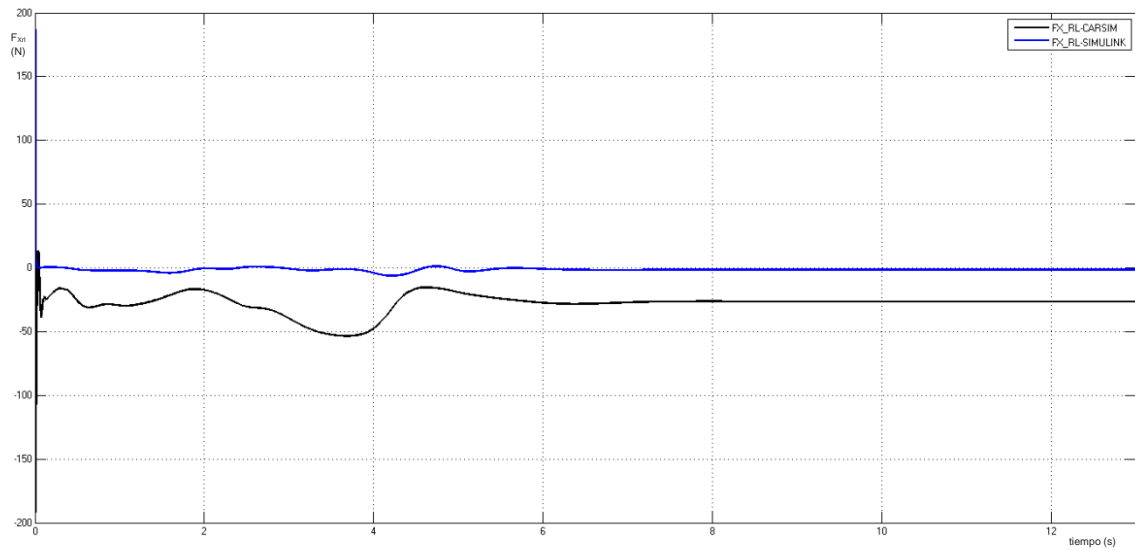


Figura 86: Fuerza longitudinal para el neumático trasero izquierdo para DLC 120Km/h

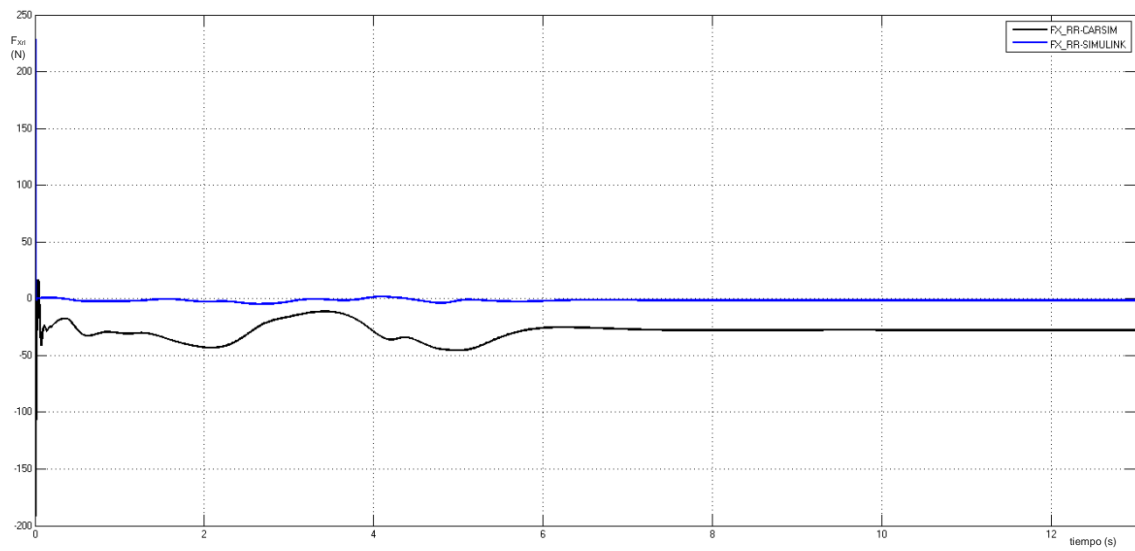


Figura 87: Fuerza longitudinal para el neumático trasero derecho para DLC 120Km/h

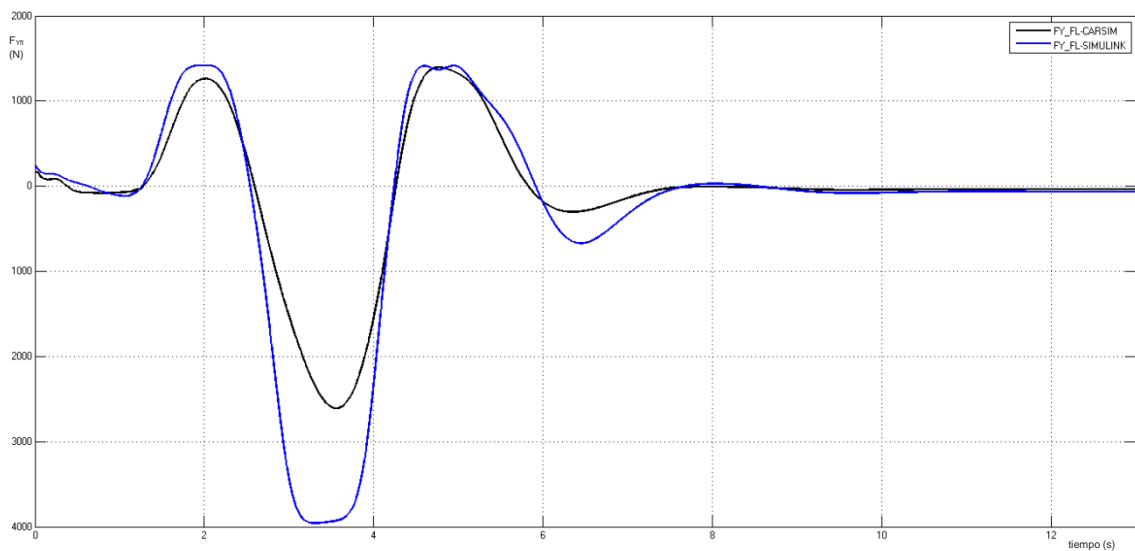


Figura 88: Fuerza lateral para el neumático delantero izquierdo para DLC 120Km/h

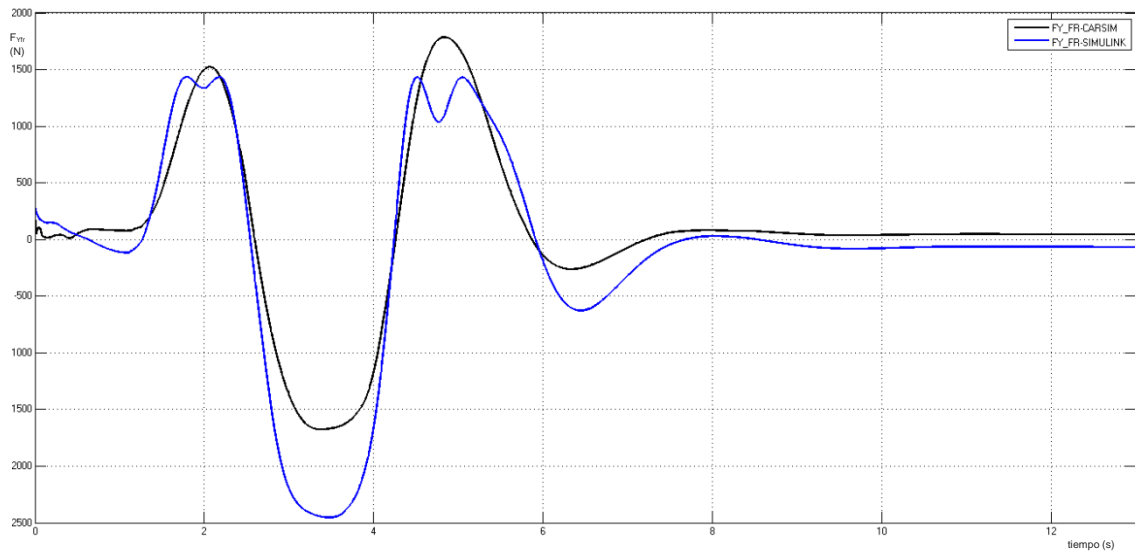


Figura 89: Fuerza lateral para el neumático delantero derecho para DLC 120Km/h

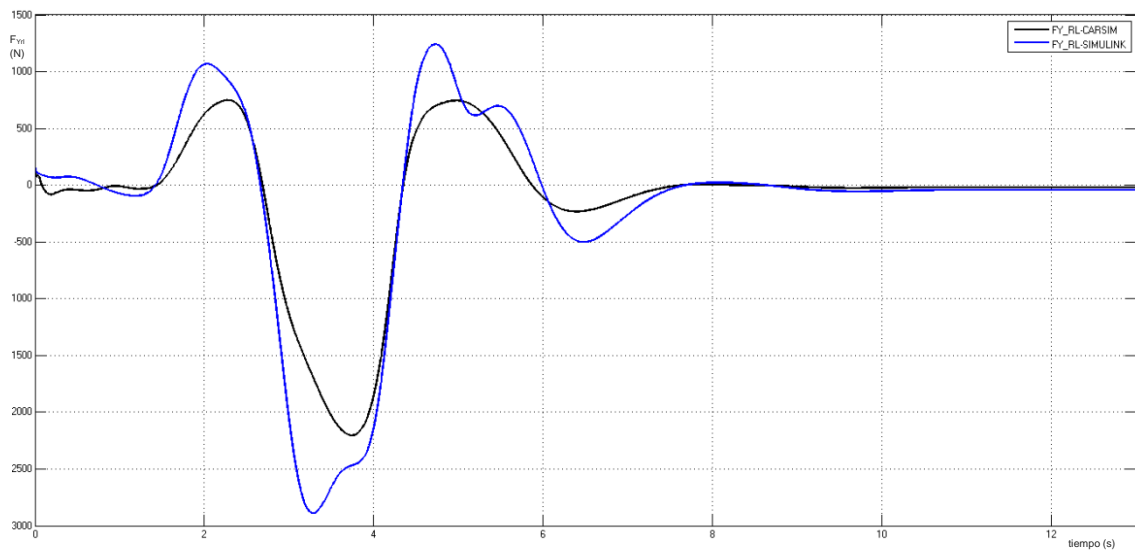


Figura 90: Fuerza lateral para el neumático trasero izquierdo para DLC 120Km/h

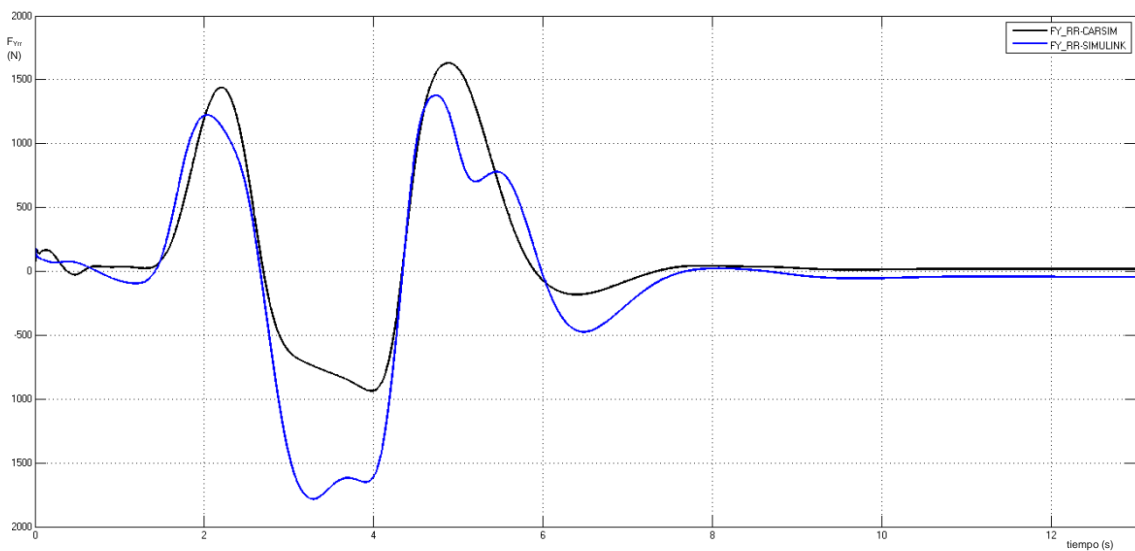


Figura 91: Fuerza lateral para el neumático trasero derecho para DLC 120Km/h

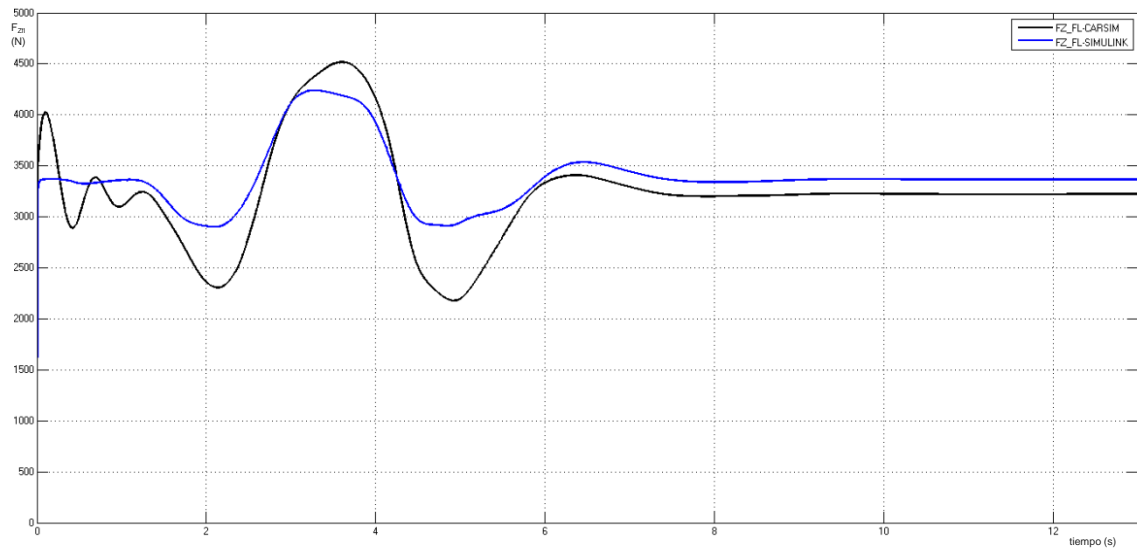


Figura 92: Fuerza vertical para el neumático delantero izquierdo para DLC 120Km/h

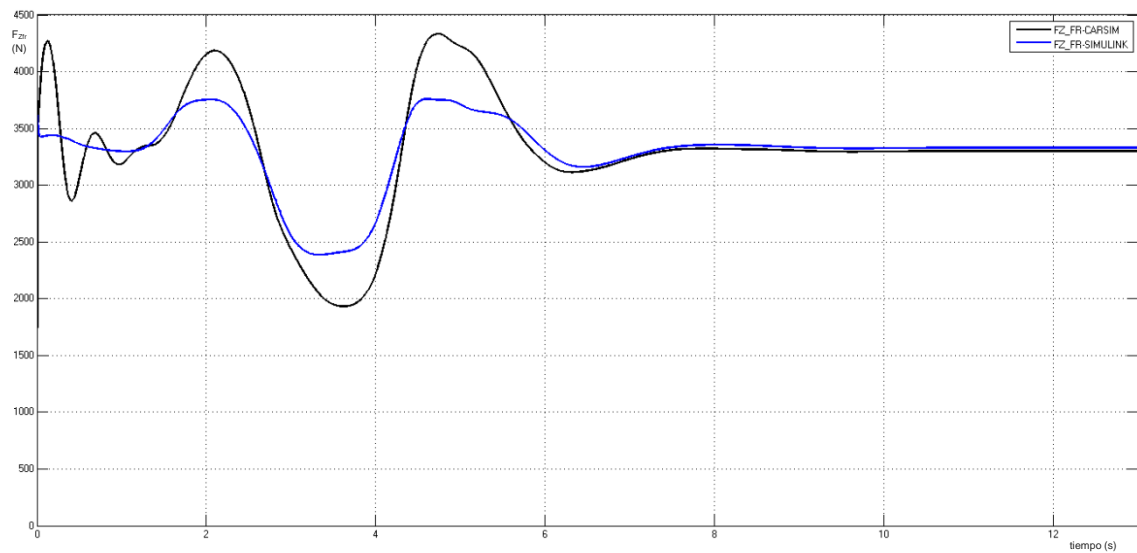


Figura 93: Fuerza vertical para el neumático delantero derecho para DLC 120Km/h

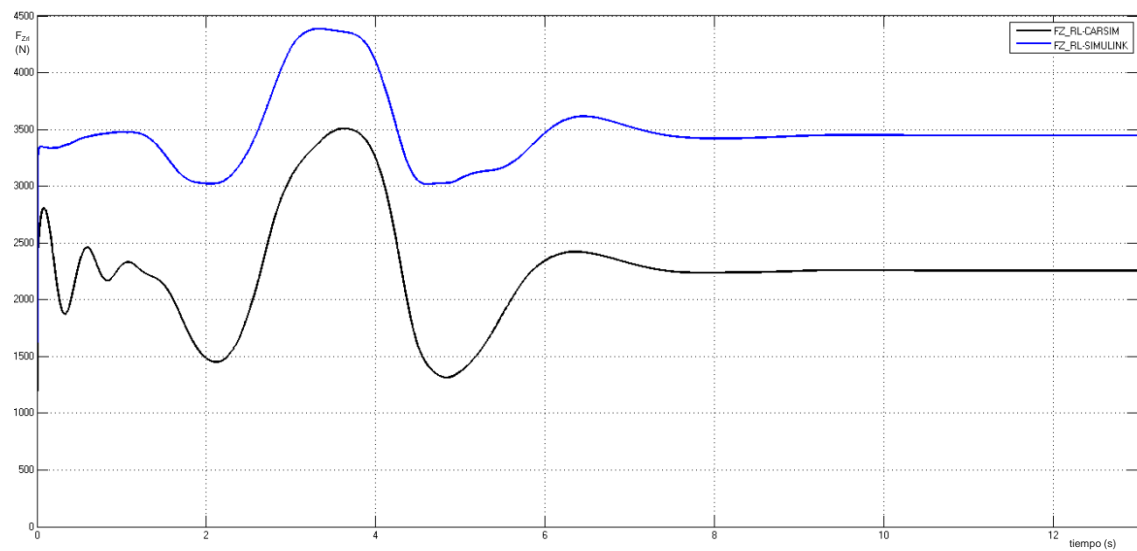


Figura 94: Fuerza vertical para el neumático trasero izquierdo para DLC 120Km/h

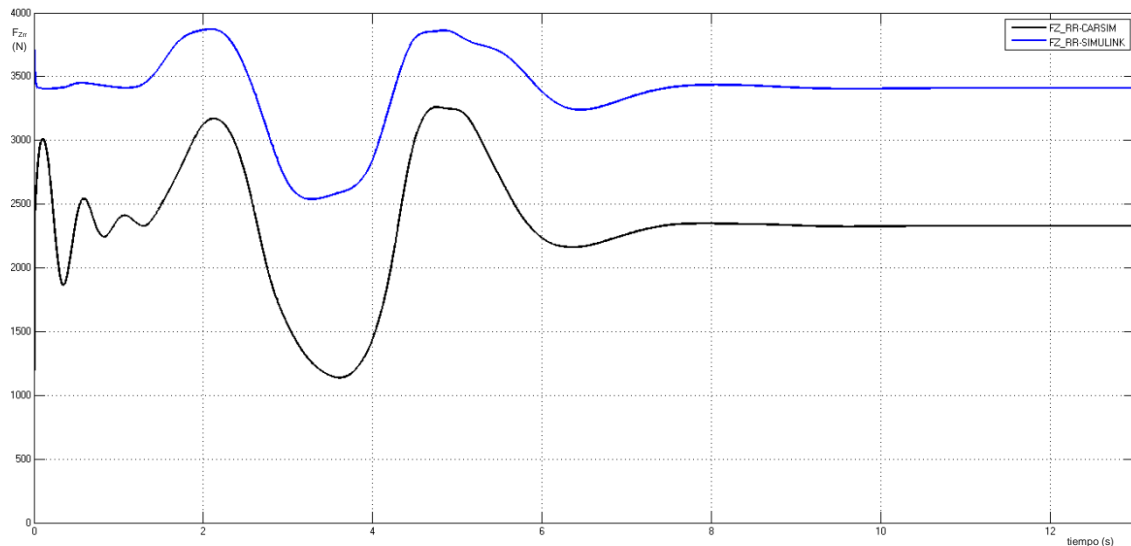


Figura 95: Fuerza vertical para el neumático trasero derecho para DLC 120Km/h

Análisis de los resultados del caso 2

Al igual que en el caso 1, en este segundo caso, las formas que describen los dos métodos de cálculo son muy similares, aunque las fuerzas verticales y longitudinales para el eje trasero del vehículo (Figura 86, Figura 87, Figura 94 y Figura 95) siguen presentando diferencias significativas. A pesar de eso, las variables correspondientes a los grados de libertad presentan también formas muy similares con errores máximos puntuales no muy elevados.

Velocidad longitudinal (U): al igual que en el caso anterior, *CarSim* presenta una velocidad longitudinal constante mientras que para el modelo de *Simulink* es creciente (linealmente) con el tiempo, ver Figura 68, este resultado va a ser común en todos los casos estudiados en el proyecto. El máximo error relativo se encuentra al finalizar la maniobra, para el tiempo 13 segundos, y es $e_U = 12.2\%$.

Velocidad lateral (V): en la Figura 69 se muestra que ambas series de datos son muy similares. El máximo error relativo es $e_V = 30.8\%$ entre los 9 y los 13 segundos.

Velocidad de guiñada (r): aun describiendo ambos métodos de cálculo la misma forma, la menor precisión de esta gráfica (Figura 70) corresponde al periodo de tiempo del tercer al cuarto segundo de la maniobra (en el periodo entre el primer y el segundo cambio de línea, cuando la trayectoria es paralela a la inicial), siendo el máximo error relativo puntual $e_r = 30.4\%$ a los 3,1 segundos. cuando se realiza el segundo giro de volante, compensando el que hace que cambie de carril y se pasa a una trayectoria paralela a la inicial.

Ángulo de balanceo (ϕ): como se observa en la Figura 71, las dos series de datos tienen una forma similar, el máximo error relativo es $e_\phi = 180,3\%$ entre los 9 y los 13 segundos, lo que es un problema matemático causado por la pequeña magnitud y al cambio de signo, sin embargo el error absoluto correspondiente a ese periodo de tiempo es muy pequeño (~ 0.003).

Velocidad angular de las ruedas (ω_i): como en el primer caso, la simulación con *Simulink* describe una recta creciente (linealmente) con el tiempo mientras que en *CarSim* es constante. El máximo error relativo para todas las ruedas es similar y tiene un valor de $e_{\omega_i} = 13.2\%$ y se presenta al finalizar la prueba (a los 13 segundos), como se puede ver en las gráficas, recogidas desde la Figura 72 hasta la Figura 75.

6.3. Círculo de radio 152 metros

En los casos de estudio 3 y 4, se realiza una maniobra en forma de círculo de 152 metros de radio. En primer lugar se muestra una imagen de la maniobra (Figura 96) en la que, al igual que en la maniobra anterior, se han utilizado vehículos fantasma de forma que se pueda apreciar el comportamiento del vehículo a lo largo de toda la prueba.

En segundo lugar se representa la gráfica de la trayectoria de este tipo de maniobra (Figura 97), con el objetivo de definir por completo la prueba. A continuación, sólo para esta prueba, se explica la variación de la velocidad más alta. Por último se presentan las gráficas de las dos velocidades utilizadas para esta maniobra, realizándose un análisis al final de cada caso de estudio.



Figura 96: Maniobra del círculo de 152 metros de radio.

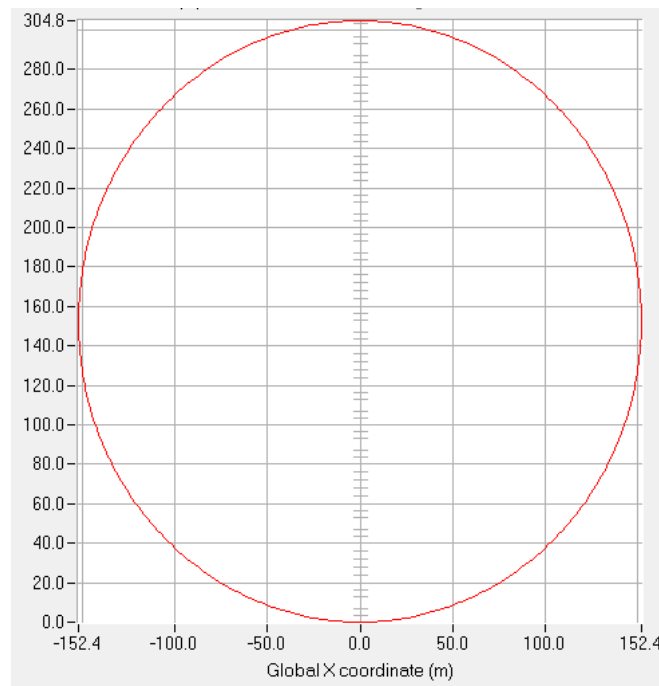


Figura 97: Trayectoria de la maniobra del círculo de 152 metros de radio

6.3.1. Círculo de radio 152 metros a 120 Km/h

En la realización de la simulación de este caso, el programa genera un error para el tiempo 3,1373 segundos. Al estudiar la causa de este error se comprueba que el vehículo no sólo se sale de la vía, sino que derrapa en dirección lateral, como se ve en la Figura 98. Además de no seguir la trayectoria indicada en la Figura 96, tiene un desplazamiento lateral (derrape). En la Figura 99 se aprecia que el efecto de la fuerza centrífuga es tal, que el coche apoya tanto la llanta como el lateral del vehículo en la calzada. Debido a esto, y con el objetivo de tener dos casos de estudio completos por cada maniobra, se reduce la velocidad impuesta a *CarSim* a 100 Km/h.



Figura 98: Derrape en la maniobra del círculo de radio 152m



Figura 99: Detalle del derrape en la maniobra del círculo de radio 152m

6.3.2. Caso 3: Círculo de radio 152 metros a 80 Km/h

Seguidamente se muestran las gráficas, desde la Figura 100 hasta la Figura 127, con la comparación de los resultados entre *CarSim* y el modelo de *Simulink* para el caso de estudio número 3, círculo de 152 metros de radio a 80 Km/h. Análogamente al apartado del doble cambio de línea, en esta maniobra, las series de cada gráfica siguen el mismo criterio de colores: negro para los resultados de *CarSim* y azul para los resultados del modelo de 8 grados de libertad implementado en *Simulink*.

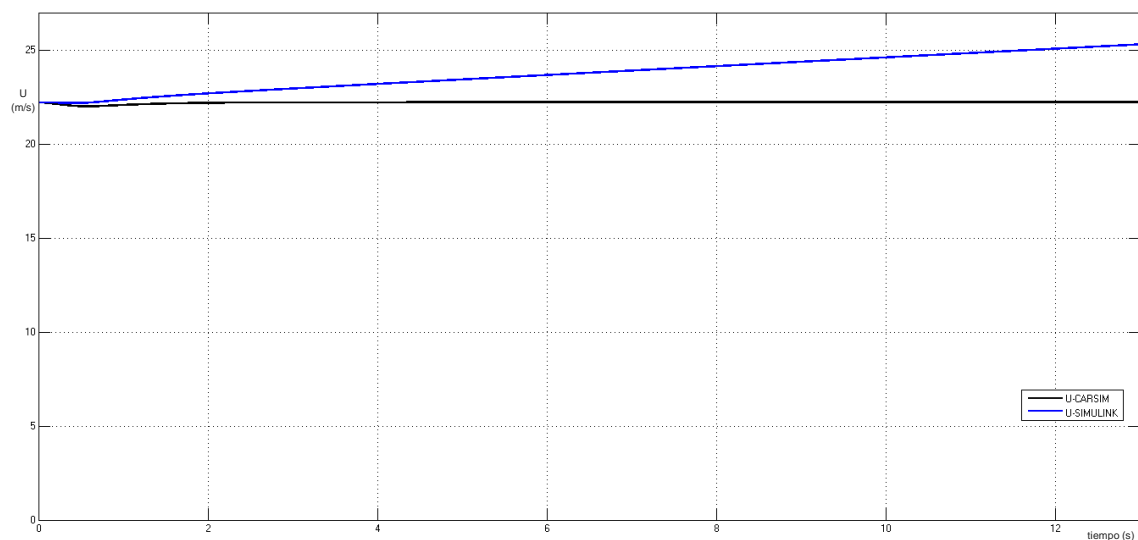


Figura 100: Velocidad longitudinal para TC 80 Km/h

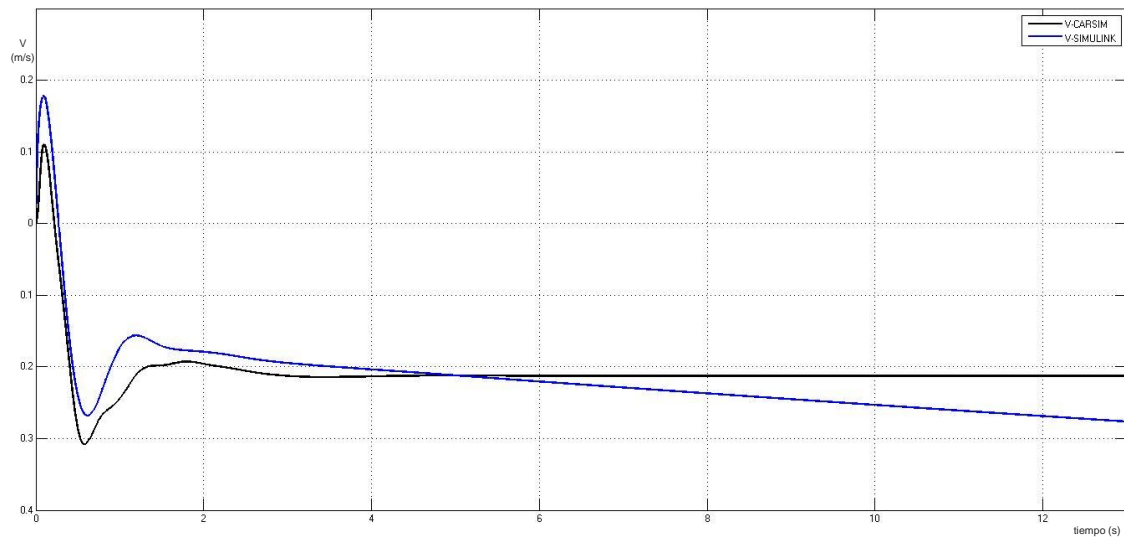


Figura 101: Velocidad lateral para TC 80 Km/h

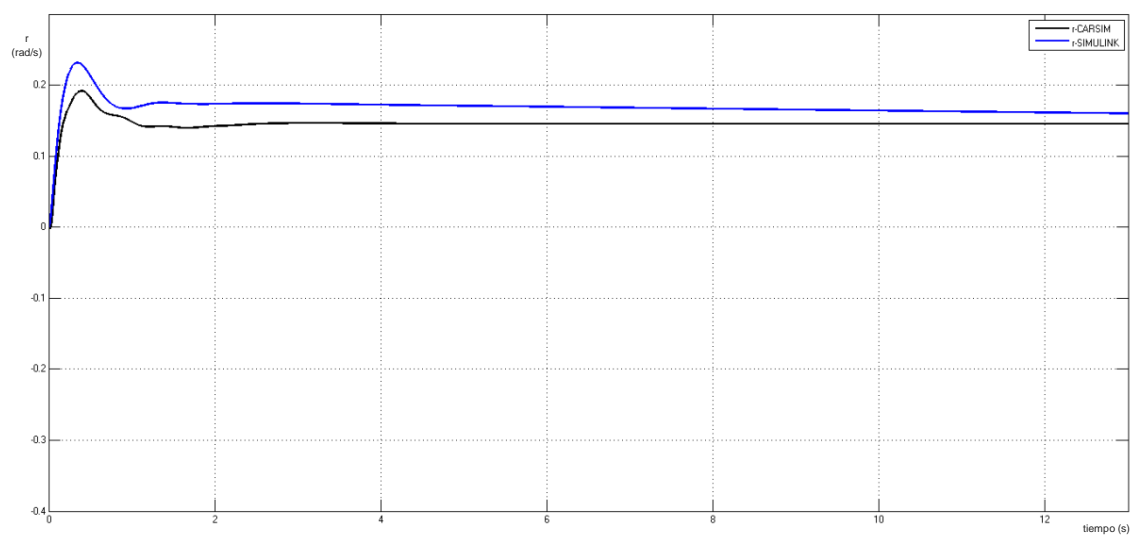


Figura 102: Velocidad de guiñada para TC 80 Km/h

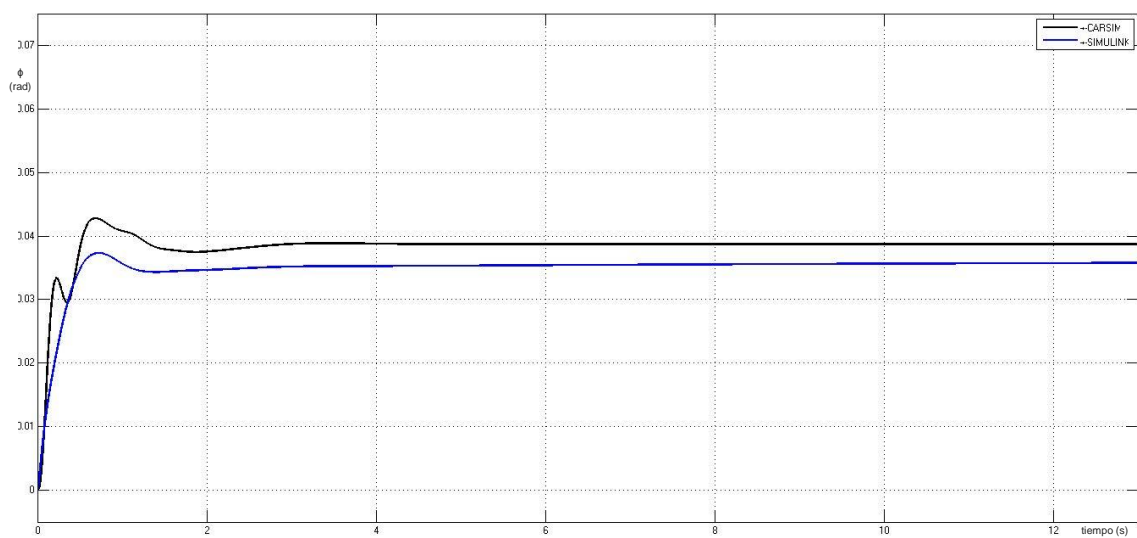


Figura 103: Ángulo de balanceo para TC 80 Km/h

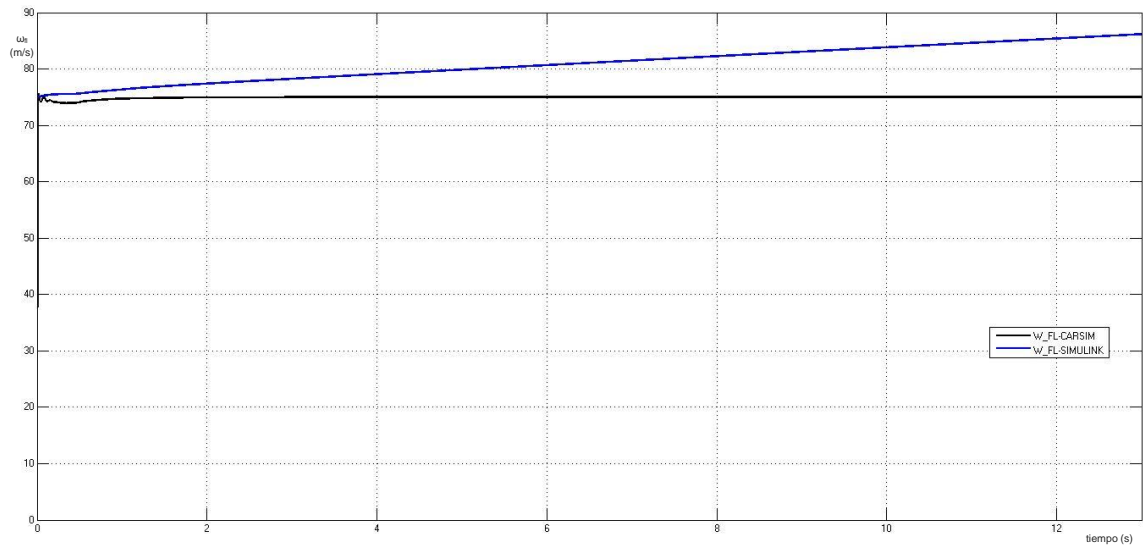


Figura 104: Velocidad Angular del neumático delantero izquierdo para TC 80 Km/h

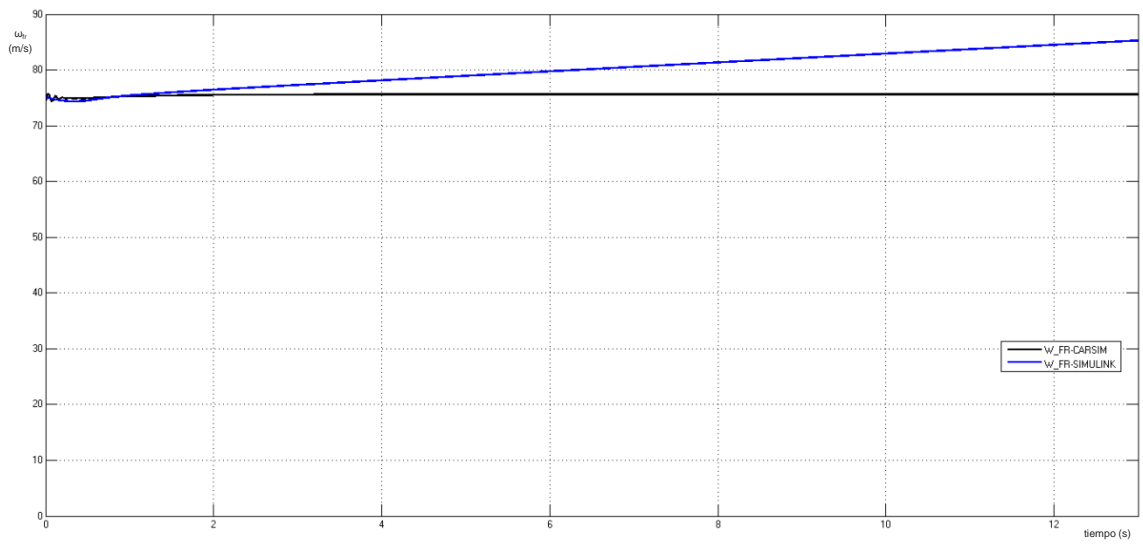


Figura 105: Velocidad Angular del neumático delantero derecho para TC 80 Km/h

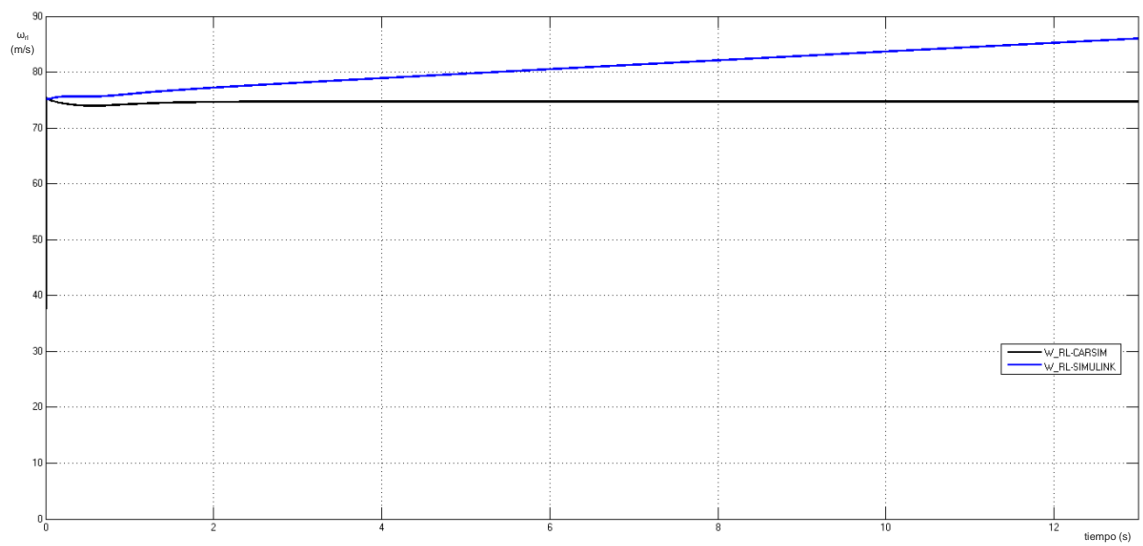


Figura 106: Velocidad Angular del neumático trasero izquierdo para TC 80 Km/h

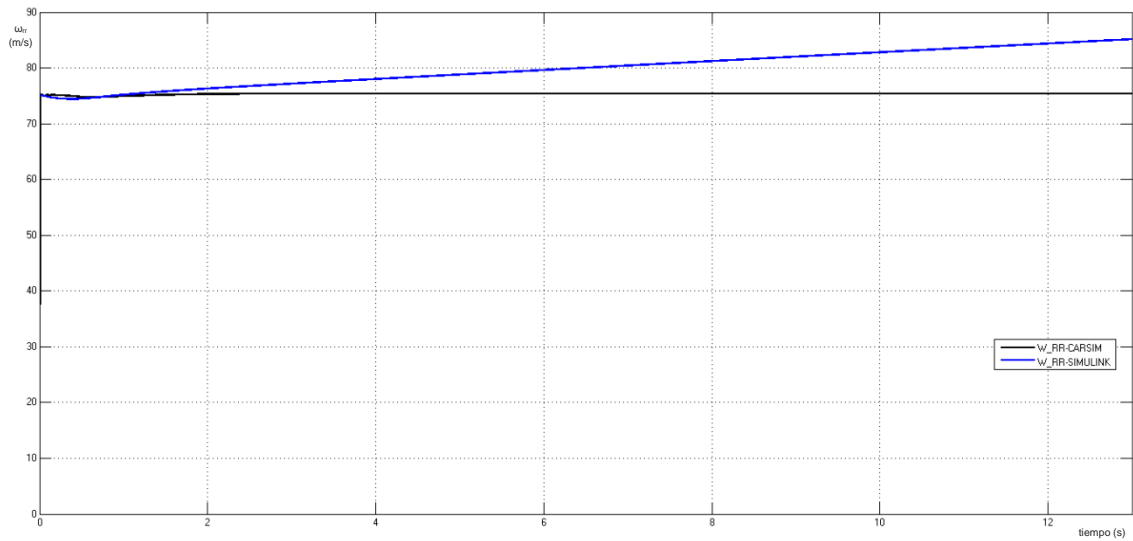


Figura 107: Velocidad Angular del neumático trasero derecho para TC 80 Km/h

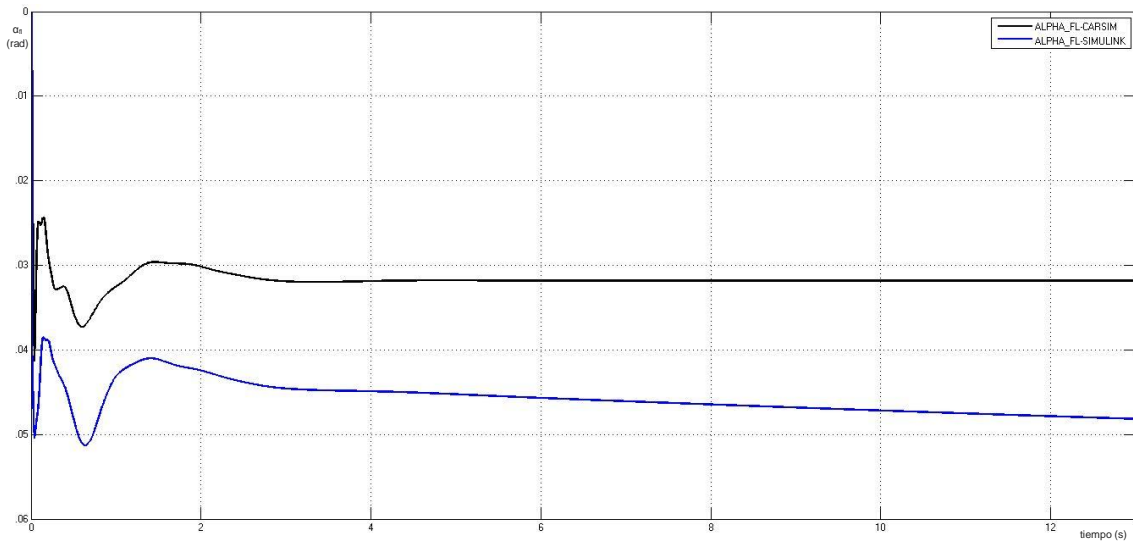


Figura 108: Deslizamiento lateral del neumático delantero izquierdo para TC 80 Km/h

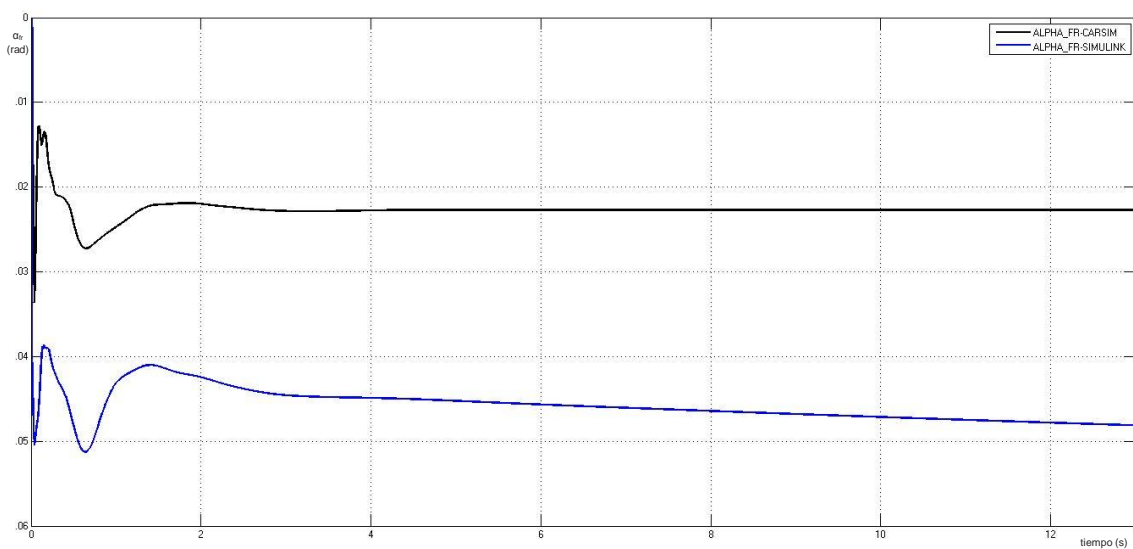


Figura 109: Deslizamiento lateral del neumático delantero derecho para TC 80 Km/h

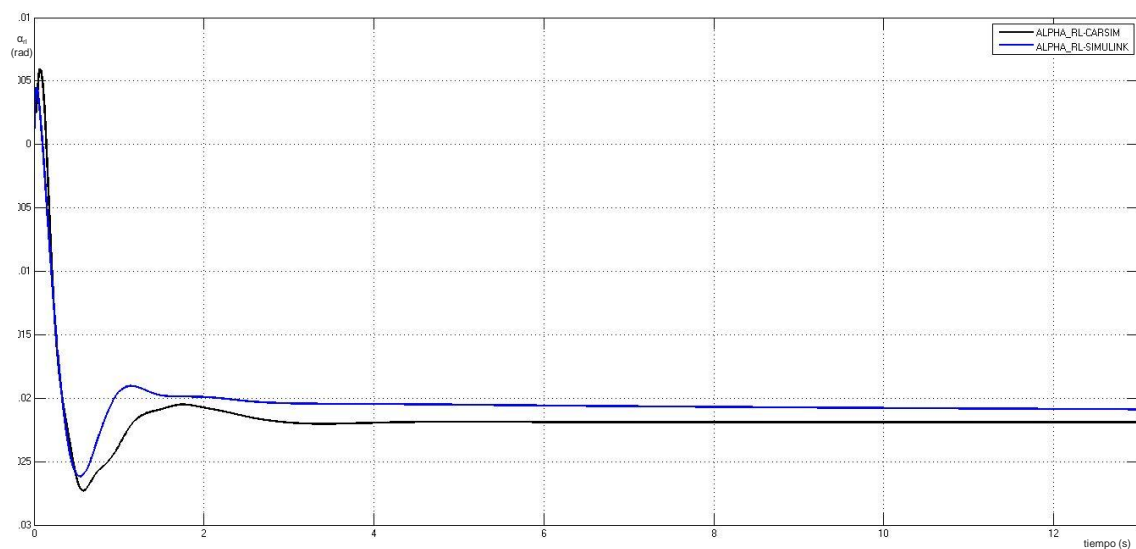


Figura 110: Deslizamiento lateral del neumático trasero izquierdo para TC 80 Km/h

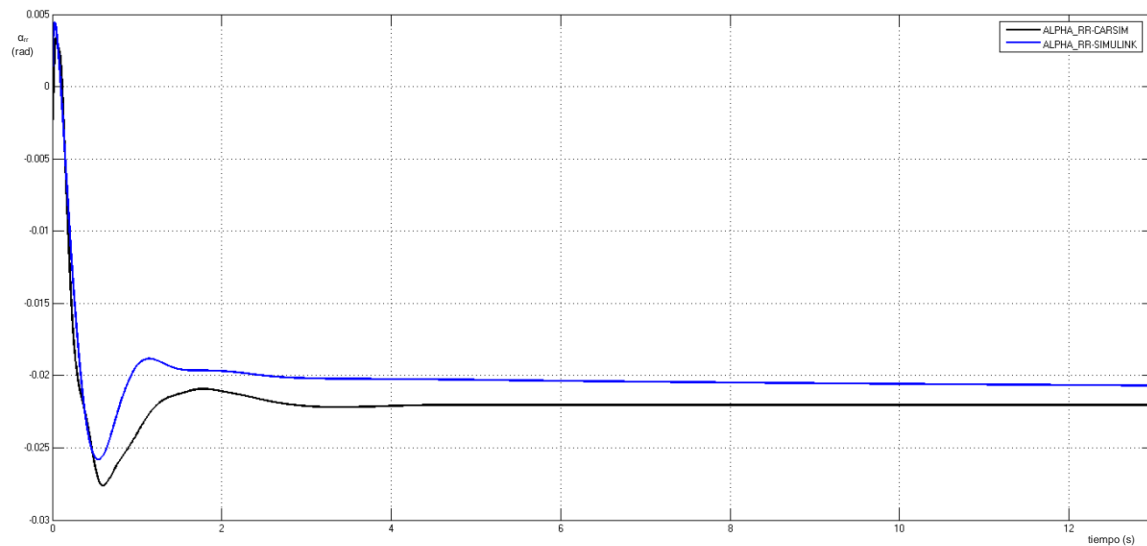


Figura 111: Deslizamiento lateral del neumático trasero derecho para TC 80 Km/h

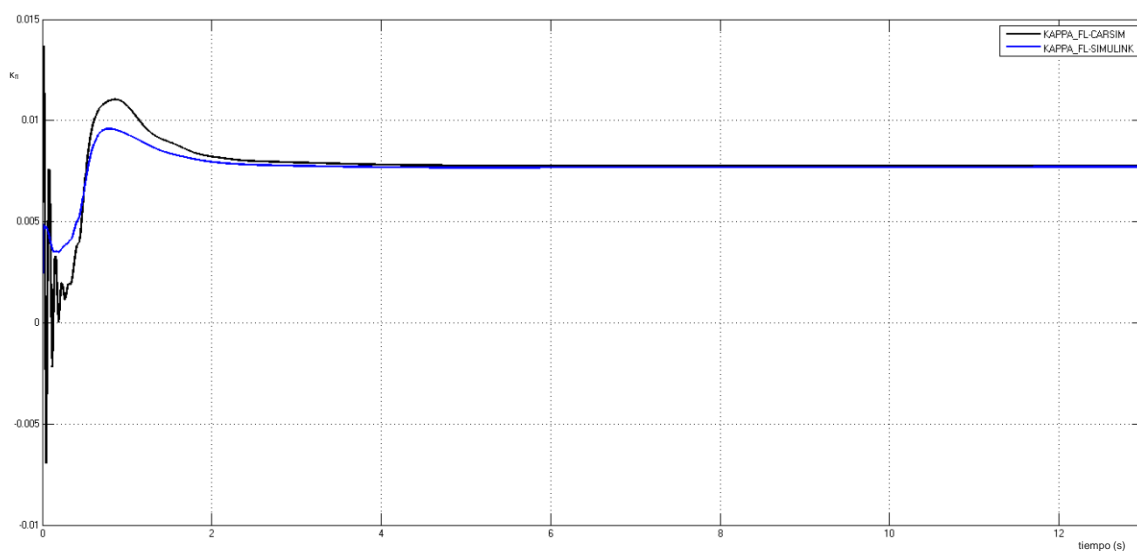


Figura 112: Deslizamiento longitudinal del neumático delantero izquierdo para TC 80 Km/h

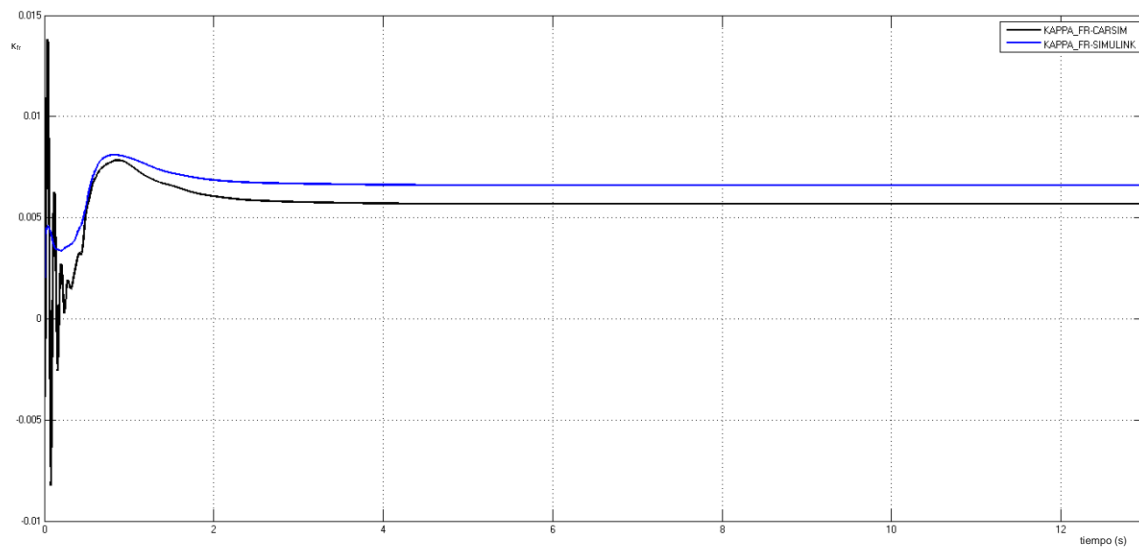


Figura 113: Deslizamiento longitudinal del neumático delantero derecho para TC 80 Km/h

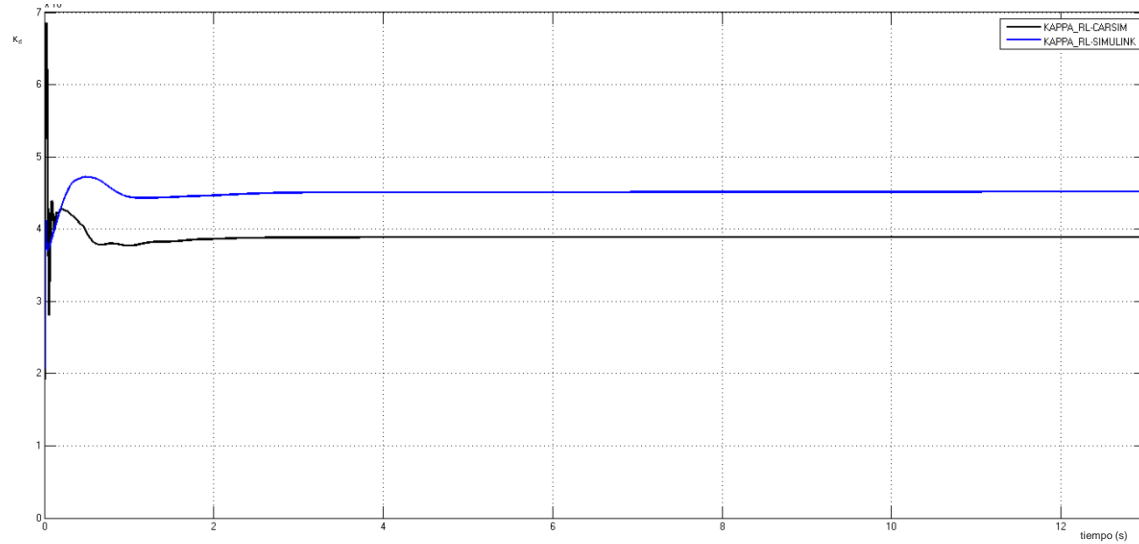


Figura 114: Deslizamiento longitudinal del neumático trasero izquierdo para TC 80 Km/h

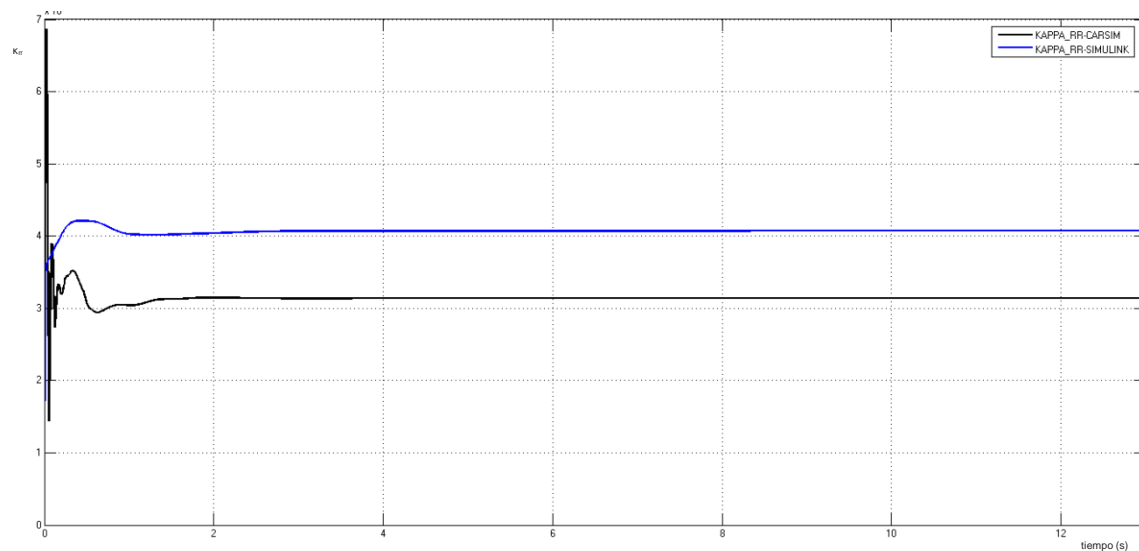


Figura 115: Deslizamiento longitudinal del neumático trasero derecho para TC 80 Km/h

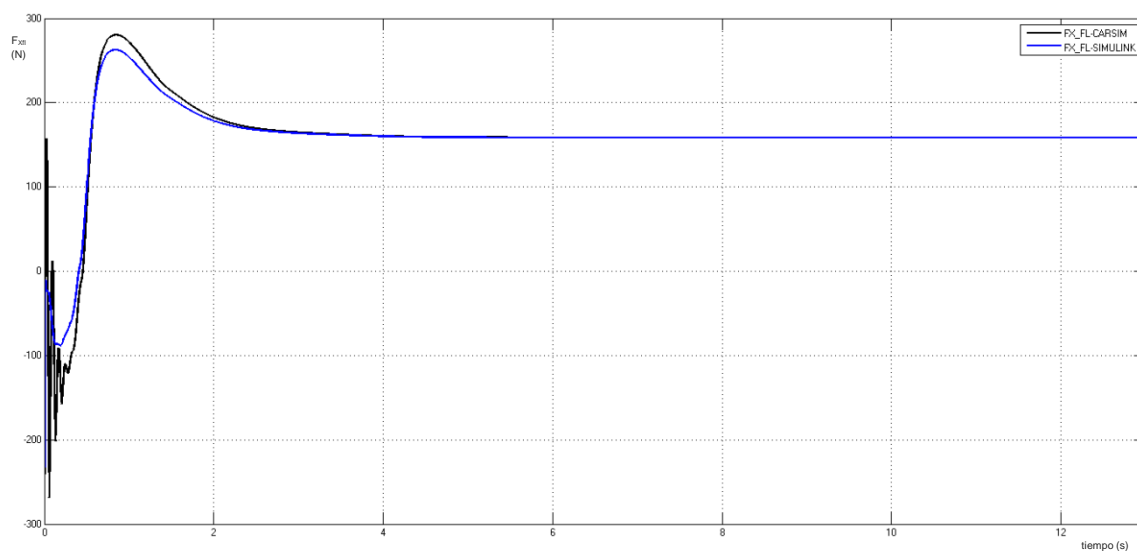


Figura 116: Fuerza longitudinal para el neumático delantero izquierdo para TC 80 Km/h

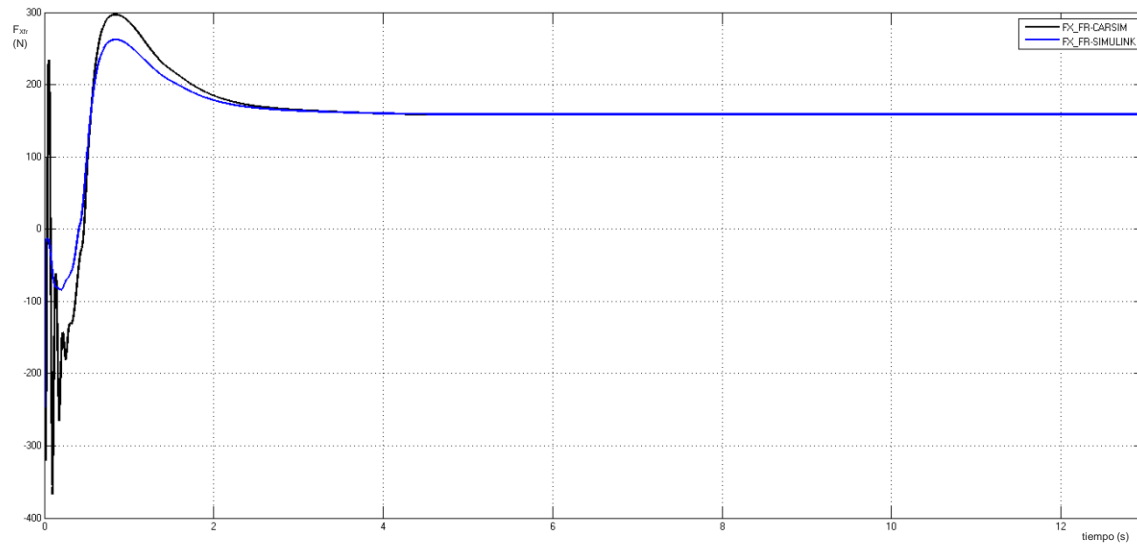


Figura 117: Fuerza longitudinal para el neumático delantero derecho para TC 80 Km/h

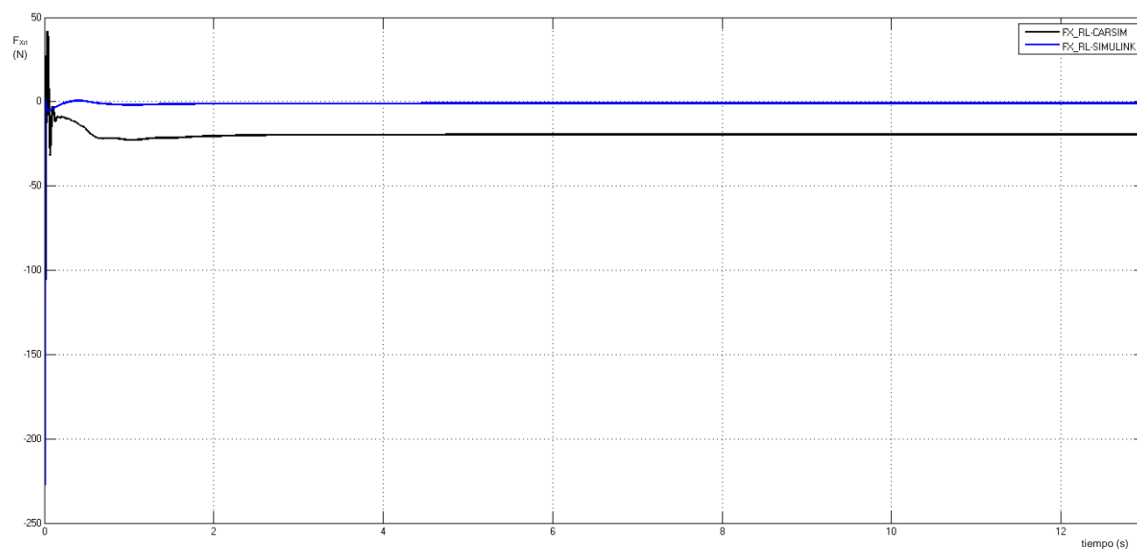


Figura 118: Fuerza longitudinal para el neumático trasero izquierdo para TC 80 Km/h

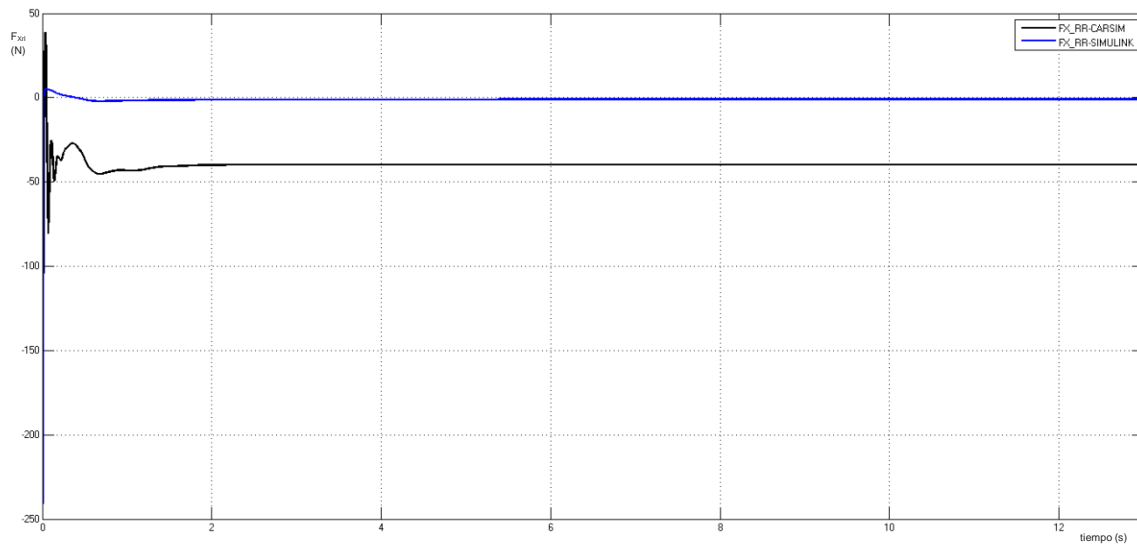


Figura 119: Fuerza longitudinal para el neumático trasero derecho para TC 80 Km/h

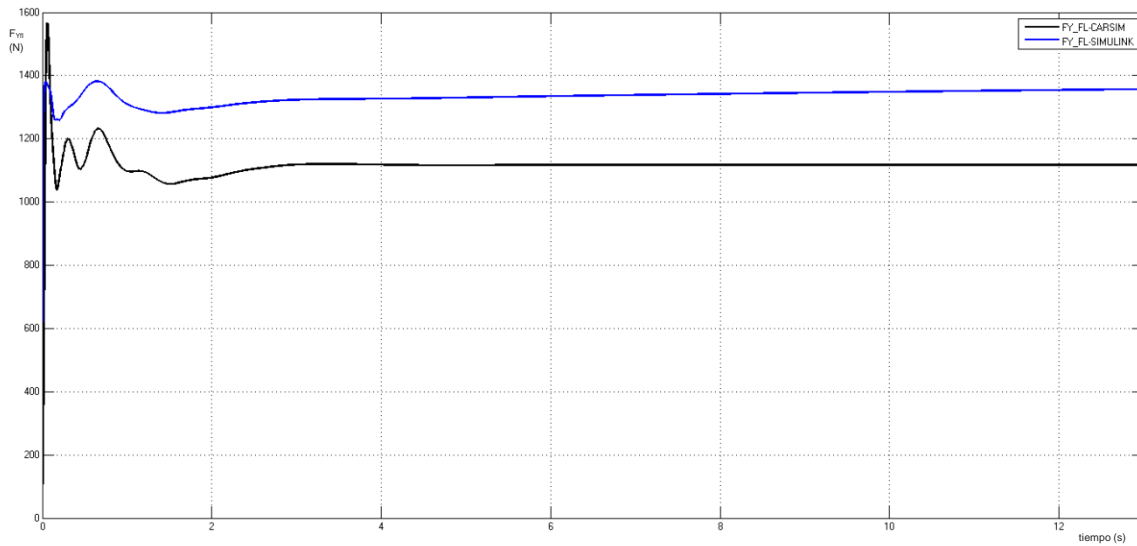


Figura 120: Fuerza lateral para el neumático delantero izquierdo para TC 80 Km/h

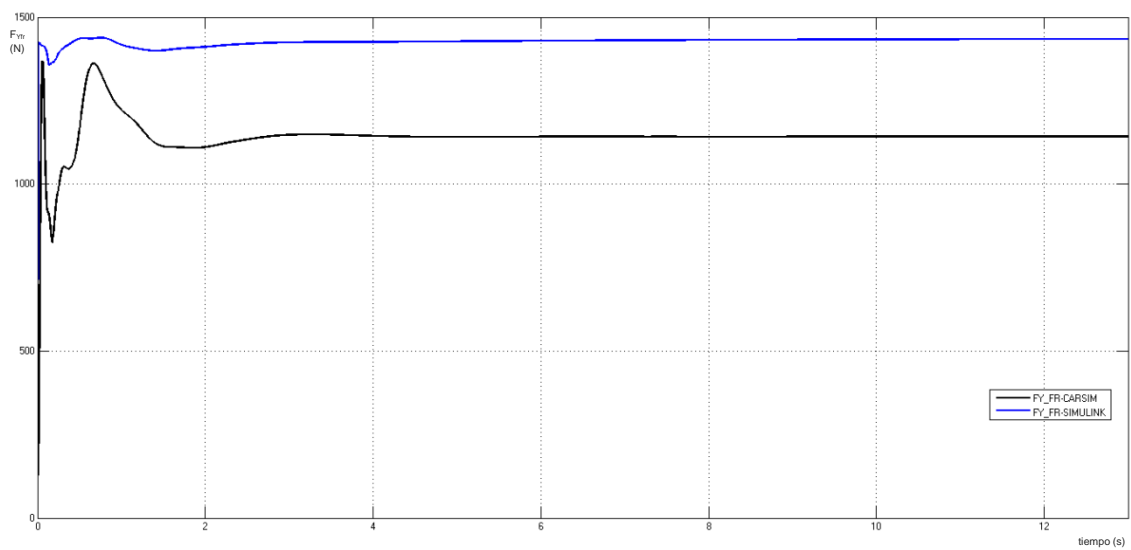


Figura 121: Fuerza lateral para el neumático delantero derecho para TC 80 Km/h

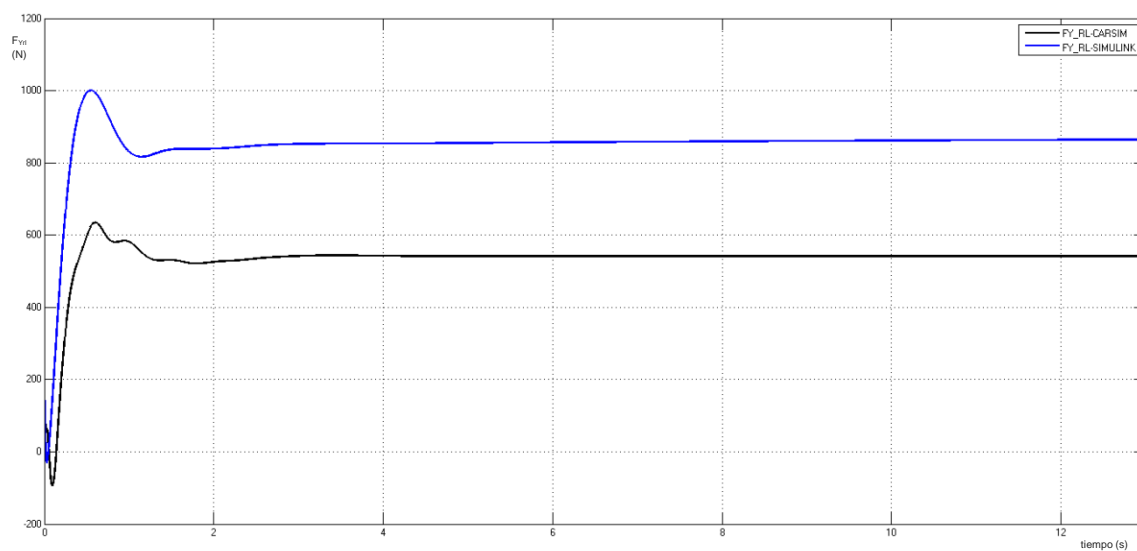


Figura 122: Fuerza lateral para el neumático trasero izquierdo para TC 80 Km/h

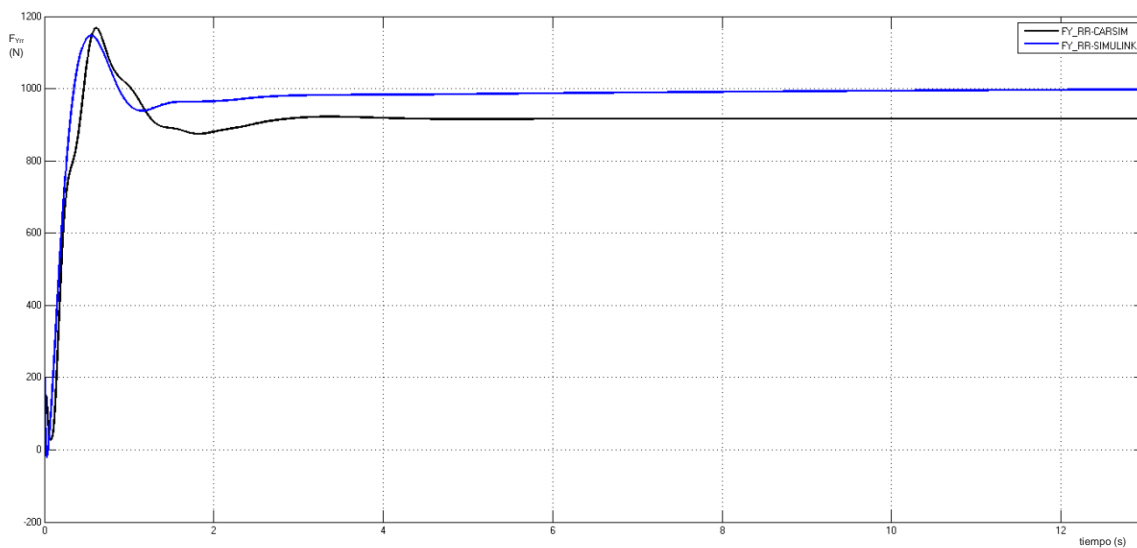


Figura 123: Fuerza lateral para el neumático trasero derecho para TC 80 Km/h

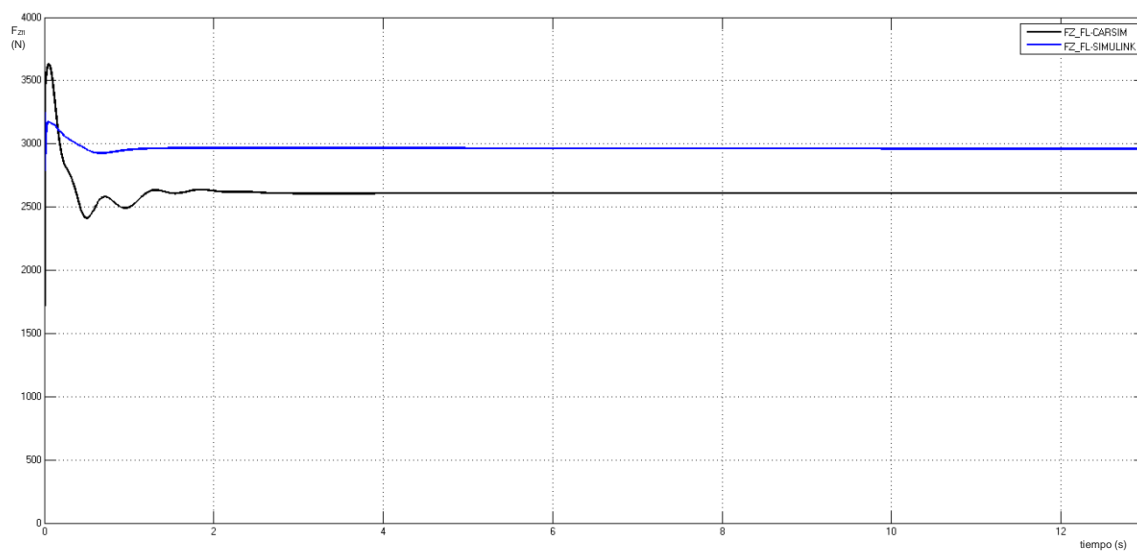


Figura 124: Fuerza vertical para el neumático delantero izquierdo para TC 80 Km/h

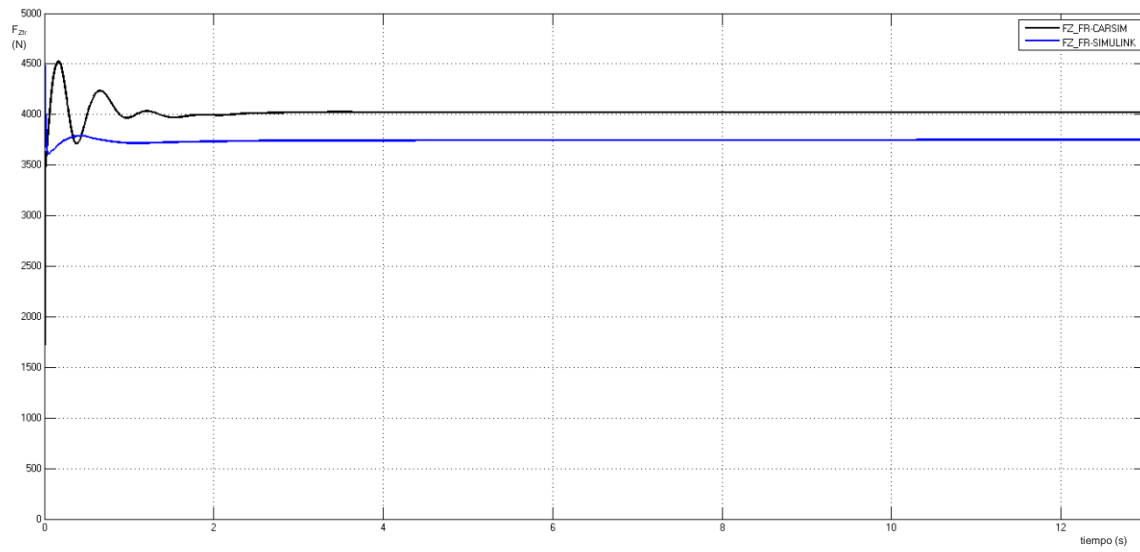


Figura 125: Fuerza vertical para el neumático delantero derecho para TC 80 Km/h

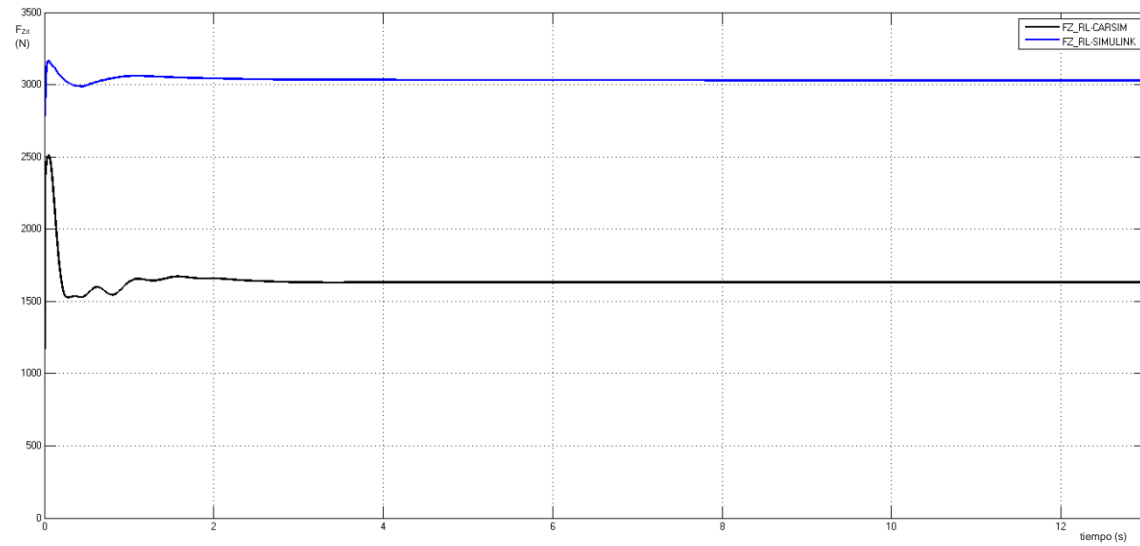


Figura 126: Fuerza vertical para el neumático trasero izquierdo para TC 80 Km/h

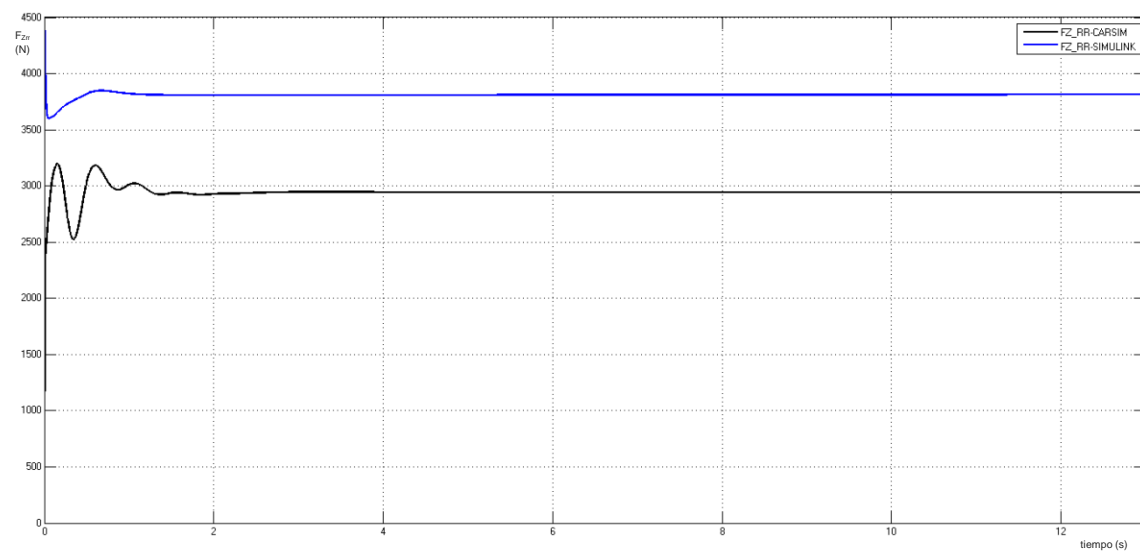


Figura 127: Fuerza vertical para el neumático trasero derecho para TC 80 Km/h

Análisis de los resultados del caso 3

Para el caso 3, curva de 152 m de radio a 80 Km/h, las formas de las gráficas que describen los dos métodos de cálculo son muy similares, aunque las fuerzas verticales y longitudinales para el eje trasero del vehículo (Figura 86, Figura 87, Figura 94 y Figura 95) y las fuerzas laterales del neumático delantero derecho (Figura 121) y trasero izquierdo (Figura 122) siguen presentando diferencias significativas. A pesar de ello, las variables correspondientes a los grados de libertad tienen formas muy similares, con errores máximos puntuales no muy elevados.

Velocidad longitudinal (U): como en la maniobra anterior, *CarSim* presenta una velocidad longitudinal constante mientras que para el modelo de *Simulink* es creciente (linealmente) con el tiempo, ver Figura 100, este resultado es común a todo el proyecto. El máximo error relativo se obtiene al finalizar la maniobra, a los 13 segundos, y es $e_U = 13.9\%$.

Velocidad lateral (V): se observa que ambas series de datos son muy similares, ver Figura 101. El máximo error relativo es $e_V = 29.6\%$ y se produce al finalizar la maniobra.

Velocidad de guiñada (r): ambas series presentan la misma forma, como se aprecia en la Figura 102. El máximo error relativo es $e_r = 21.2\%$, y corresponde a los 2 segundos y va decreciendo de forma lineal con el tiempo hasta llegar al 9% al finalizar la maniobra.

Ángulo de balanceo (ϕ): como se observa en la Figura 103, las dos series de datos tienen una forma similar, el máximo error relativo es $e_\phi = 20\%$ puntual para el primer segundo, descendiendo hasta el 7% durante el resto de la maniobra.

Velocidad angular de las ruedas (ω_i): al igual que en la primera maniobra, la simulación con *Simulink* describe una recta creciente con el tiempo mientras que en *CarSim* la recta es constante. El máximo error relativo para todas las ruedas es $e_{\omega_i} = 13.8\%$ y se produce al finalizar la prueba (a los 13 segundos), y además es similar en todos los casos, como se aprecia en las gráficas representadas desde la Figura 104 hasta la Figura 107.

6.3.3. Caso 4: Círculo de radio 152 metros a 100 Km/h

Los resultados con las gráficas donde se comparan los dos métodos de cálculo empleados en este proyecto, tanto los datos utilizados como control (*CarSim*) como los datos calculados con el modelo de ocho grados de libertad (*Simulink*), para el caso de estudio número 4 (curva de 152m a 120Km/h) se presentan desde la Figura 128 hasta la Figura 155.

Como en los casos anteriores, los dos métodos de cálculo se representan en la misma gráfica para que puedan compararse, tal y como aparece en la leyenda de todas las gráficas, el color negro corresponde a *CarSim* y el color azul a la simulación con *Simulink*.

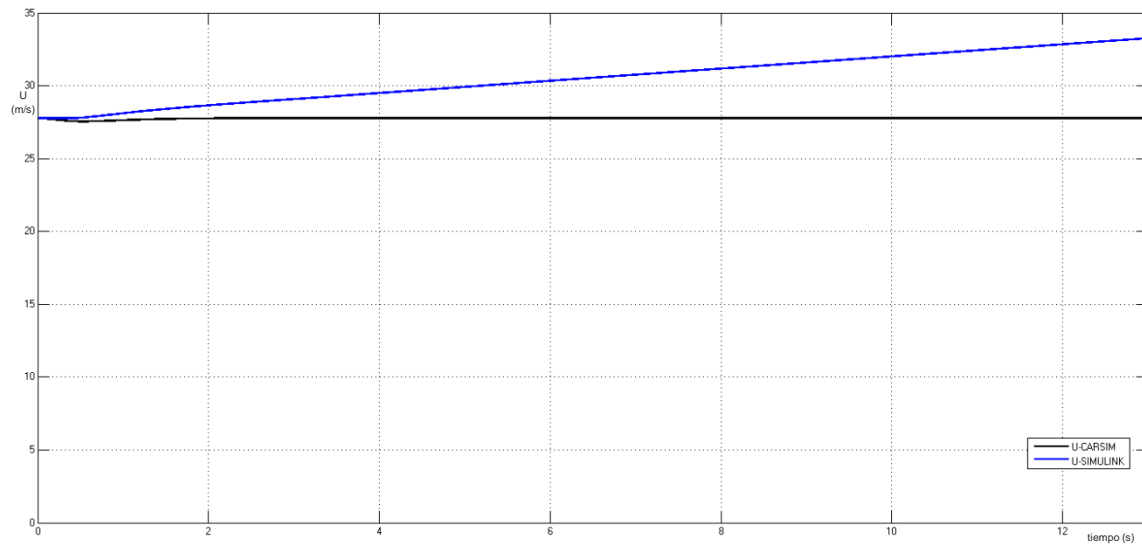


Figura 128: Velocidad longitudinal para TC 100 Km/h

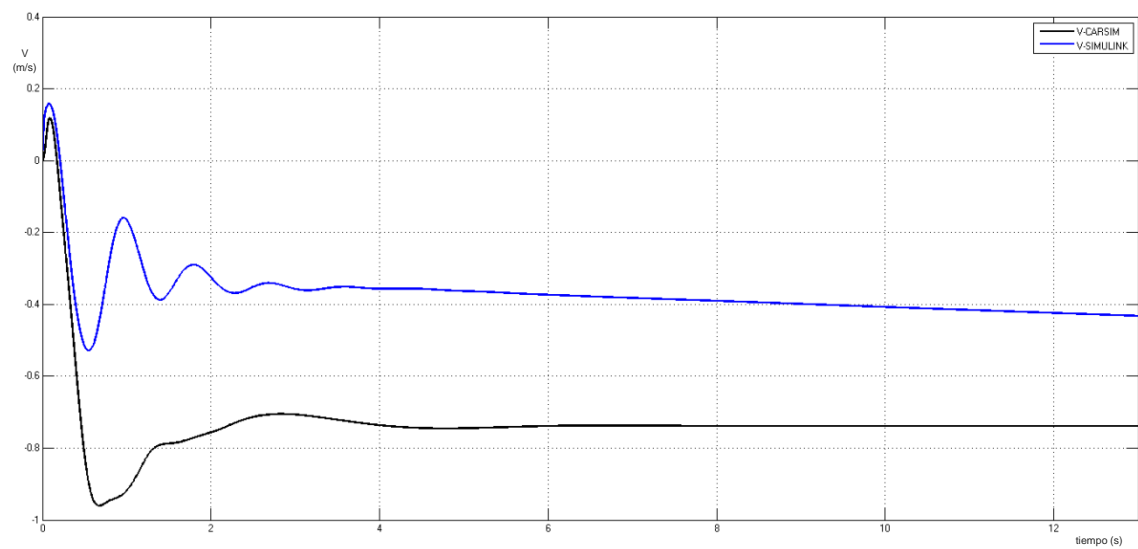


Figura 129: Velocidad lateral para TC 100 Km/h

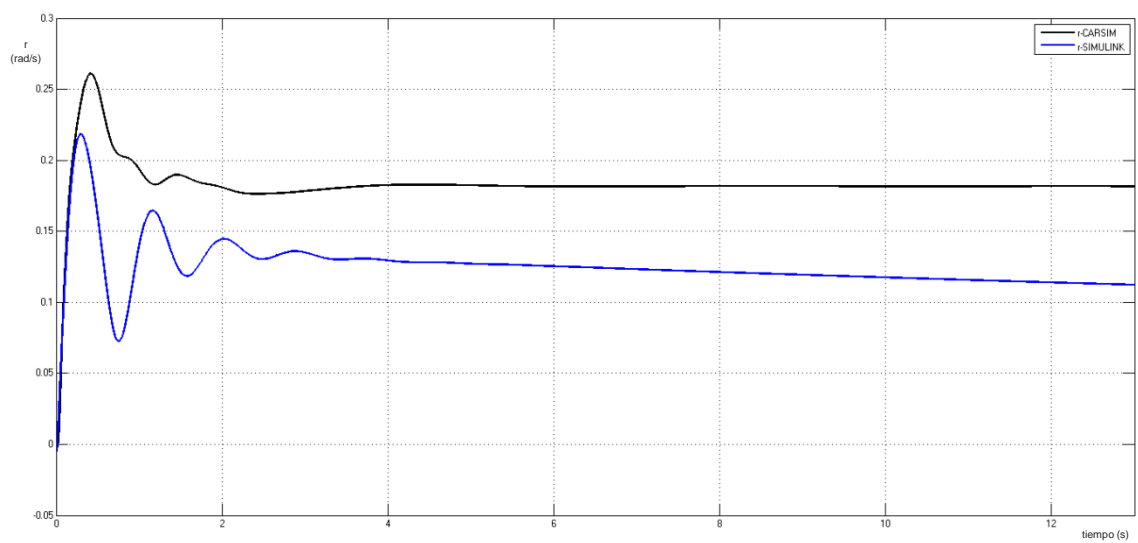


Figura 130: Velocidad de guiñada para TC 100 Km/h

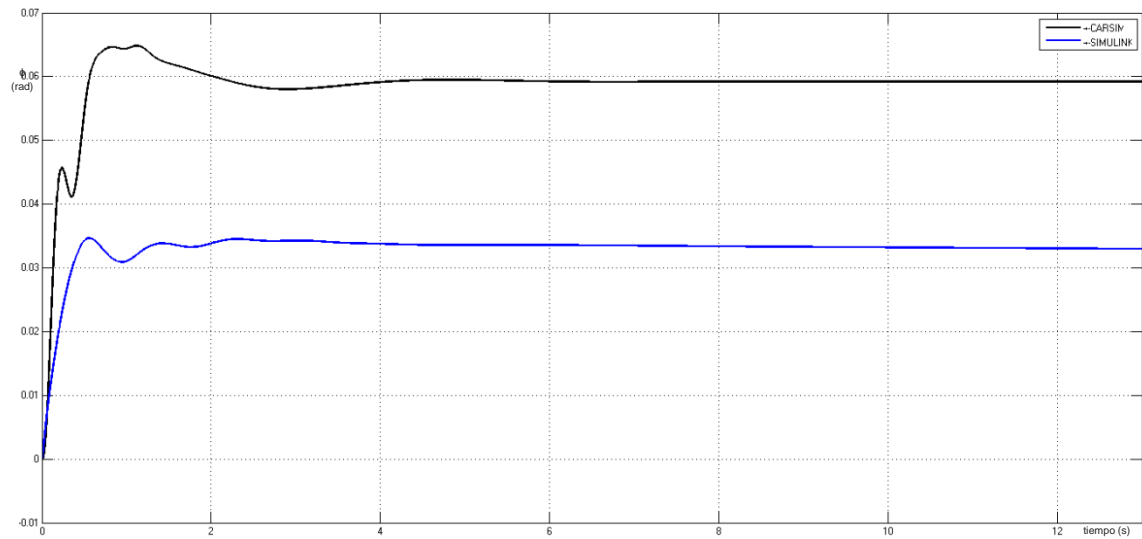


Figura 131: Ángulo de balanceo para TC 100 Km/h

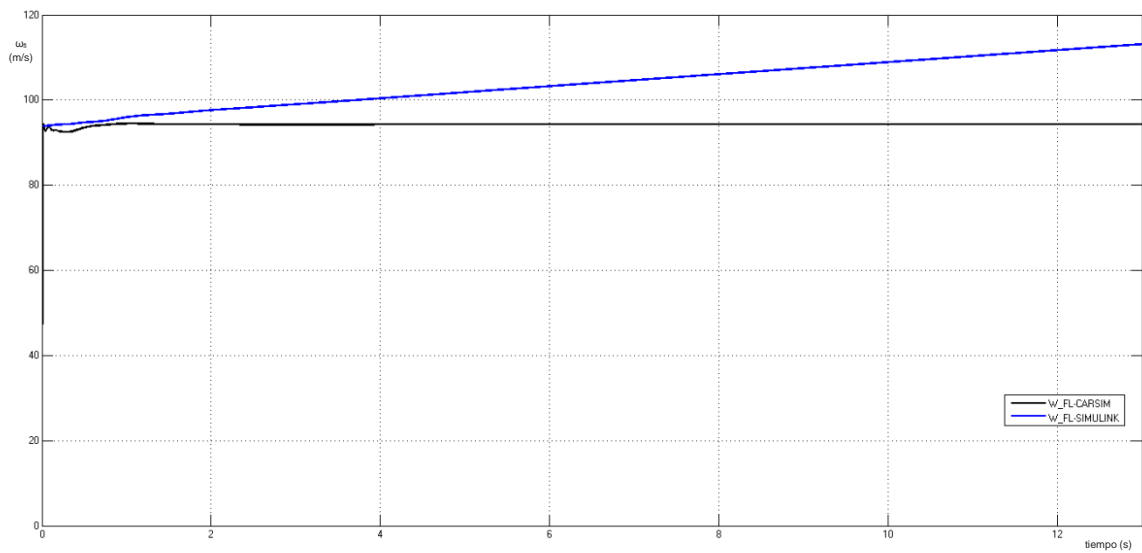


Figura 132: Velocidad Angular del neumático delantero izquierdo para TC 100 Km/h

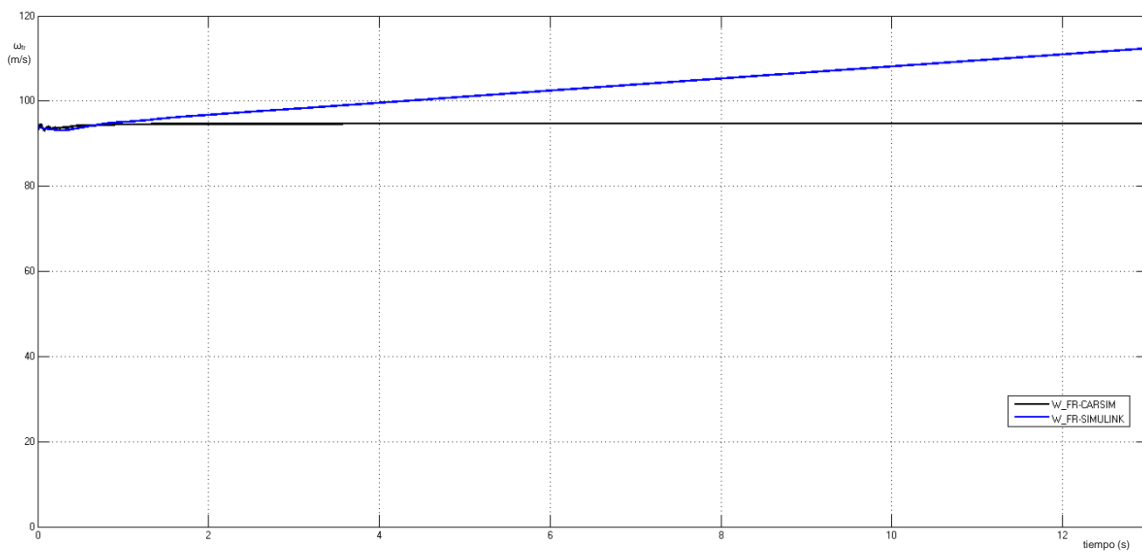


Figura 133: Velocidad Angular del neumático delantero derecho para TC 100 Km/h

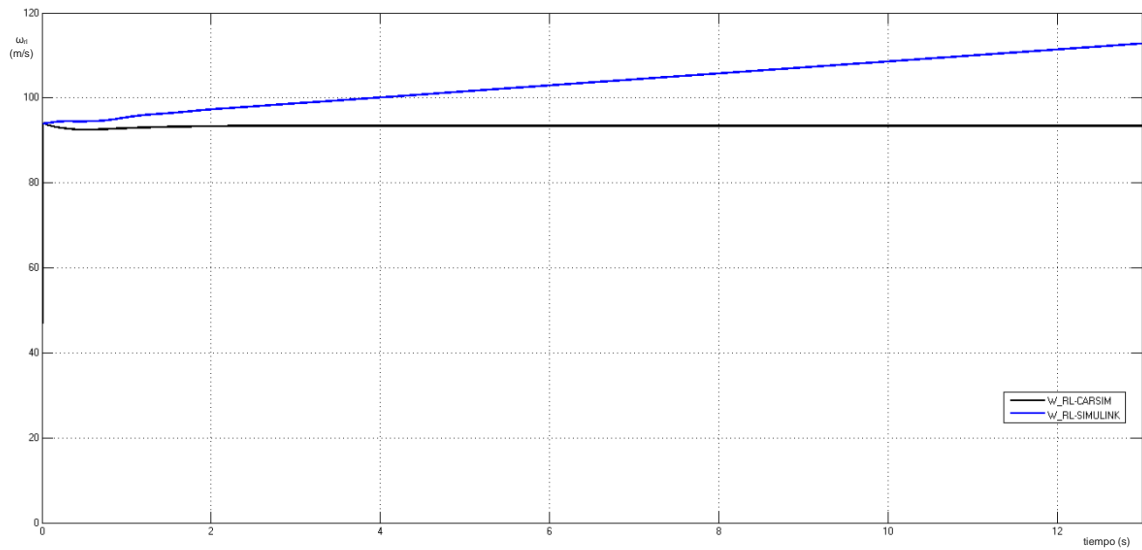


Figura 134: Velocidad Angular del neumático trasero izquierdo para TC 100 Km/h

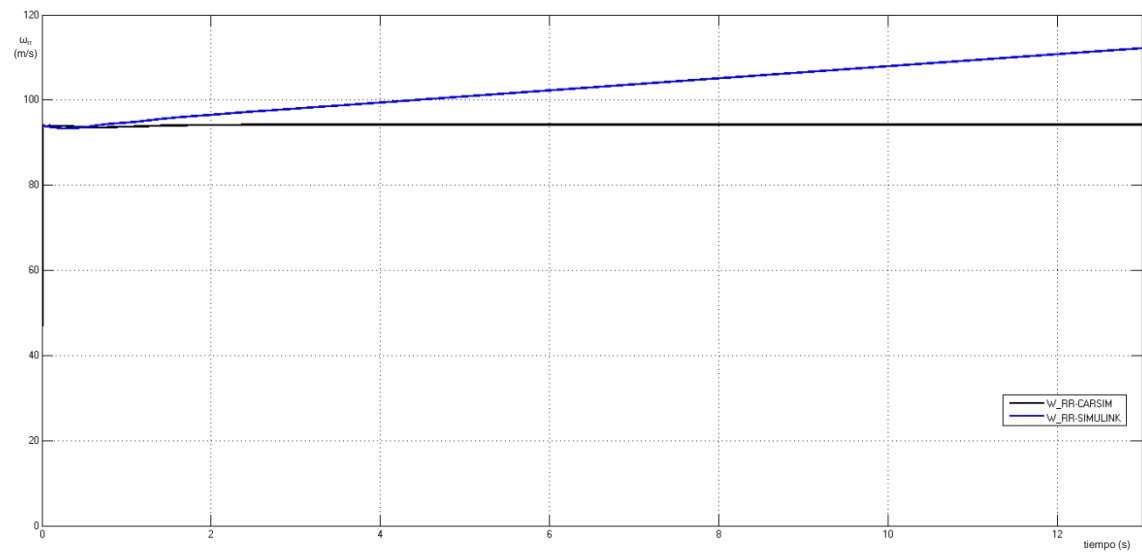


Figura 135: Velocidad Angular del neumático trasero derecho para TC 100 Km/h

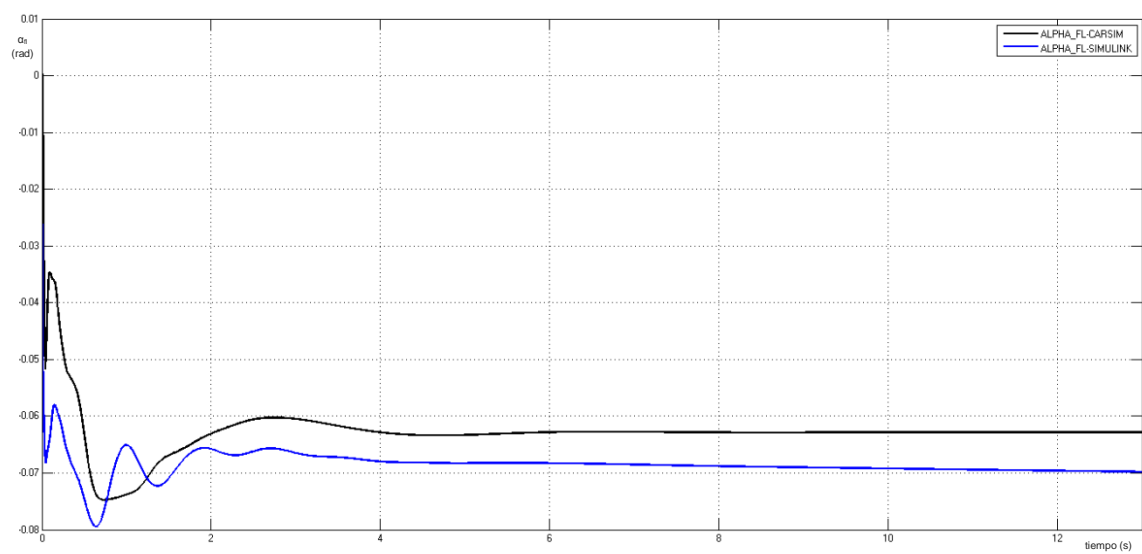


Figura 136: Deslizamiento lateral del neumático delantero izquierdo para TC 100 Km/h

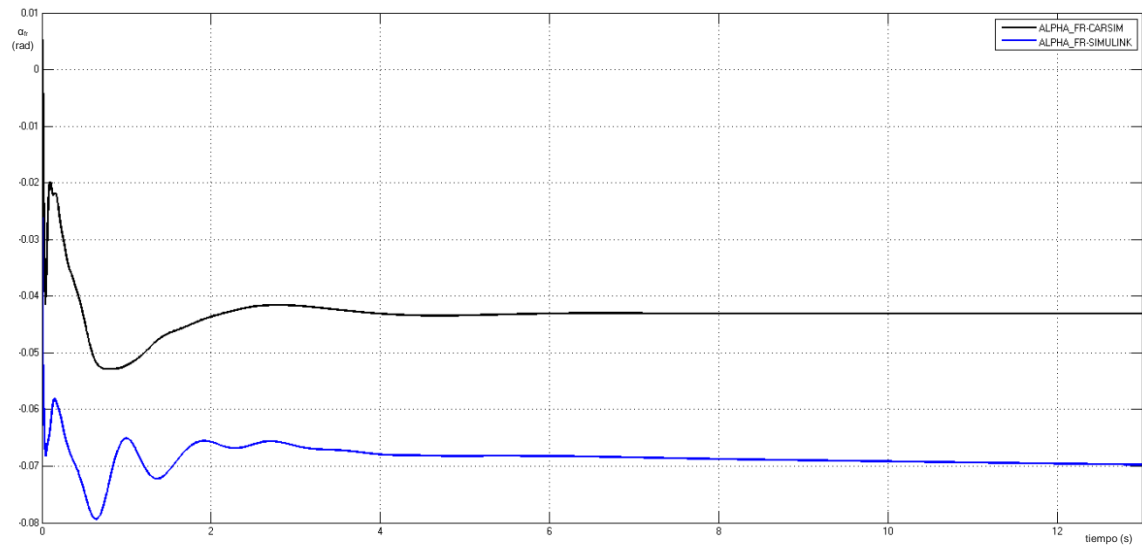


Figura 137: Deslizamiento lateral del neumático delantero derecho para TC 100 Km/h

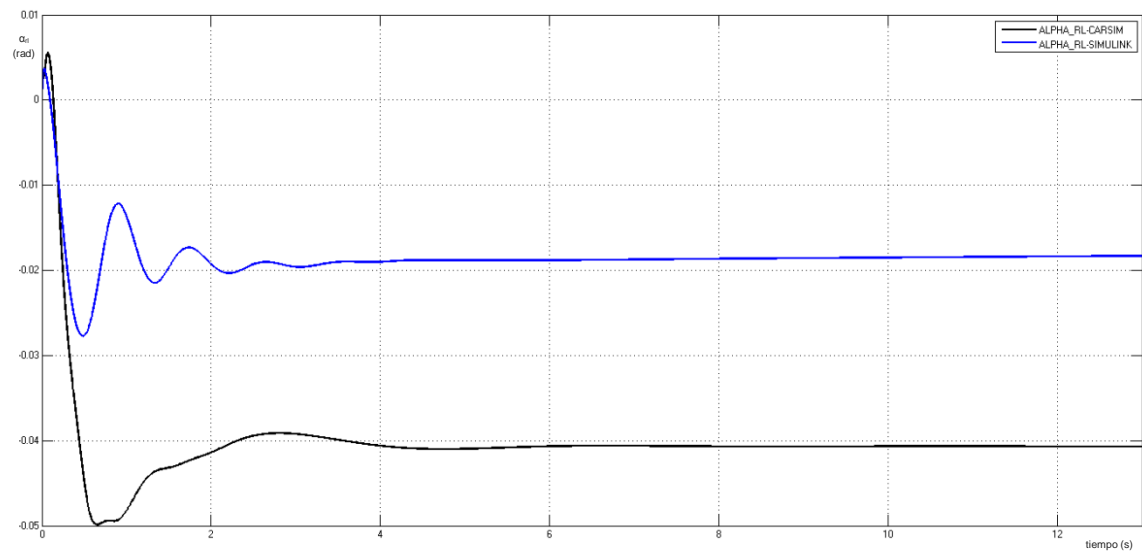


Figura 138: Deslizamiento lateral del neumático trasero izquierdo para TC 100 Km/h

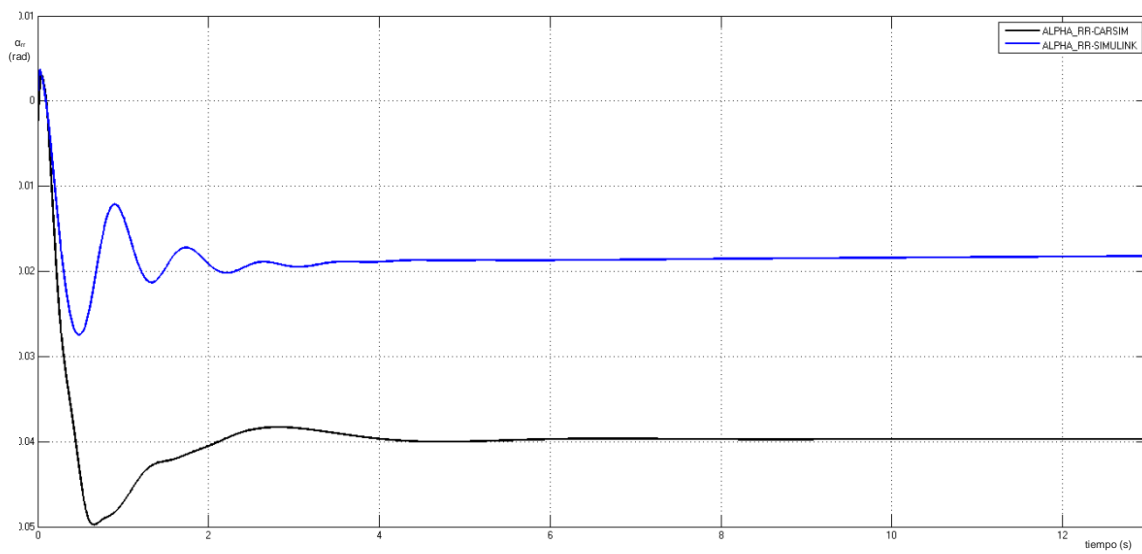


Figura 139: Deslizamiento lateral del neumático trasero derecho para TC 100 Km/h

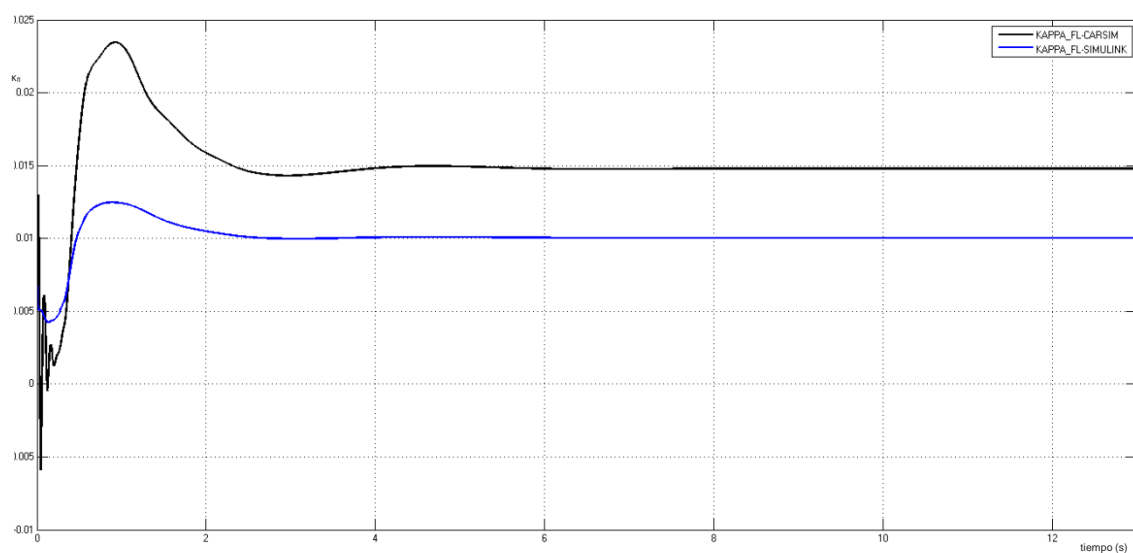


Figura 140: Deslizamiento longitudinal del neumático delantero izquierdo para TC 100 Km/h

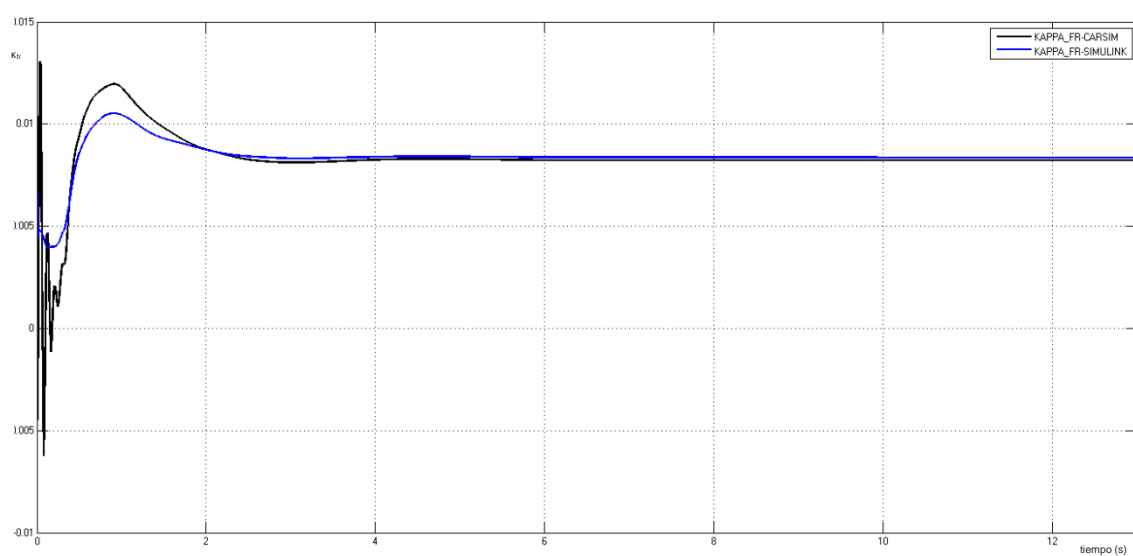


Figura 141: Deslizamiento longitudinal del neumático delantero derecho para TC 100 Km/h

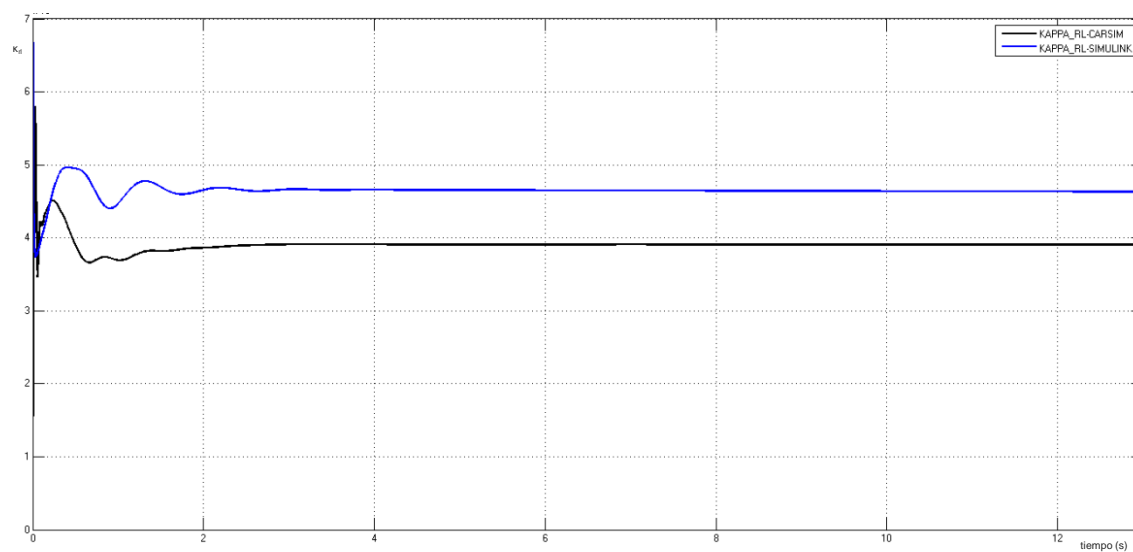


Figura 142: Deslizamiento longitudinal del neumático trasero izquierdo para TC 100 Km/h

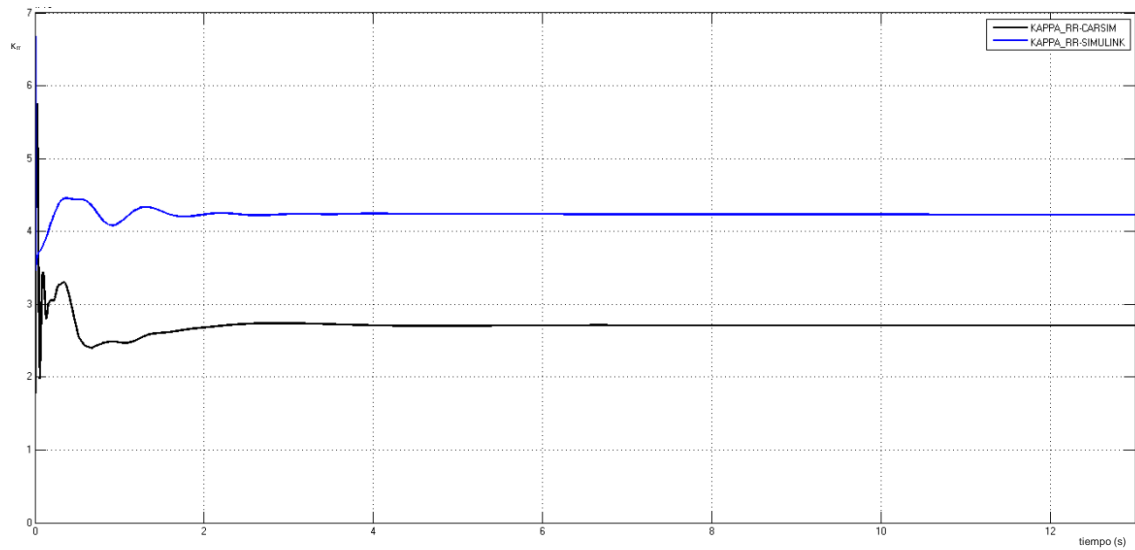


Figura 143: Deslizamiento longitudinal del neumático trasero derecho para TC 100 Km/h

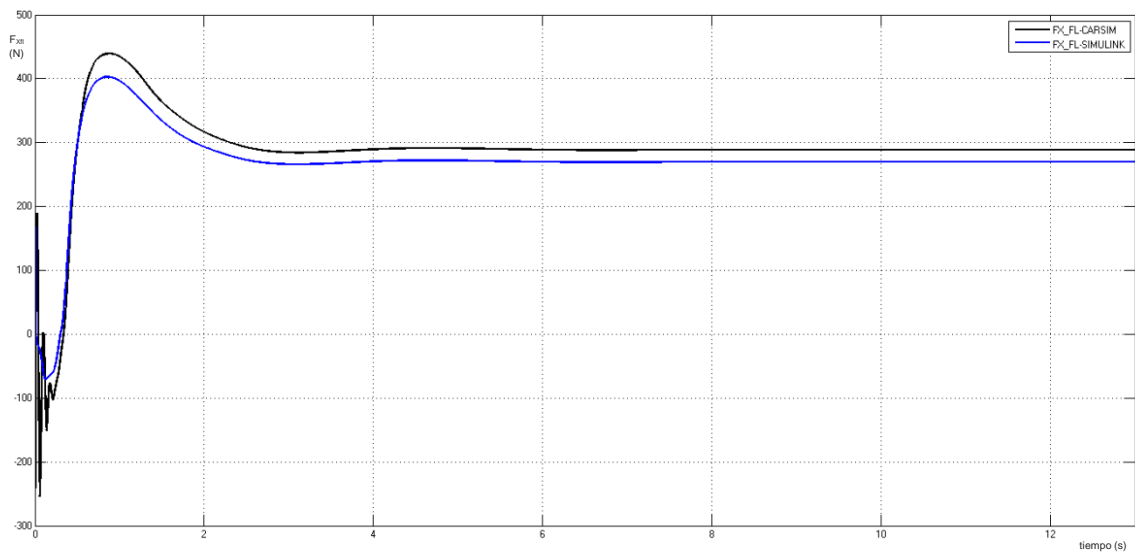


Figura 144: Fuerza longitudinal para el neumático delantero izquierdo para TC 100 Km/h

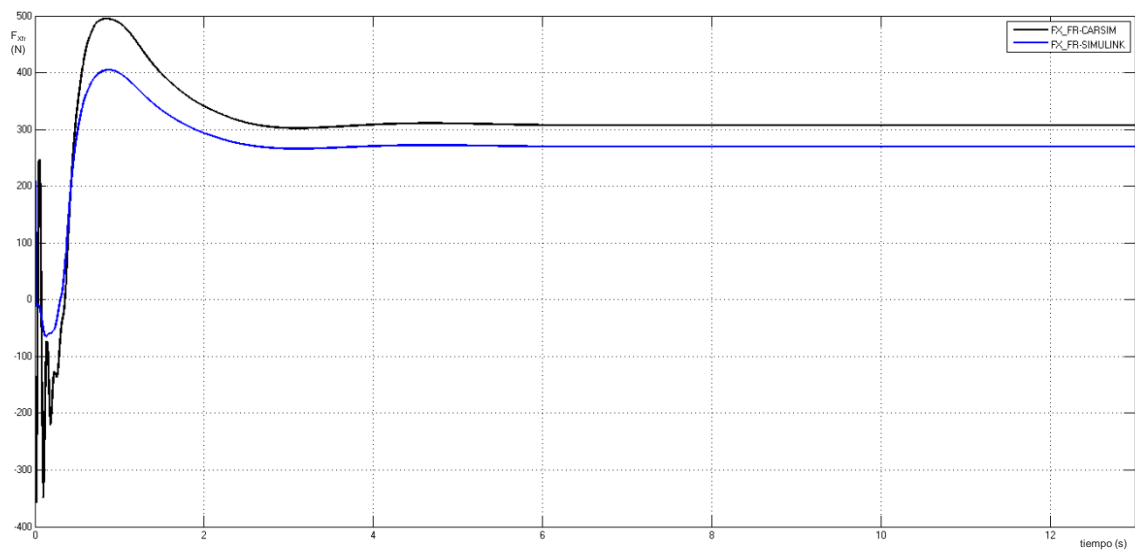


Figura 145: Fuerza longitudinal para el neumático delantero derecho para TC 100 Km/h

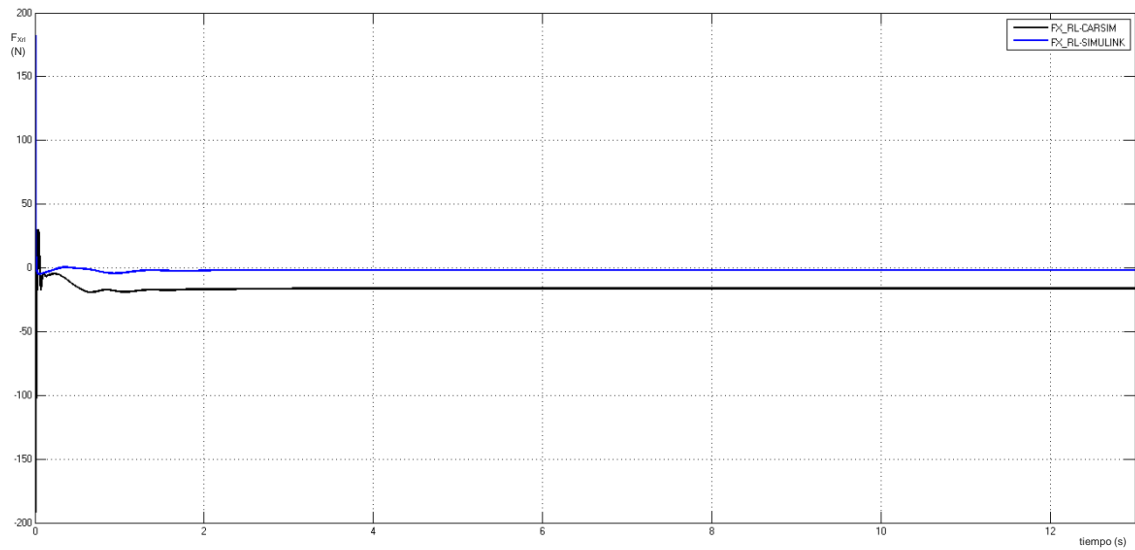


Figura 146: Fuerza longitudinal para el neumático trasero izquierdo para TC 100 Km/h

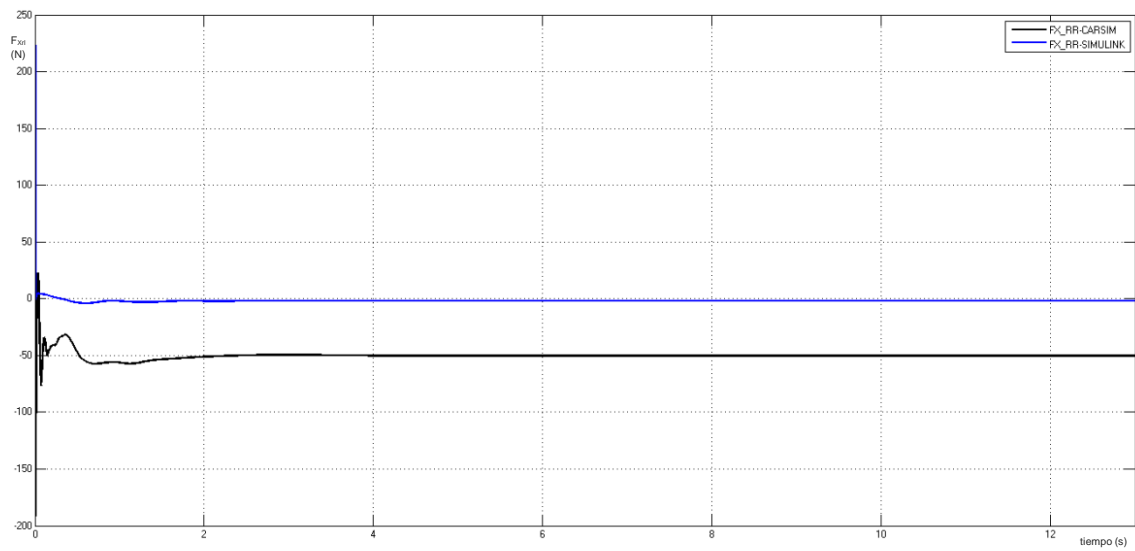


Figura 147: Fuerza longitudinal para el neumático trasero derecho para TC 100 Km/h

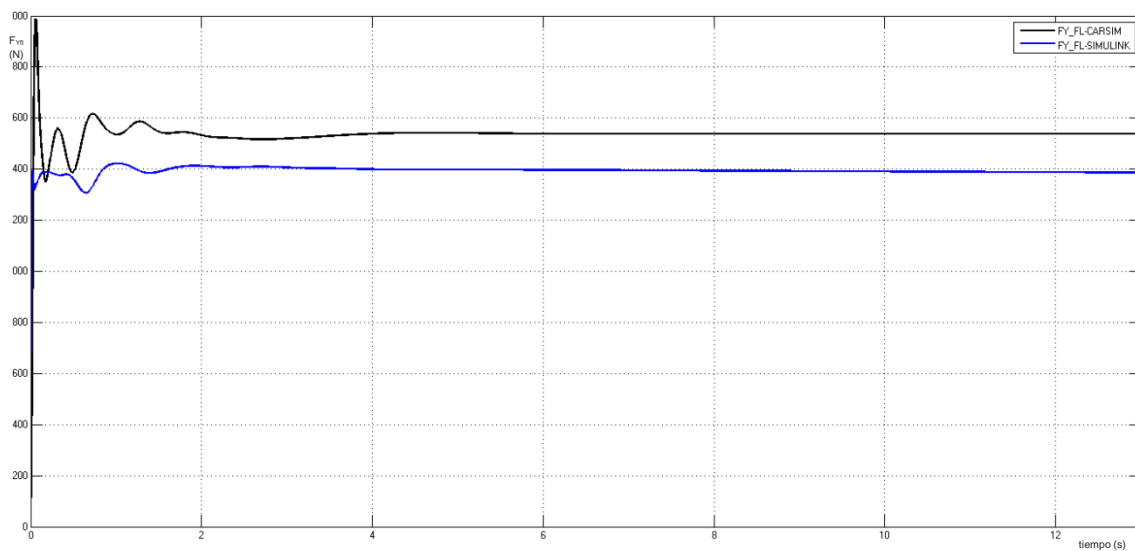


Figura 148: Fuerza lateral para el neumático delantero izquierdo para TC 100 Km/h

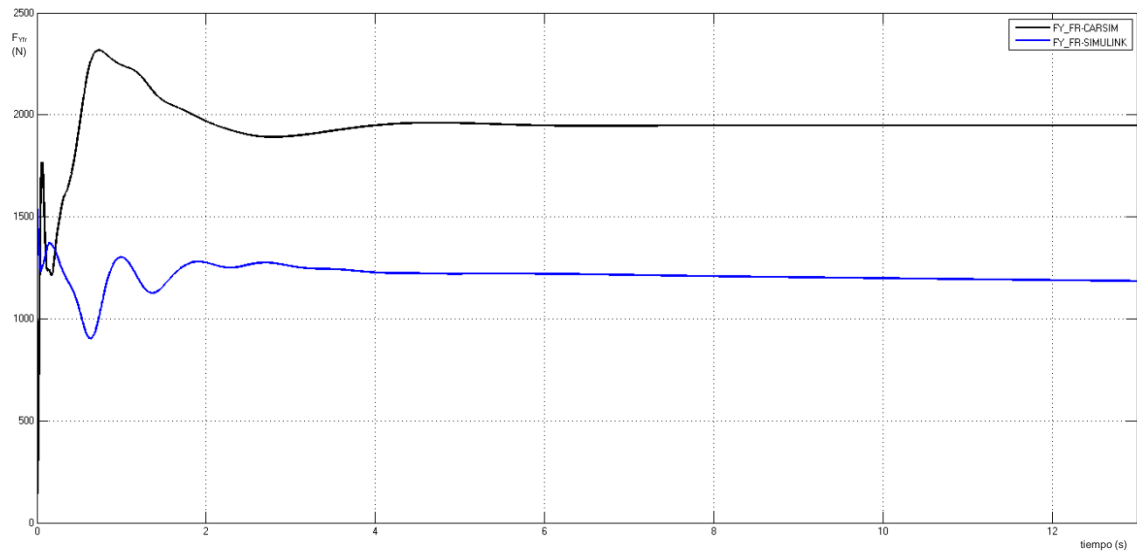


Figura 149: Fuerza lateral para el neumático delantero derecho para TC 100 Km/h

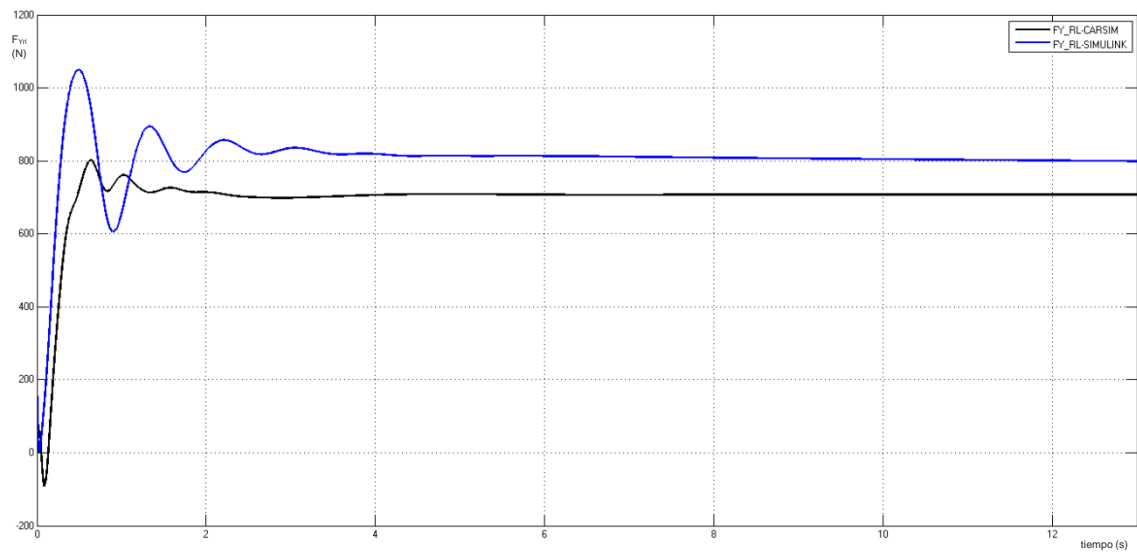


Figura 150: Fuerza lateral para el neumático trasero izquierdo para TC 100 Km/h

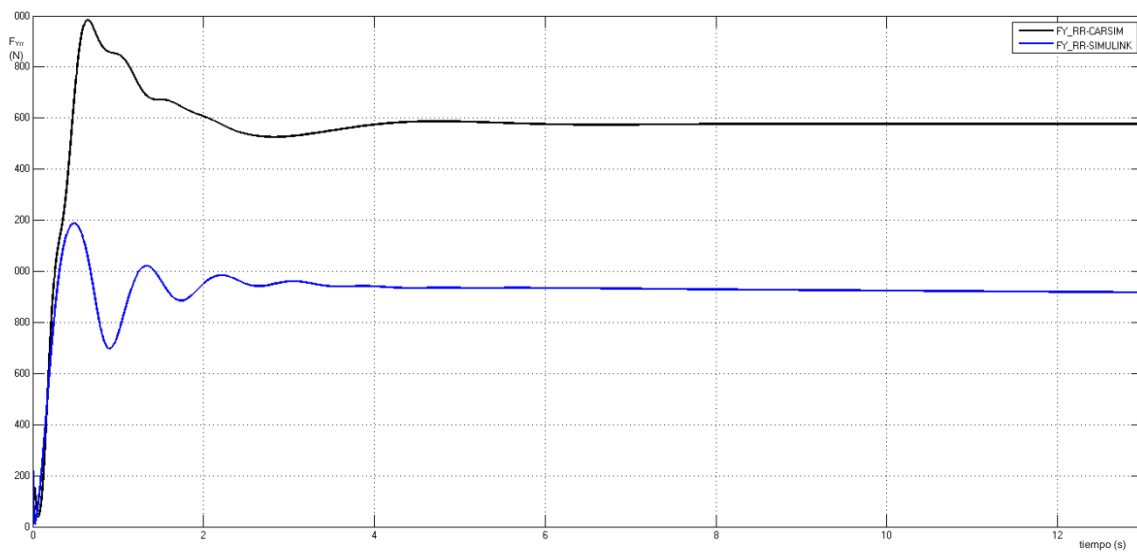


Figura 151: Fuerza lateral para el neumático trasero derecho para TC 100Km/h

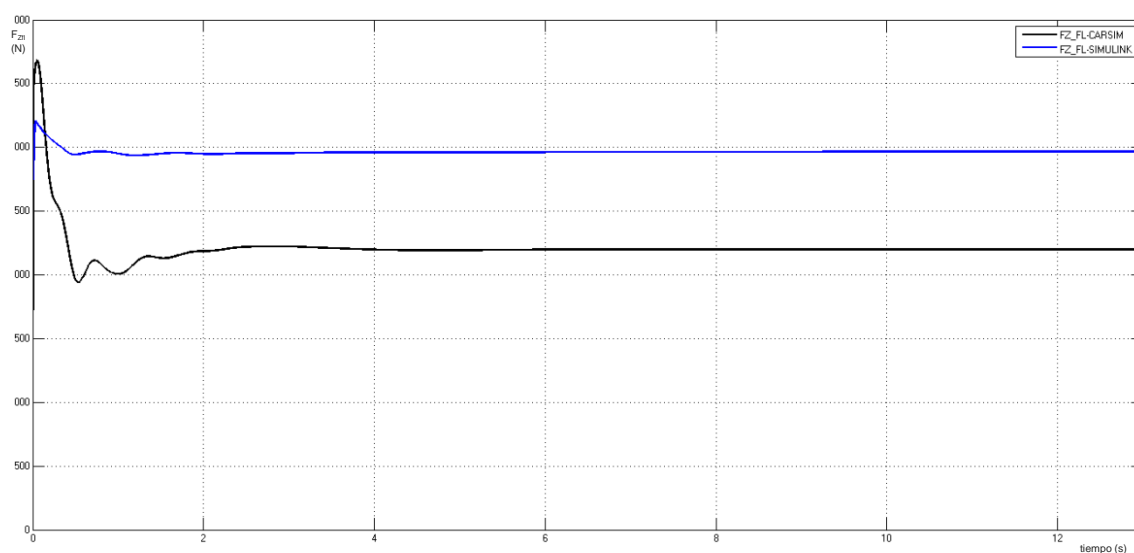


Figura 152: Fuerza vertical para el neumático delantero izquierdo para TC 100Km/h

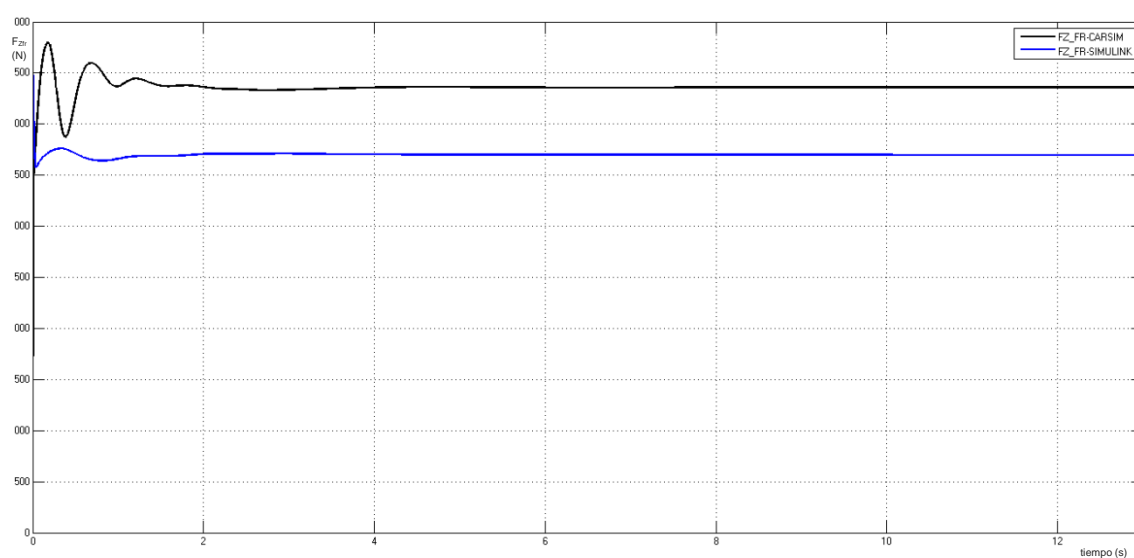


Figura 153: Fuerza vertical para el neumático delantero derecho para TC 100Km/h

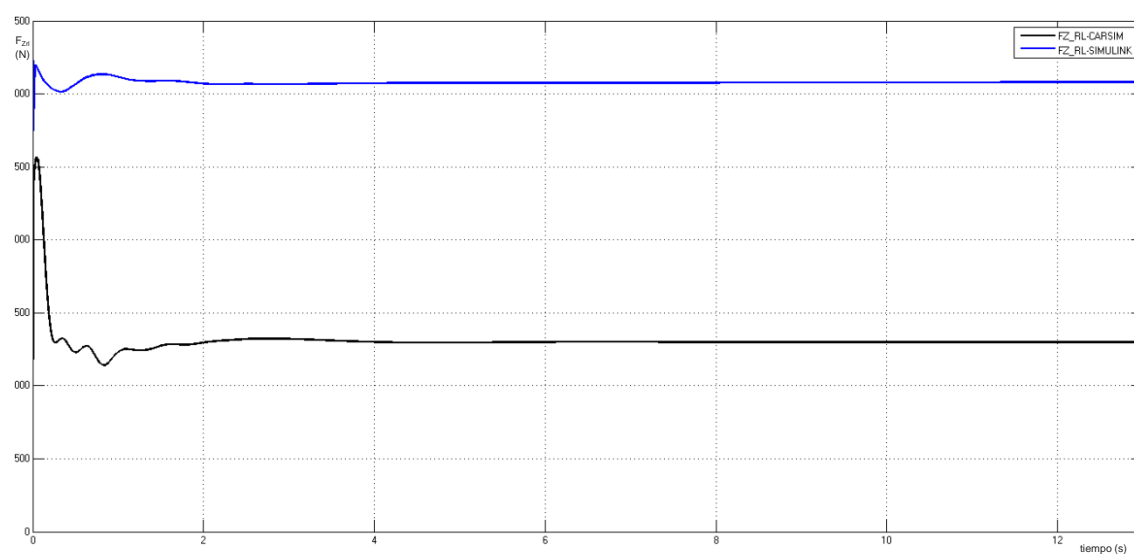


Figura 154: Fuerza vertical para el neumático trasero izquierdo para TC 100Km/h

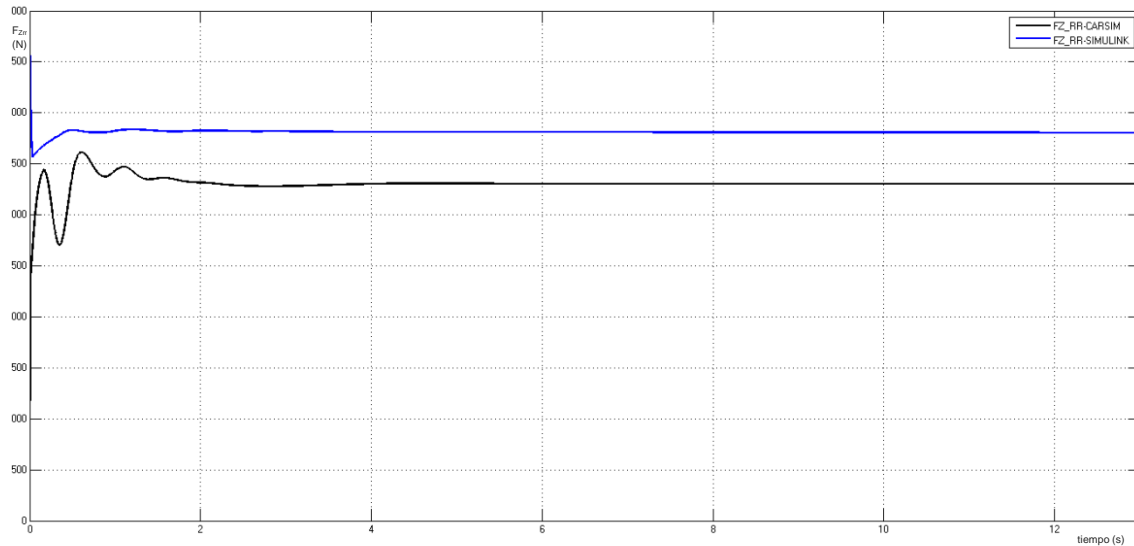


Figura 155: Fuerza vertical para el neumático trasero derecho para TC 100Km/h

Análisis de los resultados del caso 4

Para el caso de estudio 4, curva de 152 m de radio a 100 Km/h, al igual que en el caso 3, las formas de las gráficas que describen los dos métodos de cálculo son muy similares, aunque las fuerzas verticales y longitudinales para el eje trasero del vehículo (Figura 146, Figura 147, Figura 153 y Figura 154) y las fuerzas laterales del neumático delantero derecho (Figura 137) y trasero izquierdo (Figura 138) siguen presentando diferencias significativas. A pesar de eso, las variables correspondientes a los grados de libertad tienen formas muy similares con errores máximos puntuales no muy elevados.

Velocidad longitudinal (U): al igual que en la maniobra anterior, *CarSim* presenta una velocidad longitudinal constante mientras que para el modelo de *Simulink* es creciente (linealmente) con el tiempo, ver Figura 128, lo que es un resultado común a todo el proyecto. El máximo error relativo se produce al finalizar la maniobra, a los 13 segundos, y es $e_U = 19.6\%$.

Velocidad lateral (V): en la Figura 129, se comprueba que ambas series de datos son muy similares. El máximo error relativo obtenido es $e_V = 35,7\%$ y se produce al finalizar la maniobra.

Velocidad de guiñada (r): ambas series muestran la misma forma, como se aprecia en la Figura 130. El máximo error relativo es $e_r = 38.4\%$.

Ángulo de balanceo (ϕ): como se observa en la Figura 131, las dos series de datos tienen una forma similar, con un máximo error relativo de $e_\phi = 38.0\%$.

Velocidad angular de las ruedas (ω_i): al igual que en la primera maniobra, la simulación con *Simulink* describe una forma creciente (linealmente) con el tiempo mientras que en *CarSim* es constante. El máximo error relativo para todas las ruedas es similar y corresponde a un valor de $e_{\omega_i} = 19.6\%$ que se obtiene al final de la prueba

(a los 13 segundos), como se ve en las figuras (desde la Figura 132 hasta la Figura 135).

6.4. Sine Sweep Steer

En la maniobra de *Sine Sweep Steer* (SSS), con la que se van a realizar los casos de estudio 5 y 6, se obliga al vehículo a realizar una serie de cambios bruscos de dirección, en los que el periodo de tiempo entre un giro y otro y la amplitud, se van reduciendo.

Para el análisis del modelo de 8 grados de libertad con esta maniobra, en primer lugar se muestra una imagen de la misma (Figura 156) con la ayuda de vehículos fantasma, de forma análoga a como se ha realizado en los casos de estudio anteriores. Seguidamente se presenta una gráfica (Figura 157) en la que se representa la trayectoria que debe describir el vehículo. Para finalizar se muestran las gráficas con los resultados obtenidos para las dos casos de estudio de esta prueba y un análisis de los resultados de cada una de ellas.

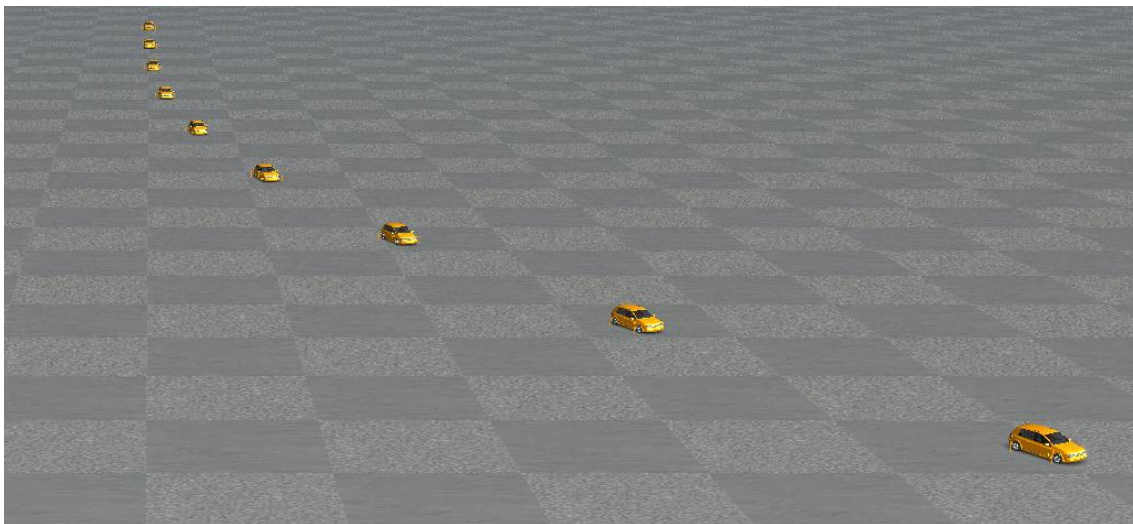


Figura 156: Maniobra de sine Sweep Steer.

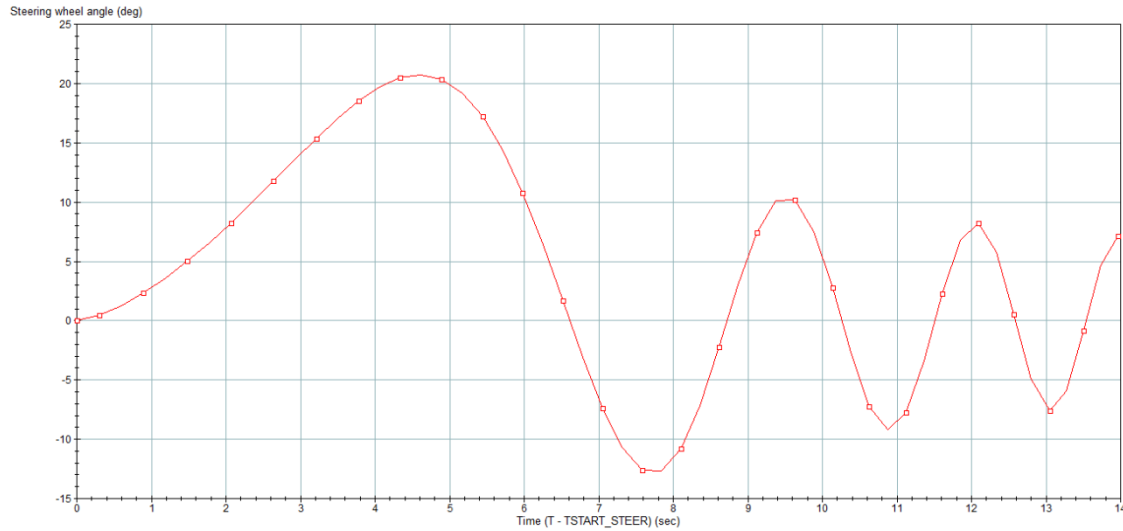


Figura 157: Trayectoria de la maniobra de SINE SWEEP STEER.

6.4.1. Caso 5: Sine Sweep Steer a 80 Km/h.

A continuación se muestran las gráficas (desde la Figura 158 hasta la Figura 185) con los resultados comparativos entre *CarSim* y el modelo de *Simulink* para el caso de estudio número 5, *Sine Sweep Steer* a 80 Km/h. Análogamente a los casos anteriores, las series de cada gráfica siguen el mismo criterio de colores: negro para los resultados de *CarSim* y azul para los resultados del modelo de 8 grados de libertad implementado en *Simulink*.

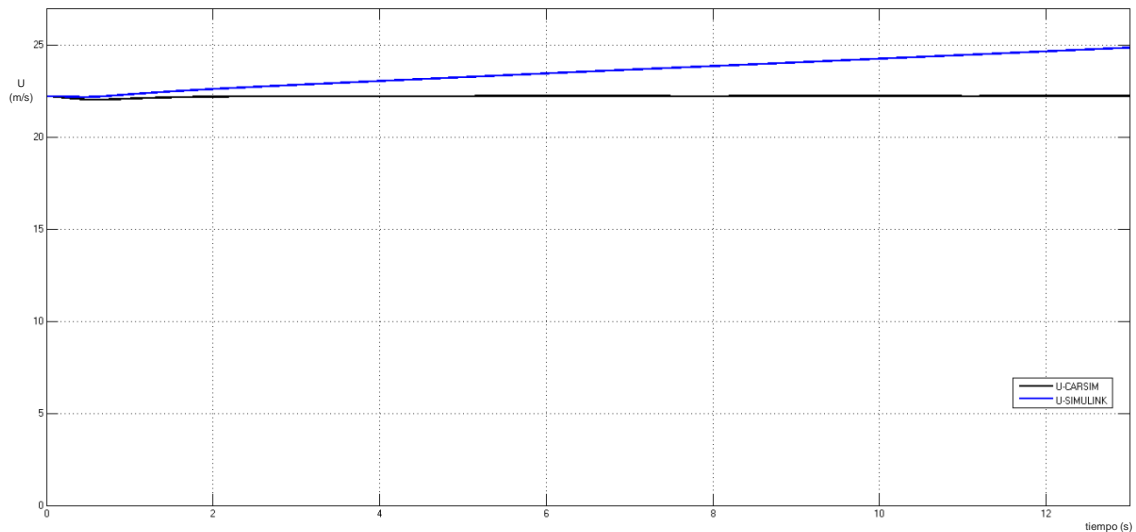


Figura 158: Velocidad longitudinal para SSS 80 Km/h

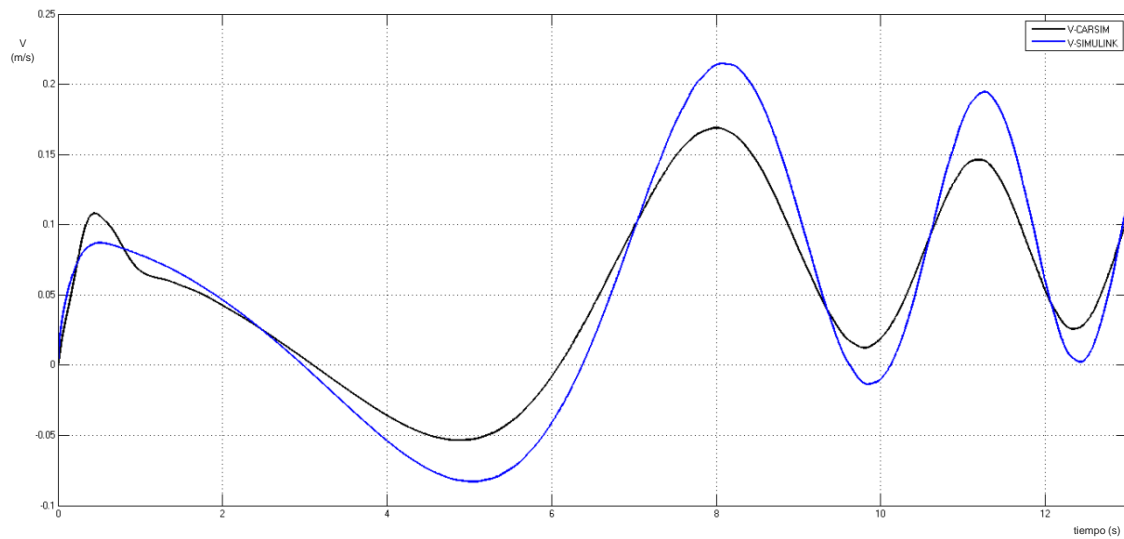


Figura 159: Velocidad lateral para SSS 80 Km/h

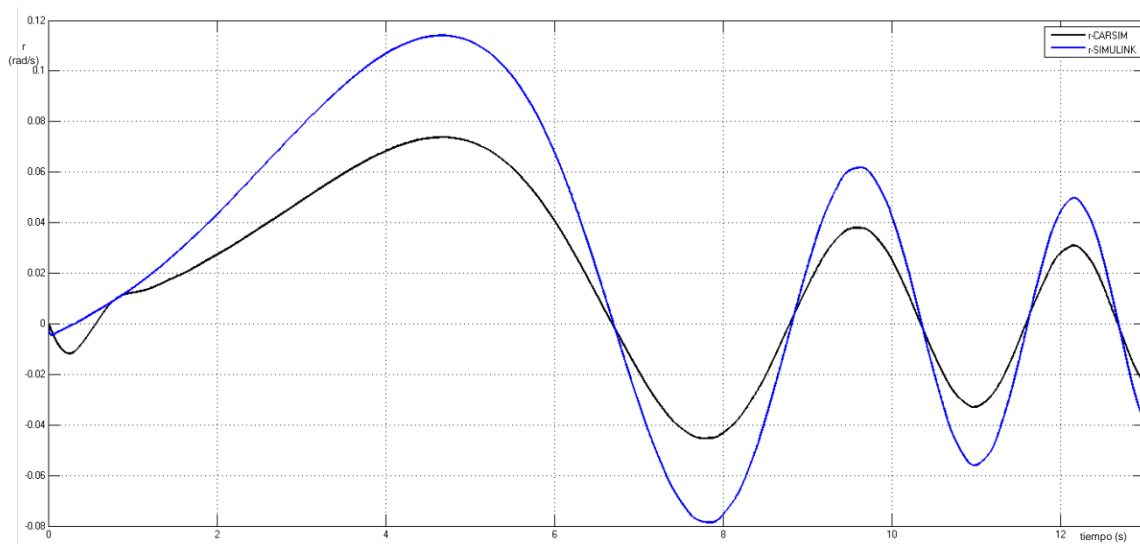


Figura 160: Velocidad de guiñada para SSS 80 Km/h

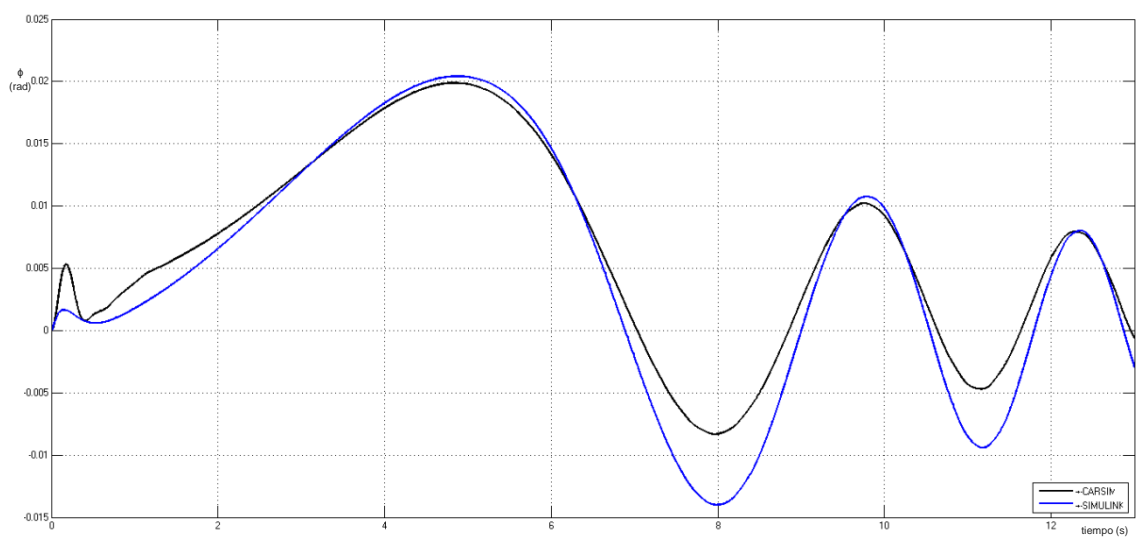


Figura 161: Ángulo de balanceo para SSS 80 Km/h

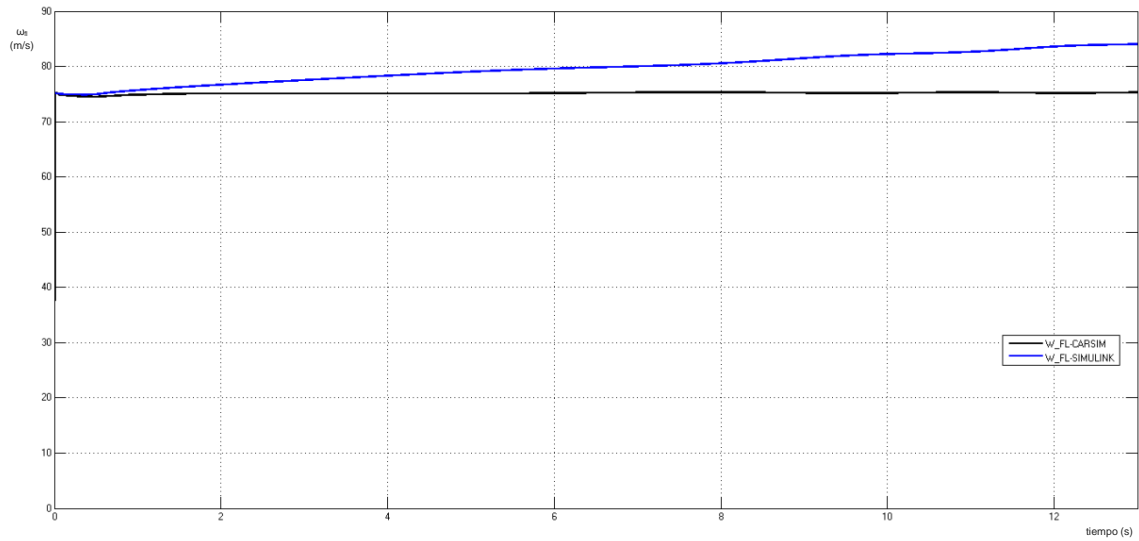


Figura 162: Velocidad Angular del neumático delantero izquierdo para SSS 80 Km/h

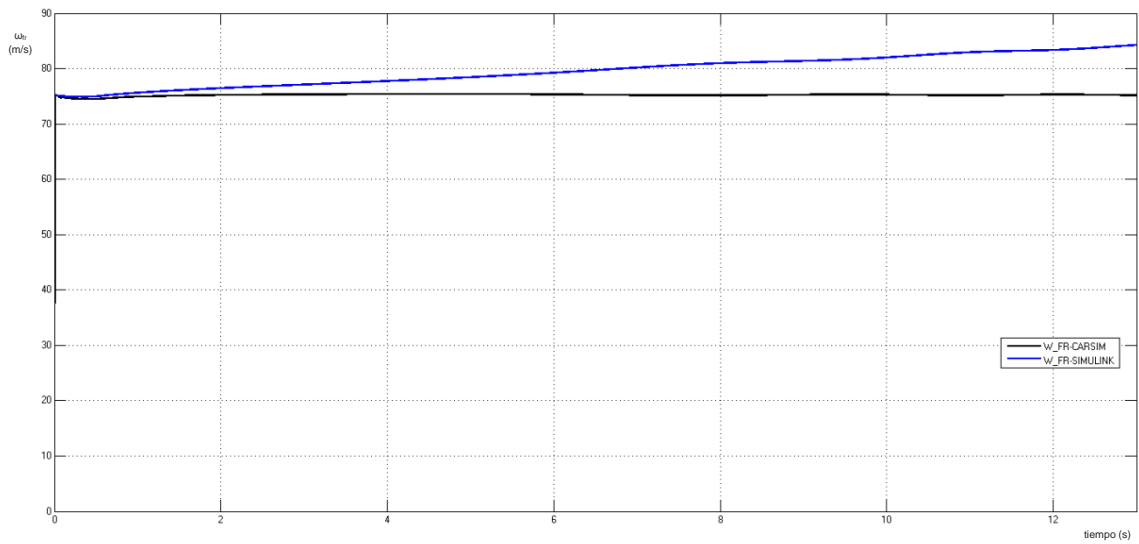


Figura 163: Velocidad Angular del neumático delantero derecho para SSS 80 Km/h

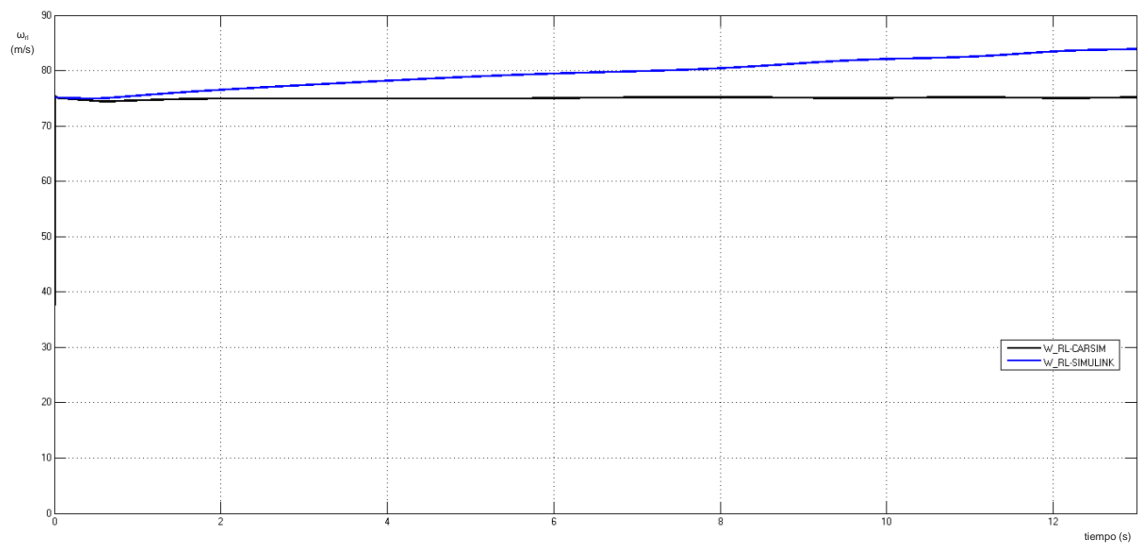


Figura 164: Velocidad Angular del neumático trasero izquierdo para SSS 80 Km/h

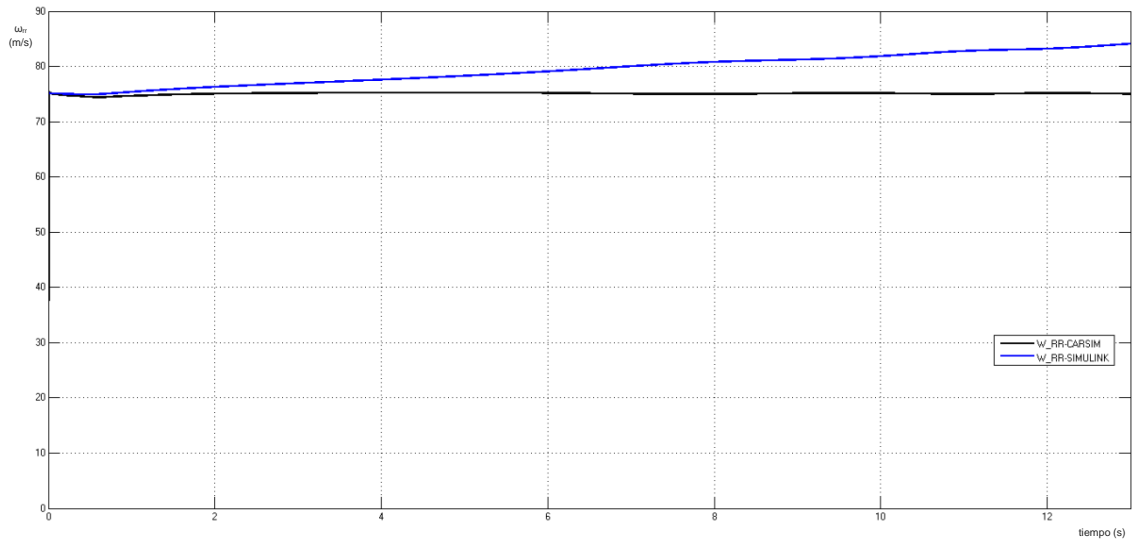


Figura 165: Velocidad Angular del neumático trasero derecho para SSS 80 Km/h

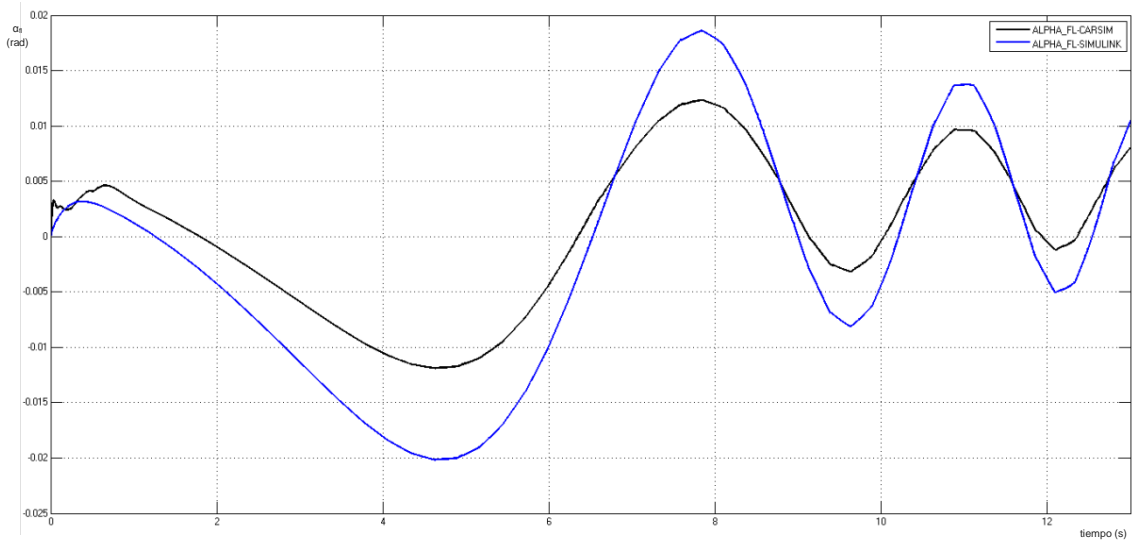


Figura 166: Deslizamiento lateral del neumático delantero izquierdo para SSS 80 Km/h

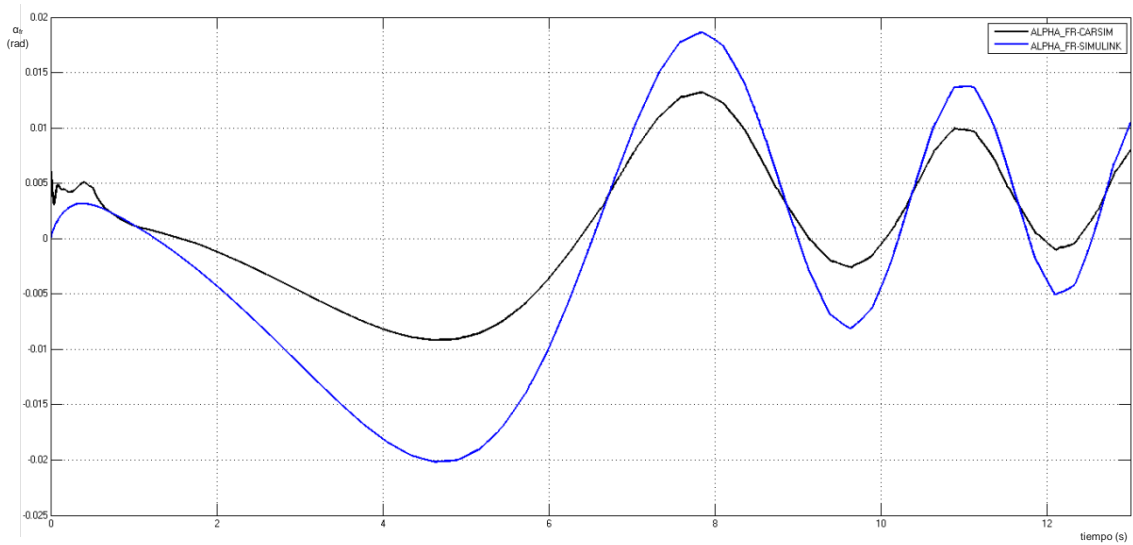


Figura 167: Deslizamiento lateral del neumático delantero derecho para SSS 80 Km/h

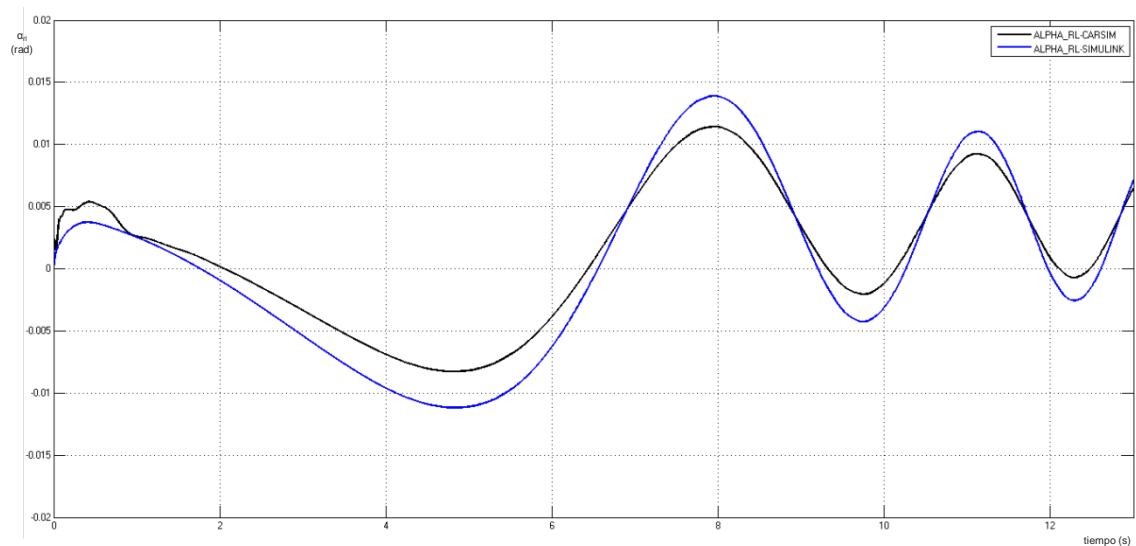


Figura 168: Deslizamiento lateral del neumático trasero izquierdo para SSS 80 Km/h

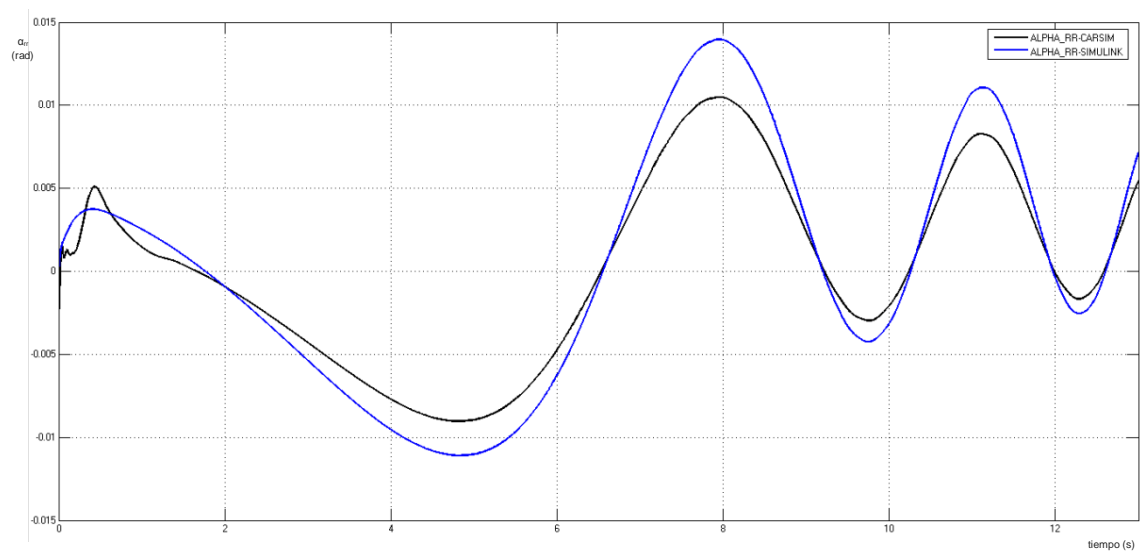


Figura 169: Deslizamiento lateral del neumático trasero derecho para SSS 80 Km/h

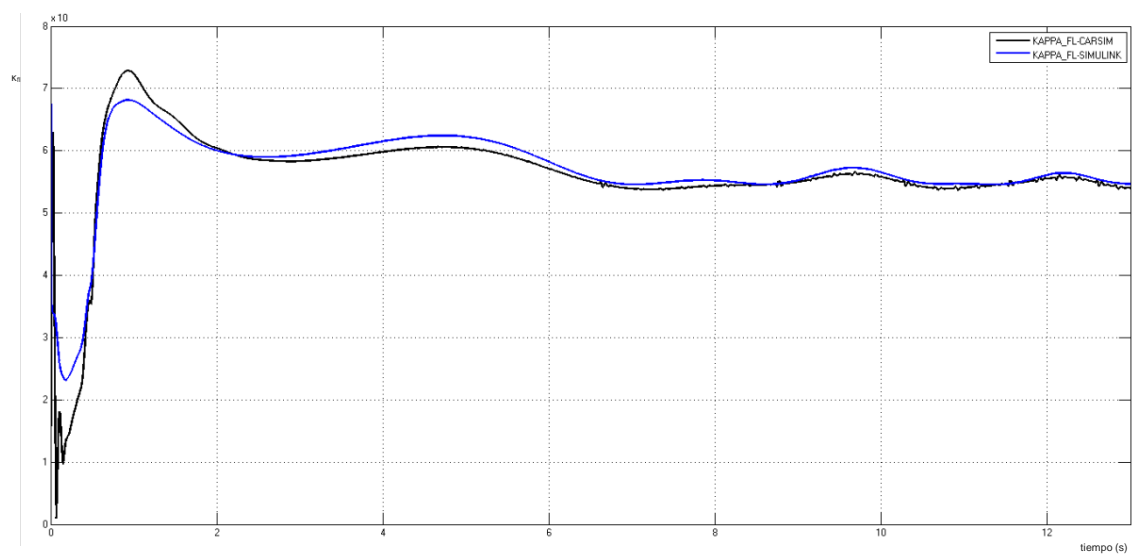


Figura 170: Deslizamiento longitudinal del neumático delantero izquierdo para SSS 80 Km/h

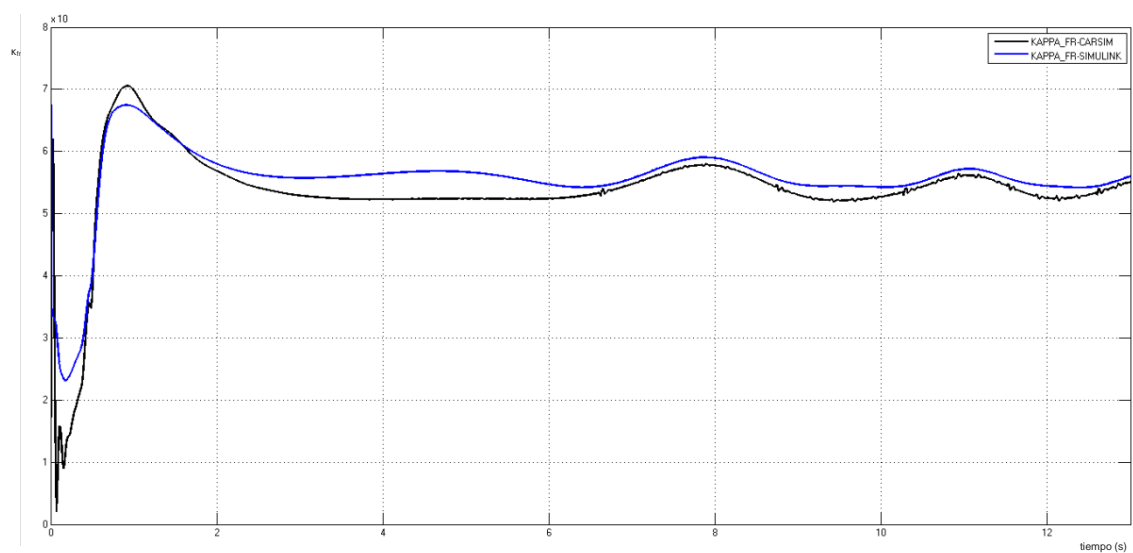


Figura 171: Deslizamiento longitudinal del neumático delantero derecho para SSS 80 Km/h

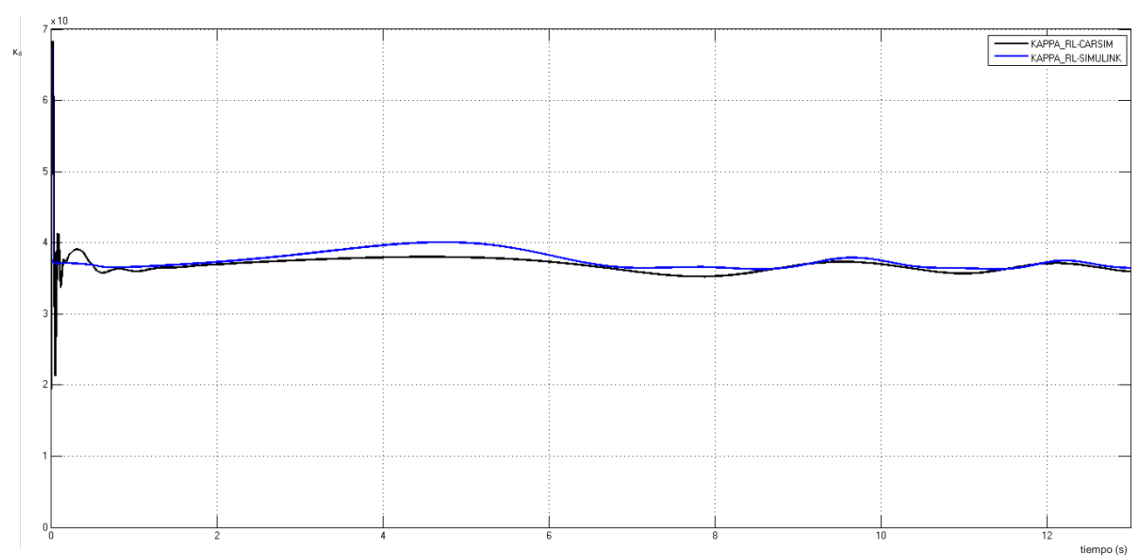


Figura 172: Deslizamiento longitudinal del neumático trasero izquierdo para SSS 80 Km/h

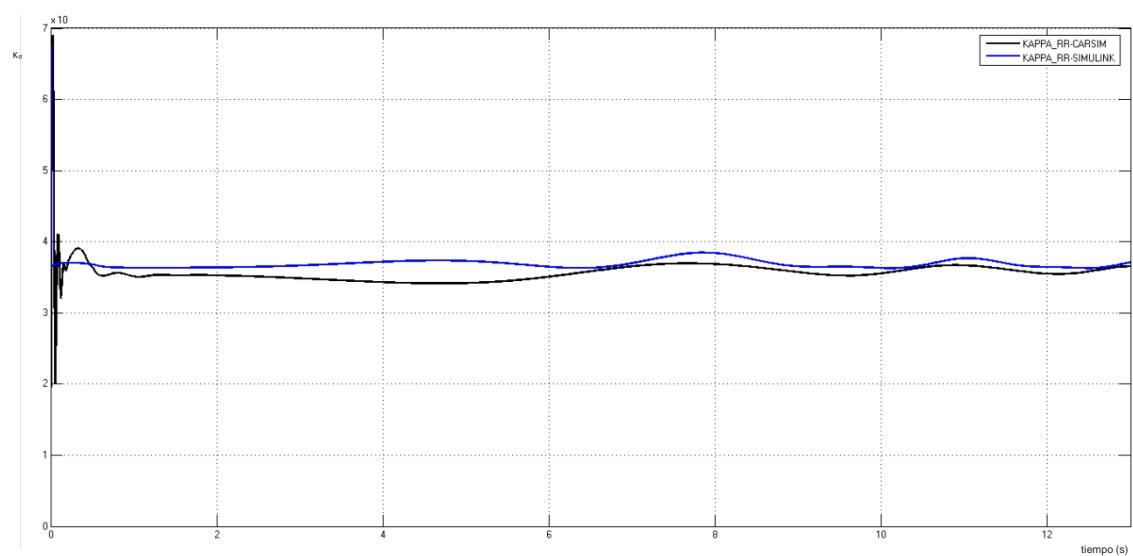


Figura 173: Deslizamiento longitudinal del neumático trasero derecho para SSS 80 Km/h

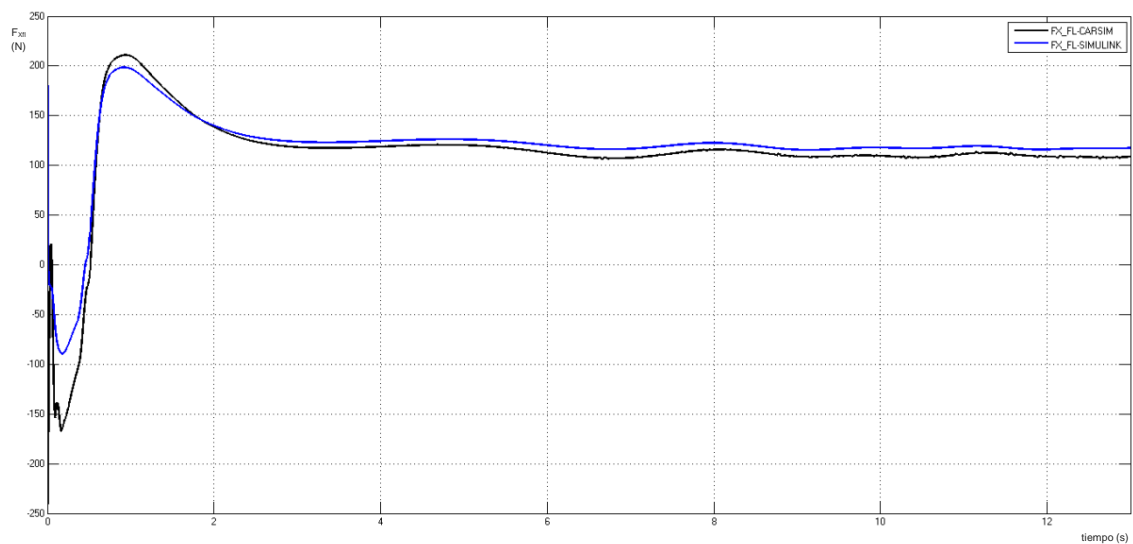


Figura 174: Fuerza longitudinal para el neumático delantero izquierdo para SSS 80 Km/h

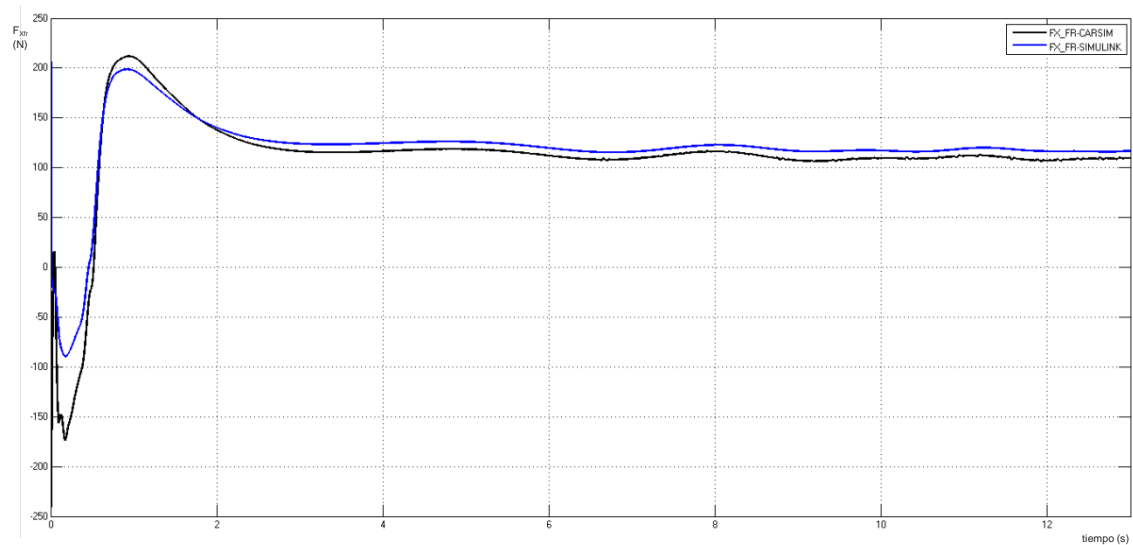


Figura 175: Fuerza longitudinal para el neumático delantero derecho para SSS 80 Km/h

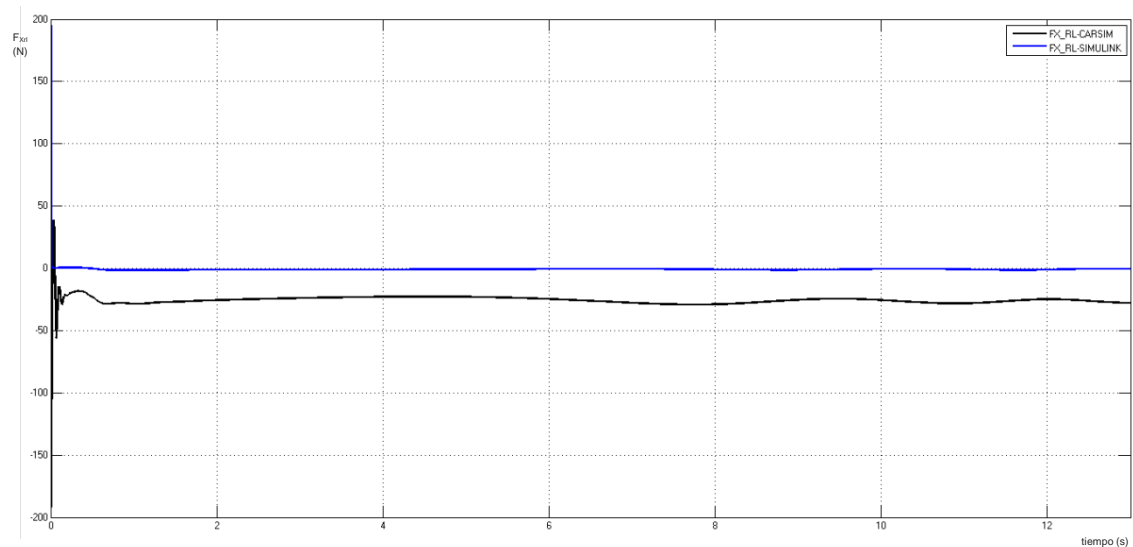


Figura 176: Fuerza longitudinal para el neumático trasero izquierdo para SSS 80 Km/h

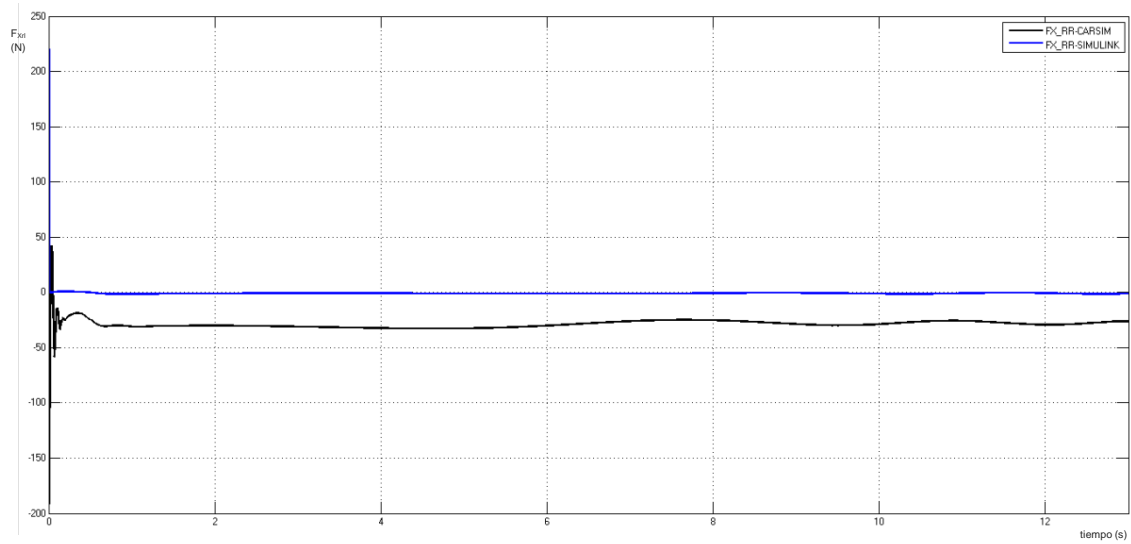


Figura 177: Fuerza longitudinal para el neumático trasero derecho para SSS 80 Km/h

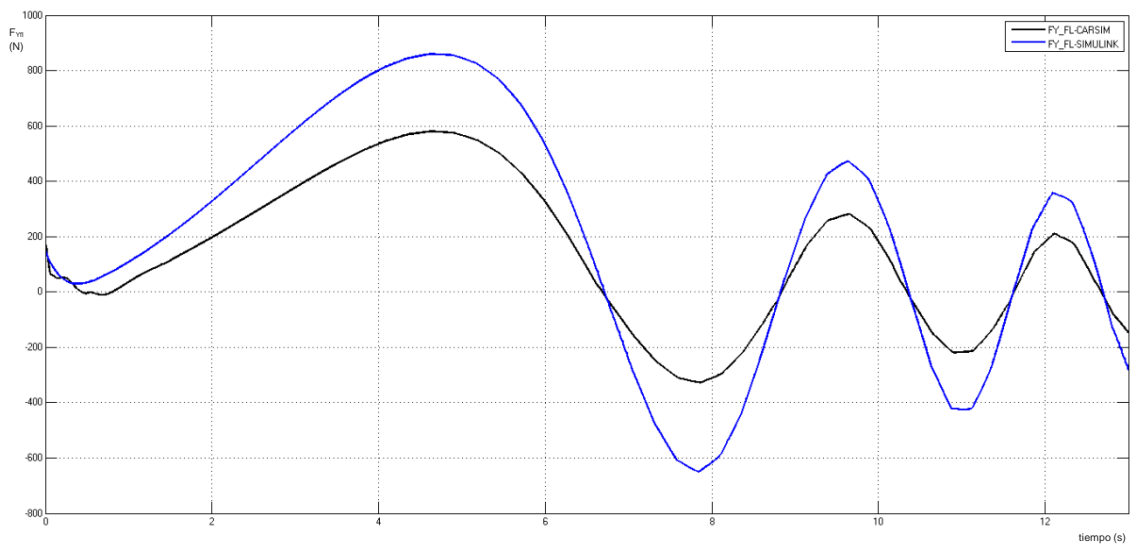


Figura 178: Fuerza lateral para el neumático delantero izquierdo para SSS 80 Km/h

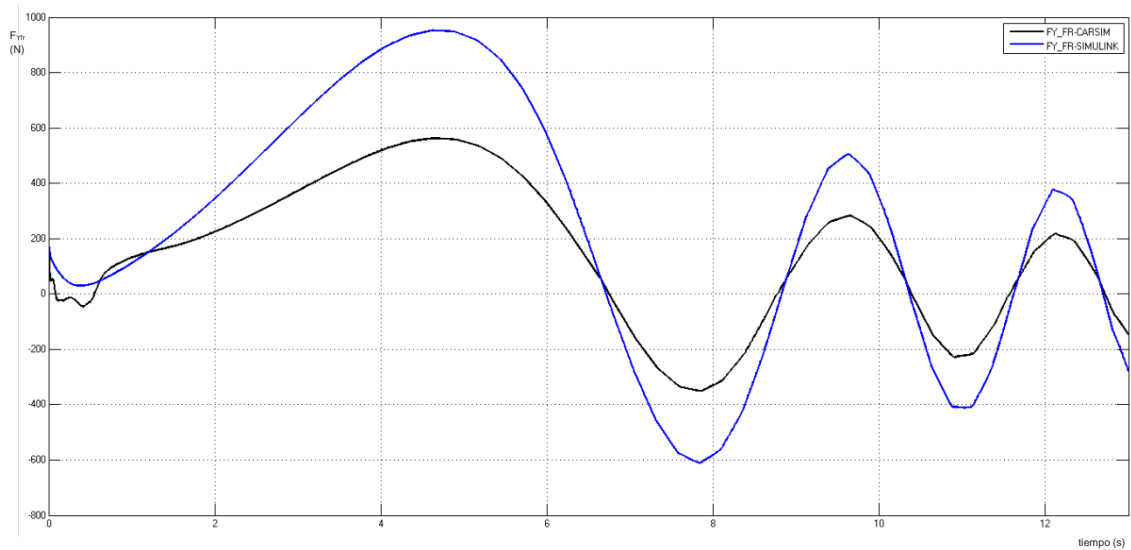


Figura 179: Fuerza lateral para el neumático delantero derecho para SSS 80 Km/h

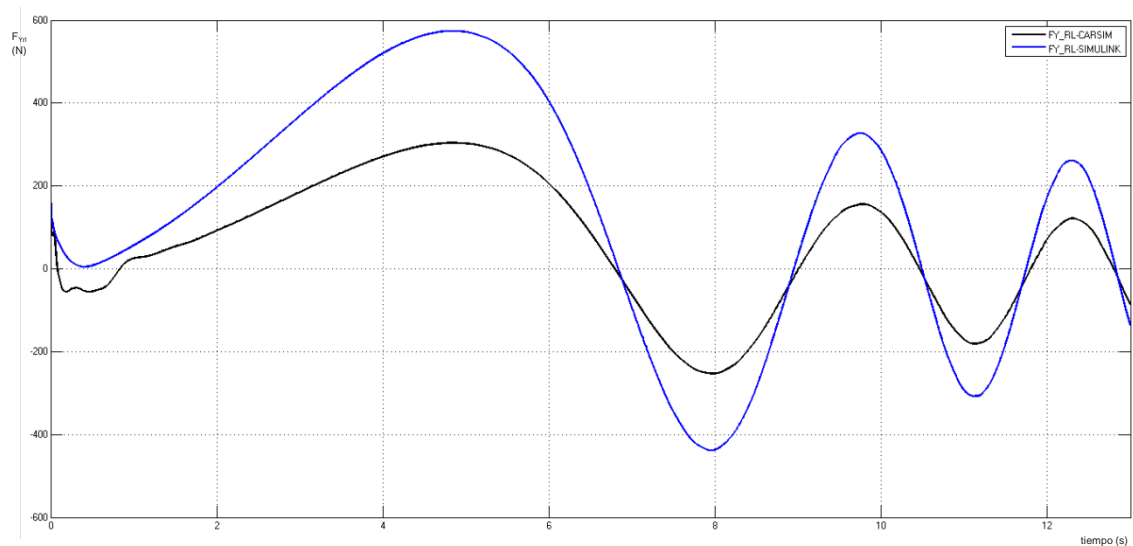


Figura 180: Fuerza lateral para el neumático trasero izquierdo para SSS 80 Km/h

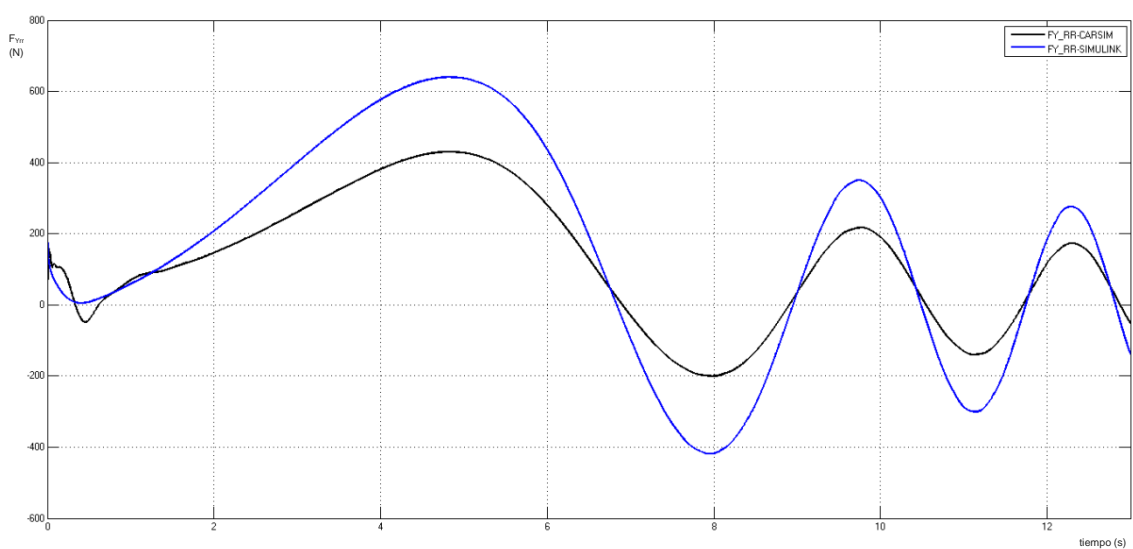


Figura 181: Fuerza lateral para el neumático trasero derecho para SSS 80Km/h

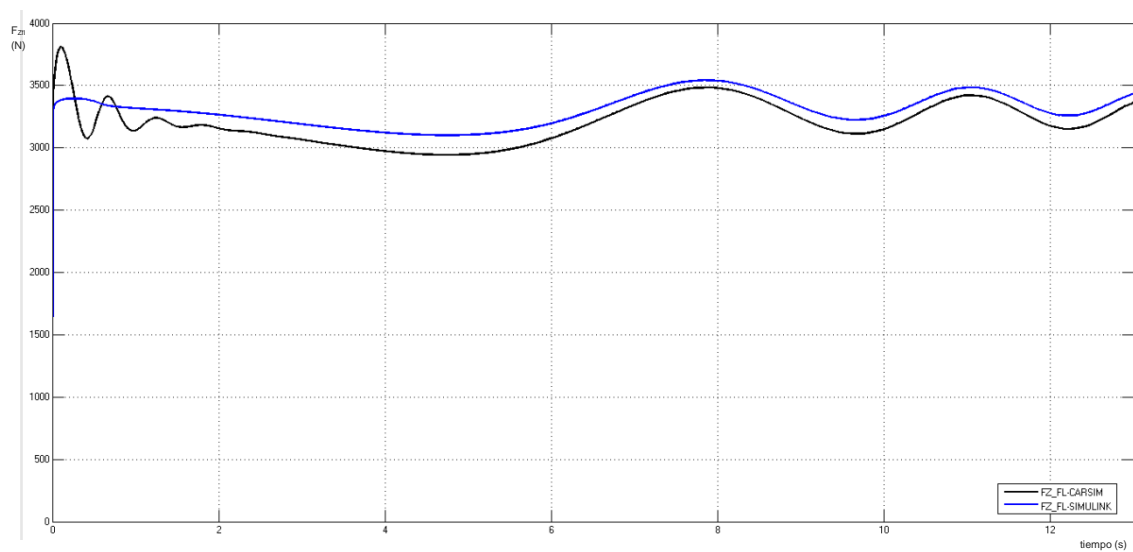


Figura 182: Fuerza vertical para el neumático delantero izquierdo para SSS 80Km/h

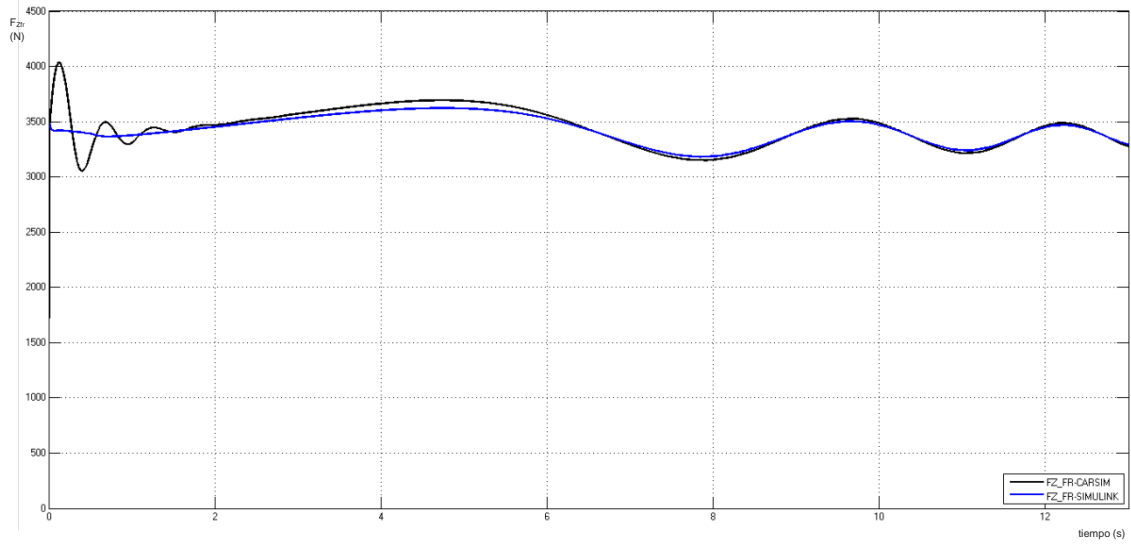


Figura 183: Fuerza vertical para el neumático delantero derecho para SSS 80Km/h

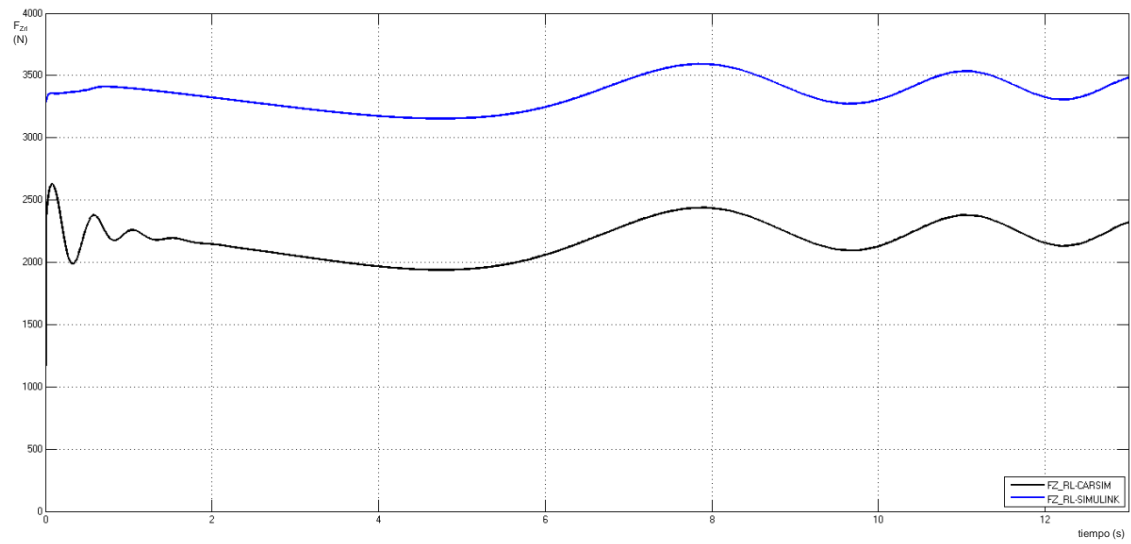


Figura 184: Fuerza vertical para el neumático trasero izquierdo para SSS 80Km/h

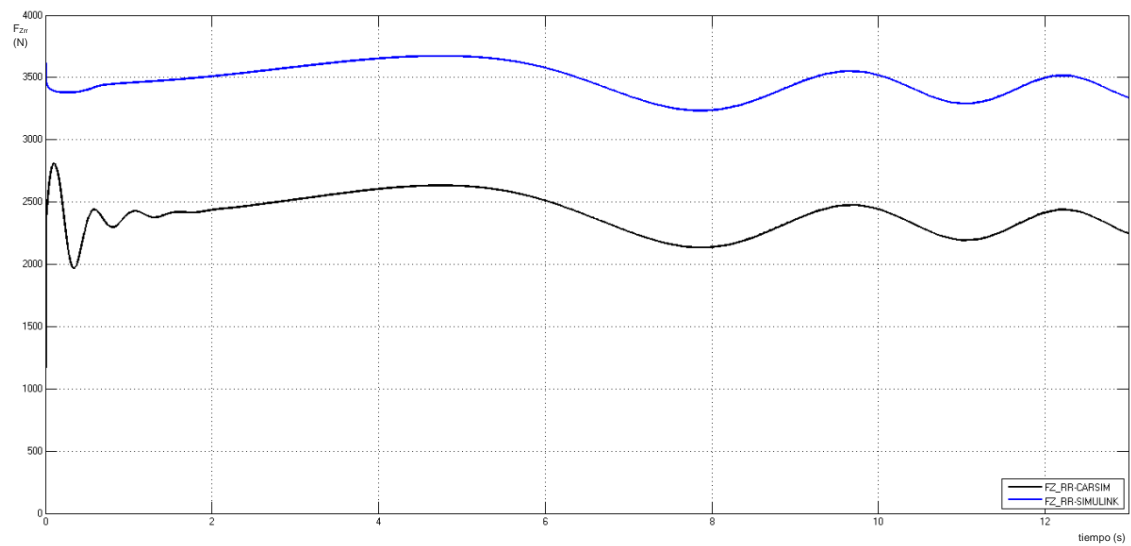


Figura 185: Fuerza vertical para el neumático trasero derecho para SSS 80Km/h

Análisis de los resultados del caso 5

Para el caso de estudio número 5, *Sine Sweep Steer* a 80 Km/h, las formas de las gráficas que describen los dos métodos de cálculo son muy similares, aunque las fuerzas verticales y longitudinales para el eje trasero del vehículo (Figura 176, Figura 177, Figura 184 y Figura 185) presentan diferencias importantes, como en casos anteriores. Sin embargo, las variables correspondientes a los grados de libertad muestran formas muy similares, con errores máximos puntuales no muy elevados.

Velocidad longitudinal (U): al igual que en las maniobras anteriores, *CarSim* presenta una velocidad longitudinal constante mientras que para el modelo de *Simulink* es creciente (linealmente) con el tiempo, ver Figura 158, algo que es común a todo el proyecto. El máximo error relativo se encuentra al finalizar la maniobra, a los 13 segundos, y es $e_U = 11.9\%$.

Velocidad lateral (V): se comprueba que ambas series de datos son muy similares, ver Figura 159. El máximo error relativo es $e_V = 215.3\%$ que se produce a los 9,8 segundos. Esto es debido al cálculo matemático ya que es la misma magnitud pero de distinto signo. Si comparamos el valor de esta magnitud con la máxima obtenida durante toda la maniobra, este efecto no es relevante para el comportamiento del vehículo. Si en lugar de considerar este tipo de error, se tiene en cuenta la máxima desviación respecto al valor del pico, se obtiene una mejor medida de las diferencias entre los dos modelos. Teniendo esto en cuenta, el máximo error relativo calculado es $e_V = 34.2\%$.

Velocidad de guiñada (r): ambas series presentan la misma forma, como se puede apreciar en la Figura 160. El máximo error relativo es $e_r = 63.2\%$.

Ángulo de balanceo (ϕ): en la Figura 161, se observa que las dos series de datos tienen una forma similar, con dos errores máximos muy elevados, el máximo error relativo es $e_\phi = 53.8\%$.

Velocidad angular de las ruedas (ω_i): al igual que en la primera maniobra, la simulación con *Simulink* describe una forma creciente (linealmente) con el tiempo mientras que en *CarSim* es constante. El máximo error relativo para todas las ruedas es similar y tiene un valor de $e_{\omega_i} = 19.0\%$ y se presenta al finalizar la prueba (a los 13 segundos), como se aprecia en las gráficas, desde la Figura 162 hasta la Figura 163.

6.4.2. Caso 6: Sine Sweep Steer a 120 Km/h.

Los resultados con las gráficas donde se comparan los dos métodos de cálculo empleados en este proyecto, tanto los datos utilizados como patrón (*CarSim*) como los datos calculados con el modelo de ocho grados de libertad (*Simulink*), para el caso de estudio número 6 (*Sine Sweep Steer* 120 Km/h) se representan en las gráficas de la Figura 186 hasta la Figura 213.

Como en casos anteriores, los dos métodos de cálculo se presentan en la misma gráfica para facilitar su comparación. Tal y como aparece en la leyenda de todas las

gráficas, el color negro corresponde a *CarSim* y el color azul a la simulación con *Simulink*.

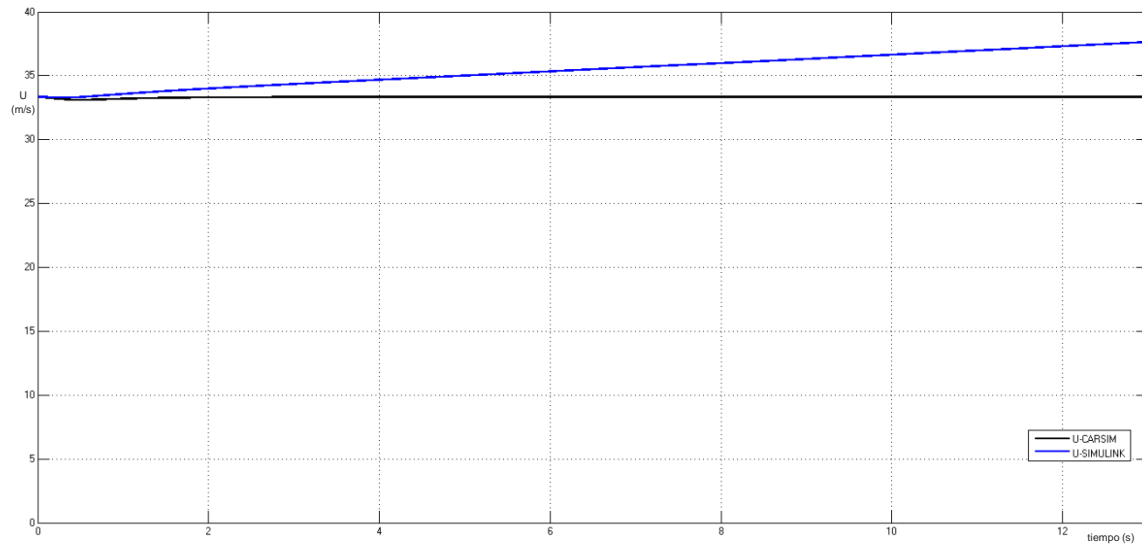


Figura 186: Velocidad longitudinal para SSS 120 Km/h

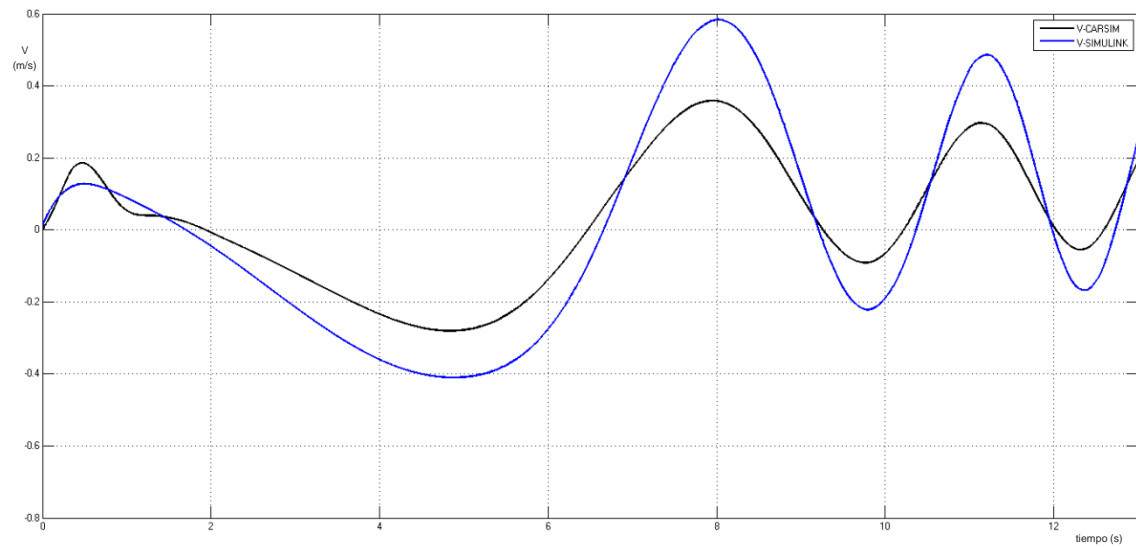


Figura 187: Velocidad lateral para SSS 120 Km/h

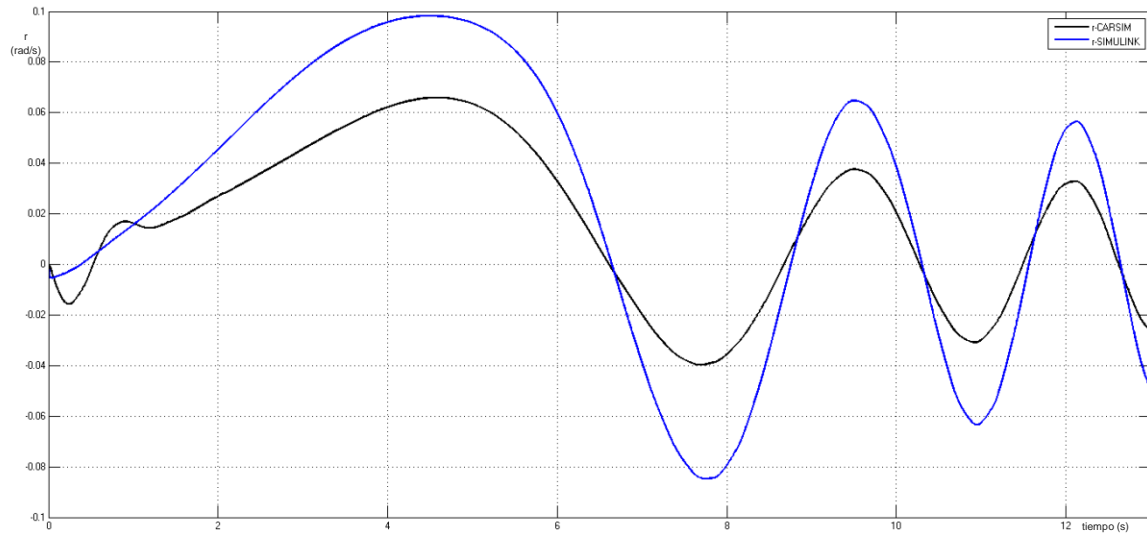


Figura 188: Velocidad de guiñada para SSS 120 Km/h

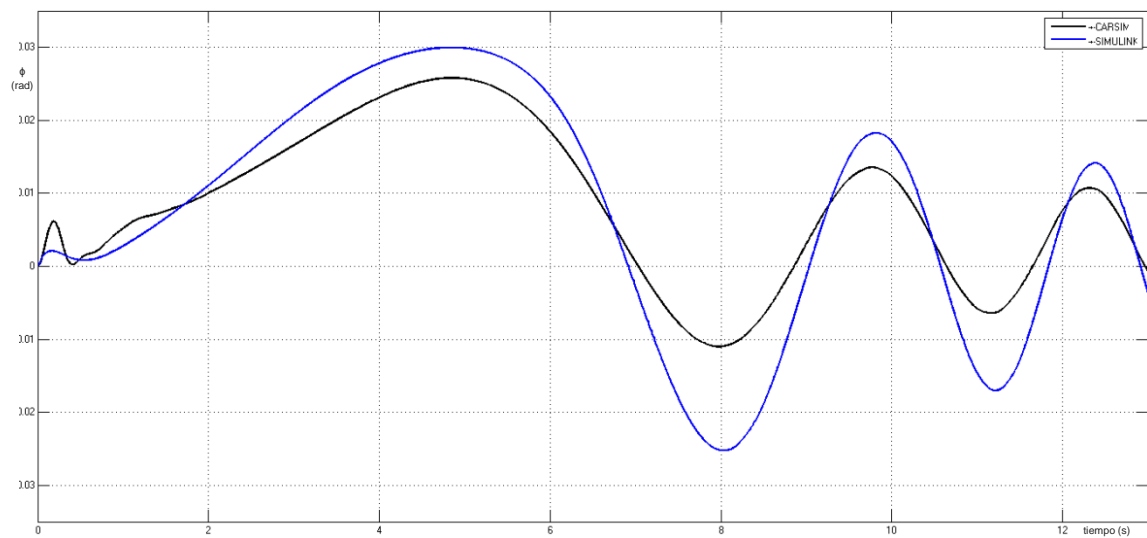


Figura 189: Ángulo de balanceo para SSS 120 Km/h

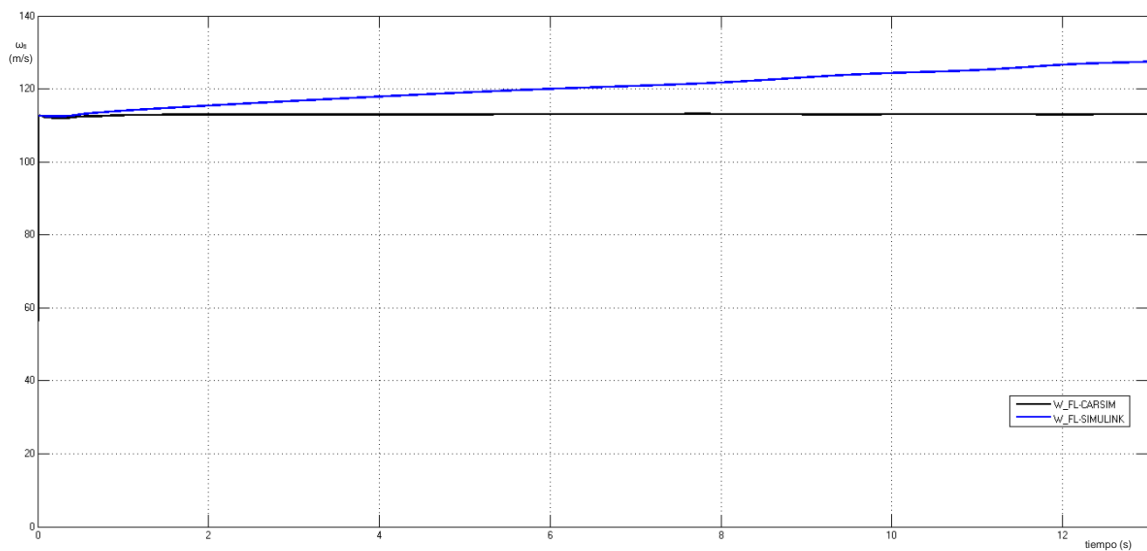


Figura 190: Velocidad Angular del neumático delantero izquierdo para SSS 120 Km/h

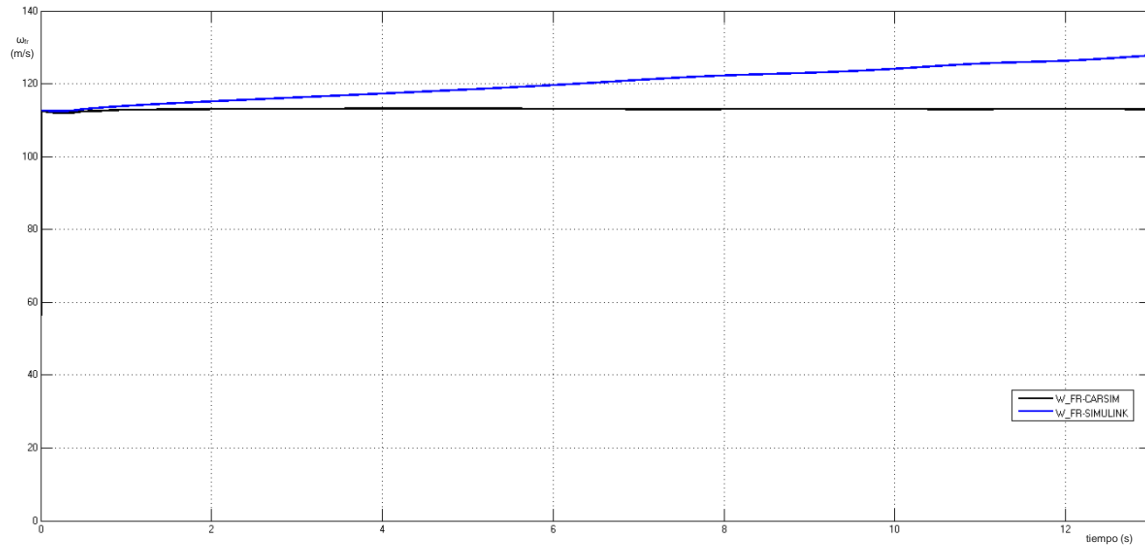


Figura 191: Velocidad Angular del neumático delantero derecho para SSS 120 Km/h

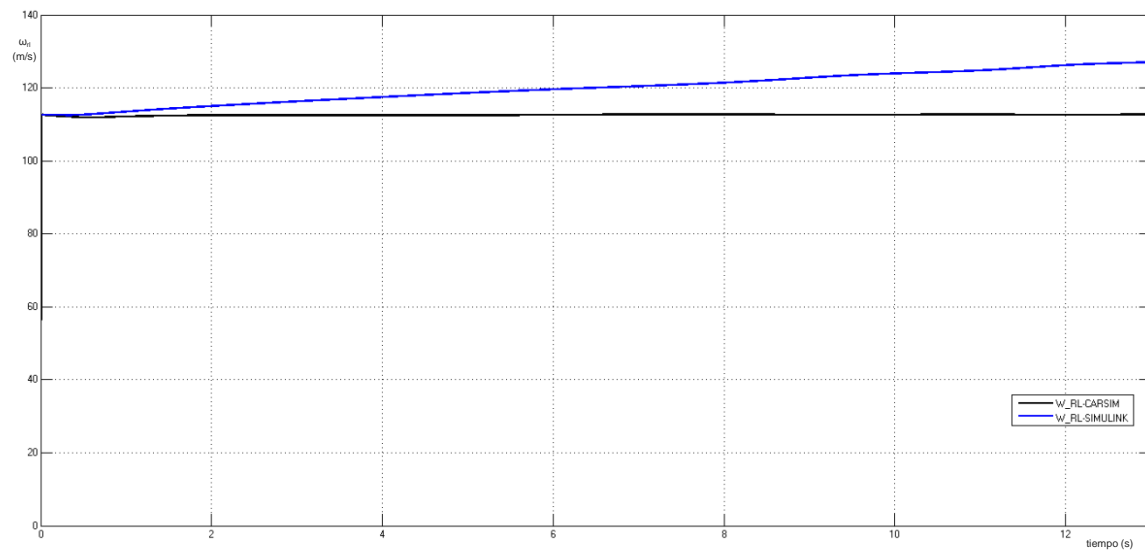


Figura 192: Velocidad Angular del neumático trasero izquierdo para SSS 120 Km/h

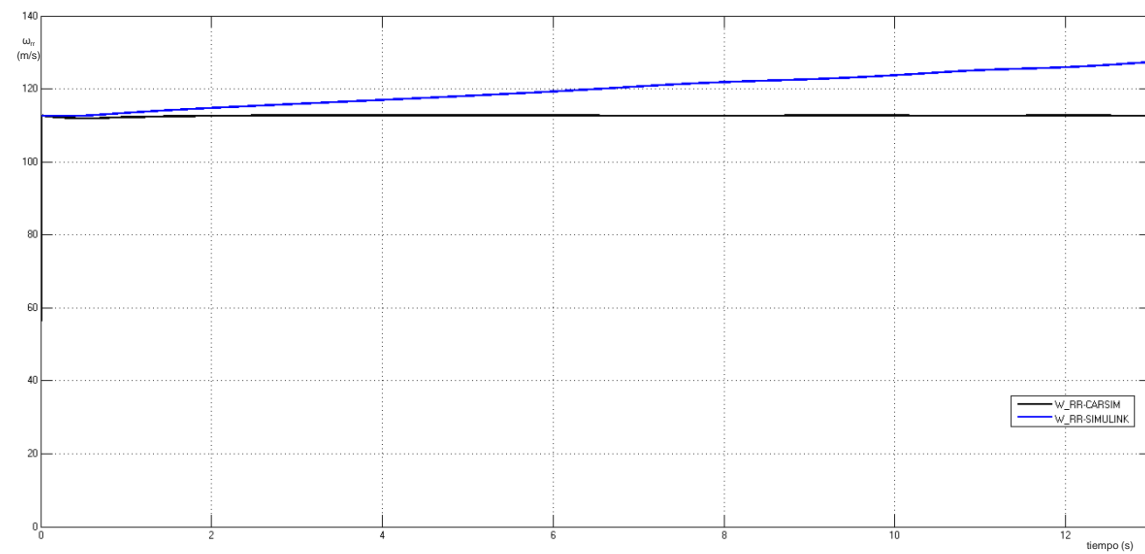


Figura 193: Velocidad Angular del neumático trasero derecho para SSS 120 Km/h

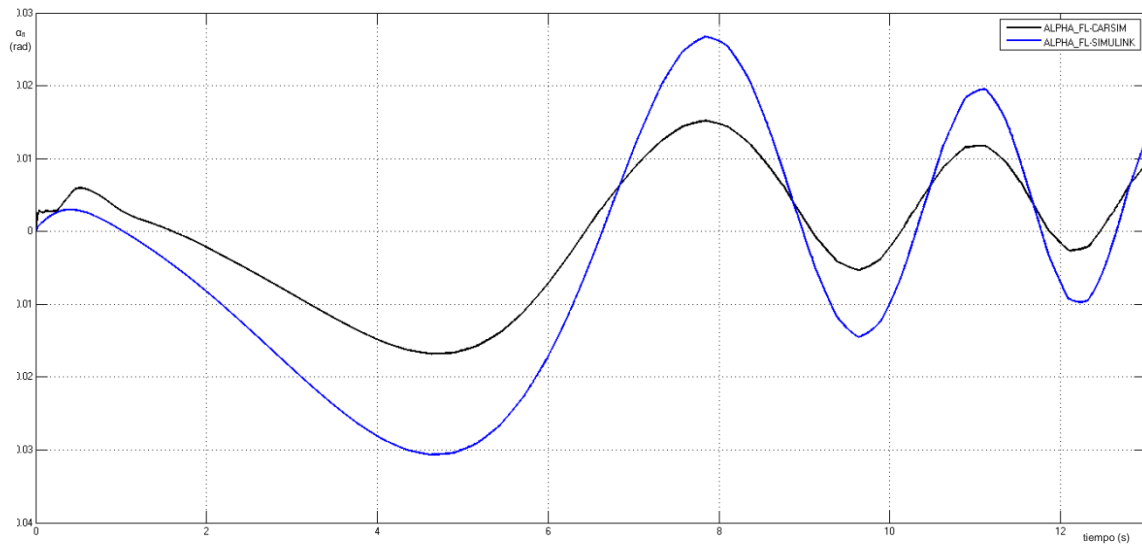


Figura 194: Deslizamiento lateral del neumático delantero izquierdo para SSS 120 Km/h

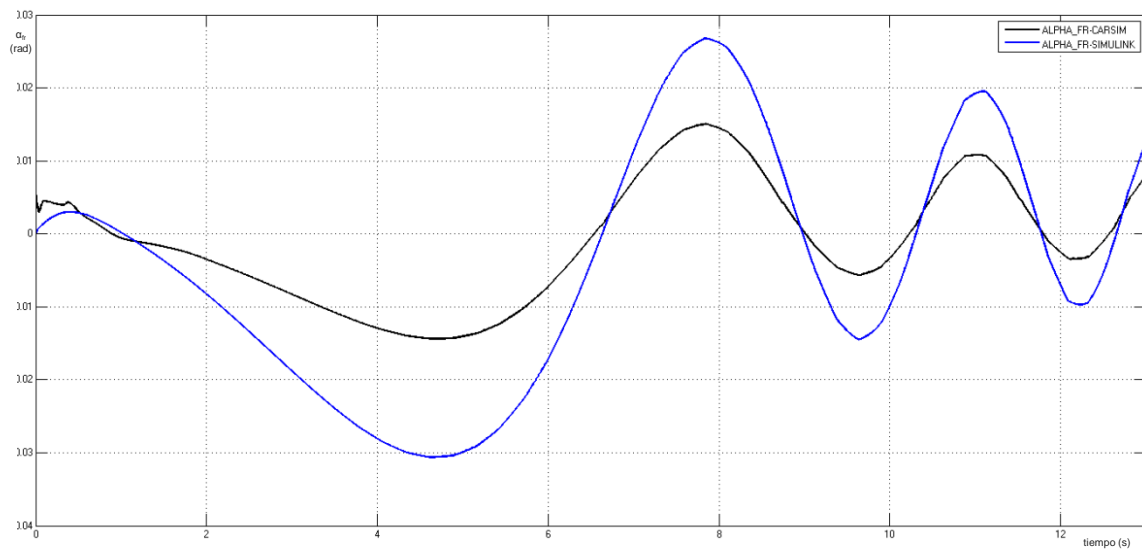


Figura 195: Deslizamiento lateral del neumático delantero derecho para SSS 120 Km/h

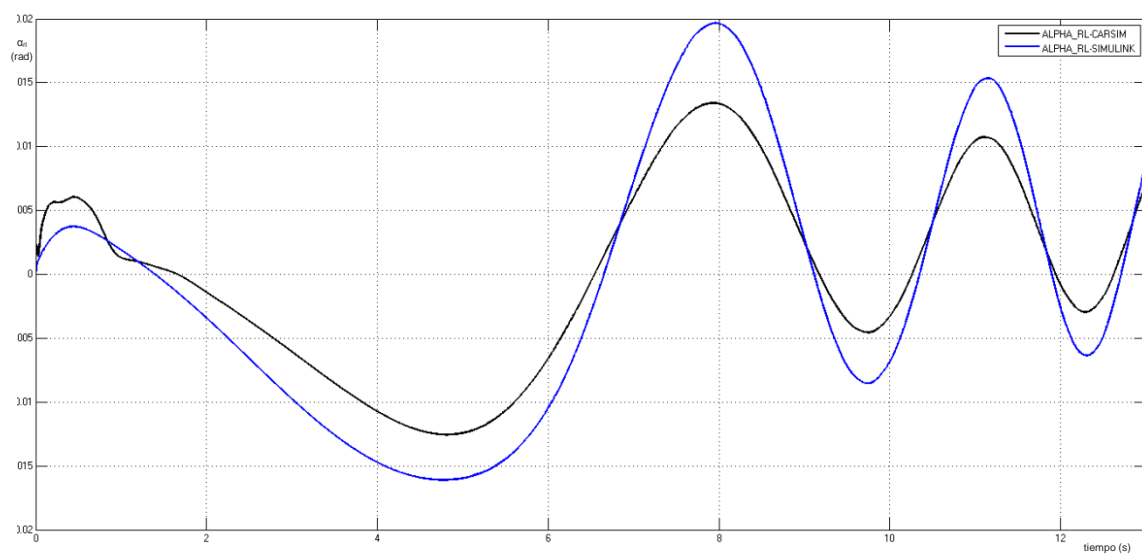


Figura 196: Deslizamiento lateral del neumático trasero izquierdo para SSS 120 Km/h

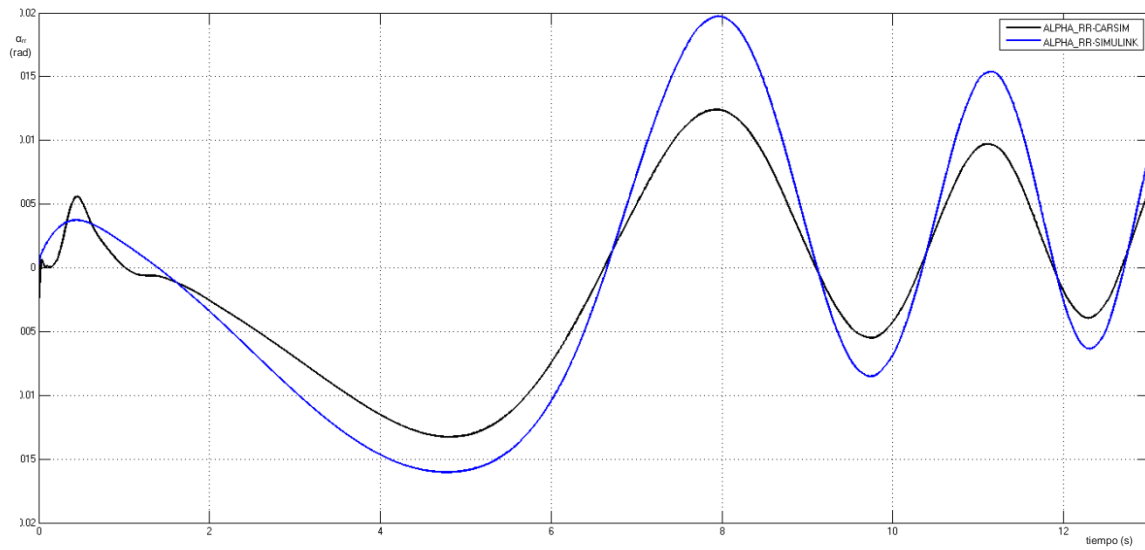


Figura 197: Deslizamiento lateral del neumático trasero derecho para SSS 120 Km/h

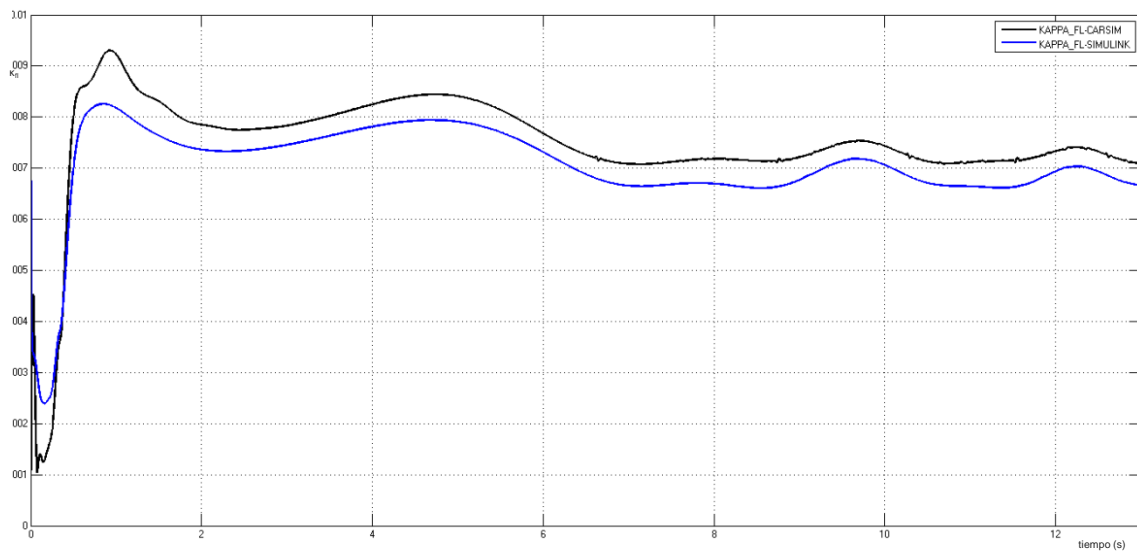


Figura 198: Deslizamiento longitudinal del neumático delantero izquierdo para SSS 120 Km/h

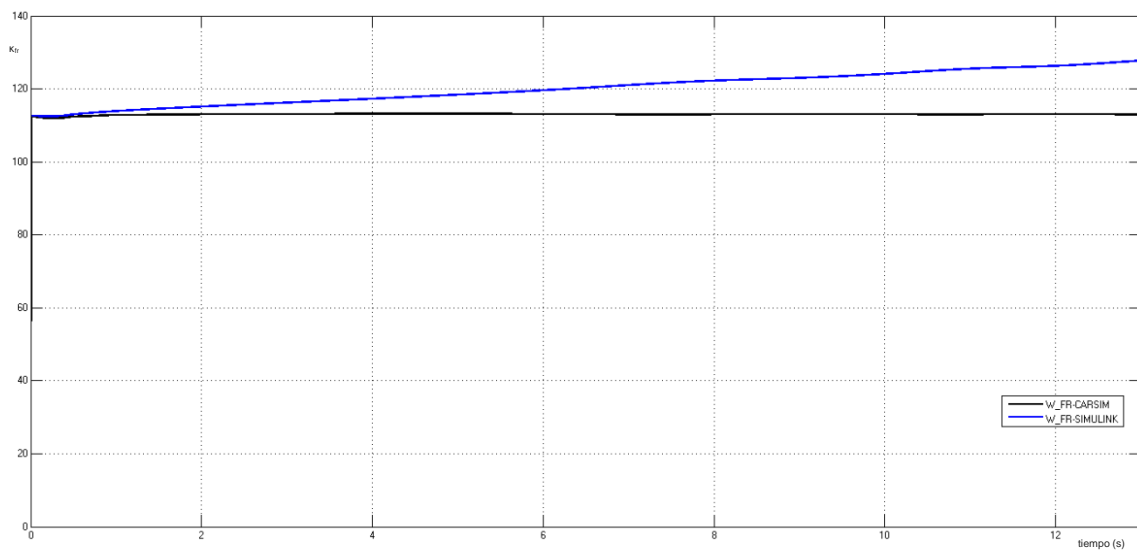


Figura 199: Deslizamiento longitudinal del neumático delantero derecho para SSS 120 Km/h

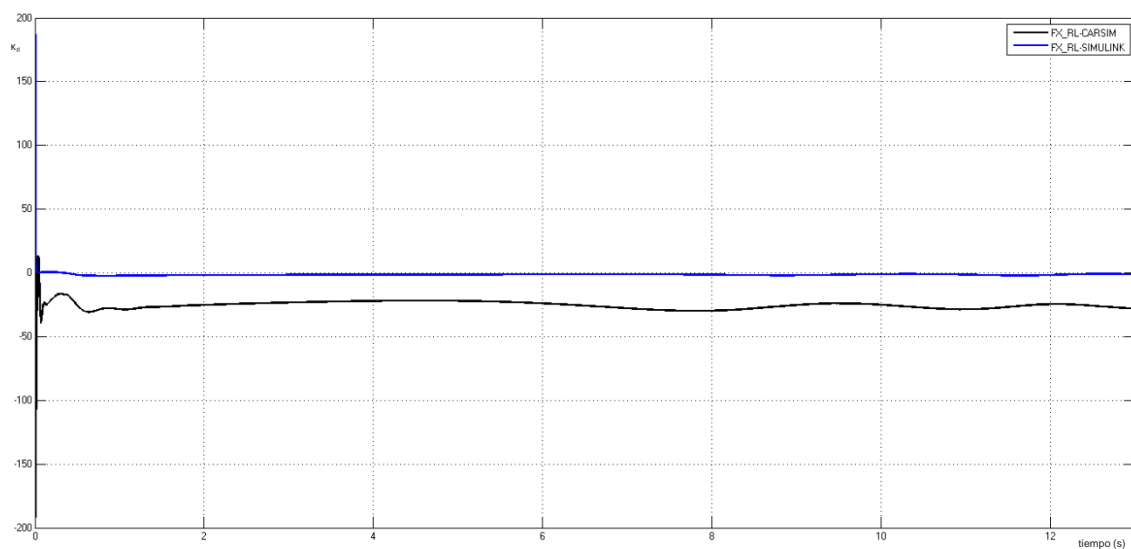


Figura 200: Deslizamiento longitudinal del neumático trasero izquierdo para SSS 120 Km/h

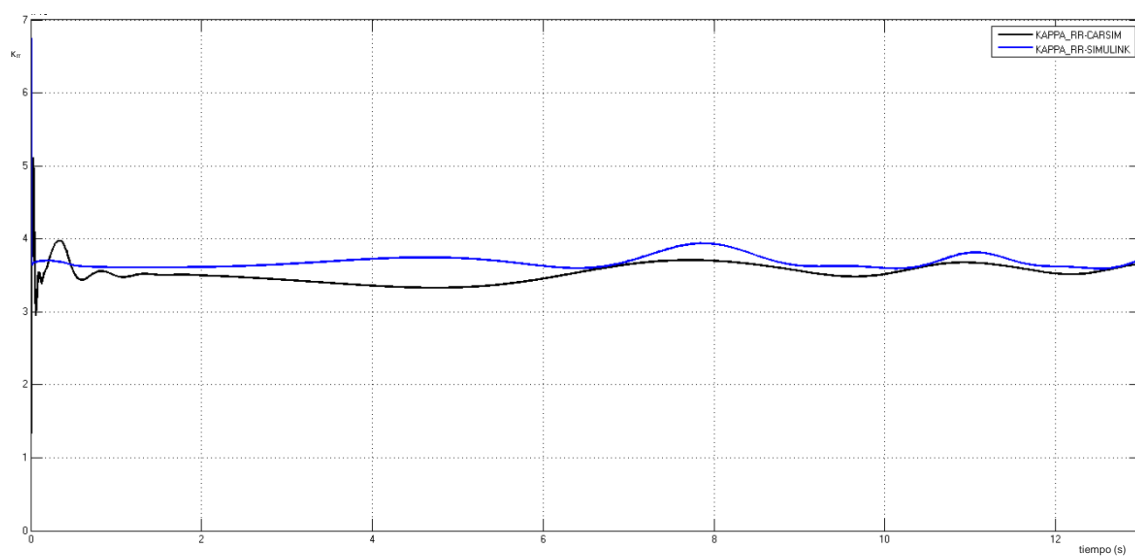


Figura 201: Deslizamiento longitudinal del neumático trasero derecho para SSS 120 Km/h

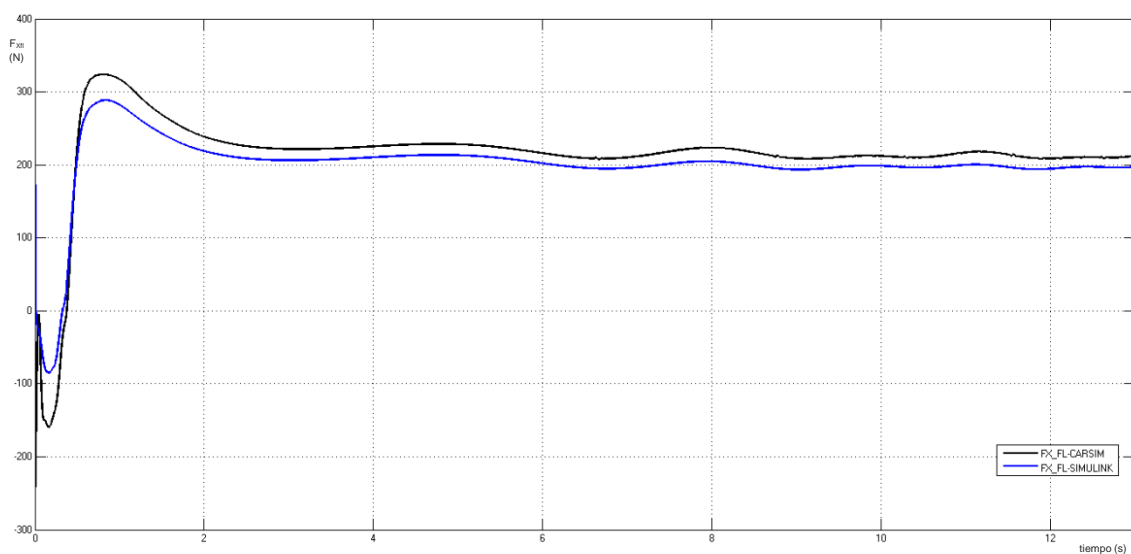


Figura 202: Fuerza longitudinal para el neumático delantero izquierdo para SSS 120 Km/h

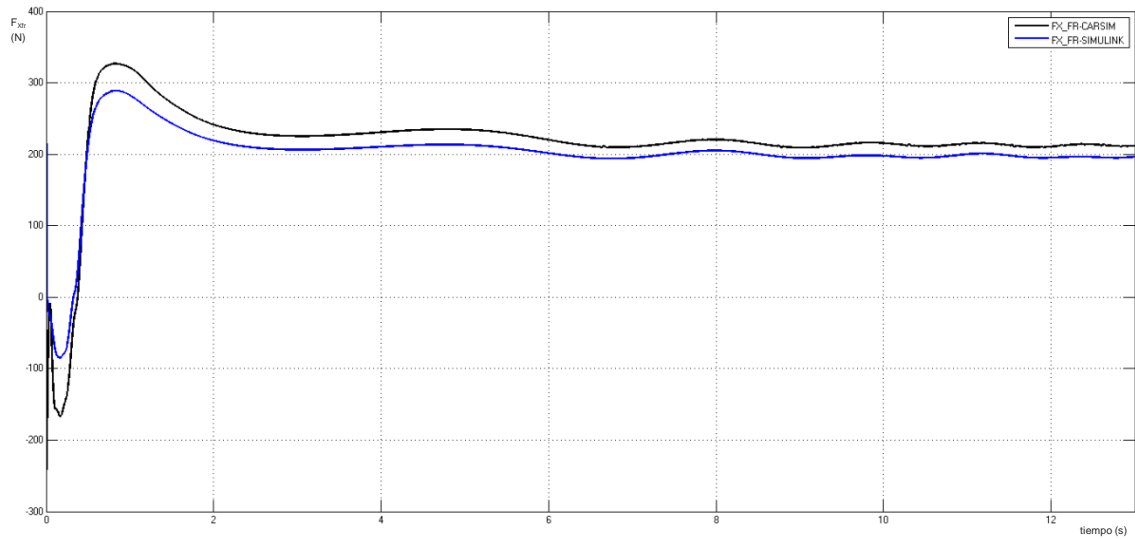


Figura 203: Fuerza longitudinal para el neumático delantero derecho para SSS 120 Km/h

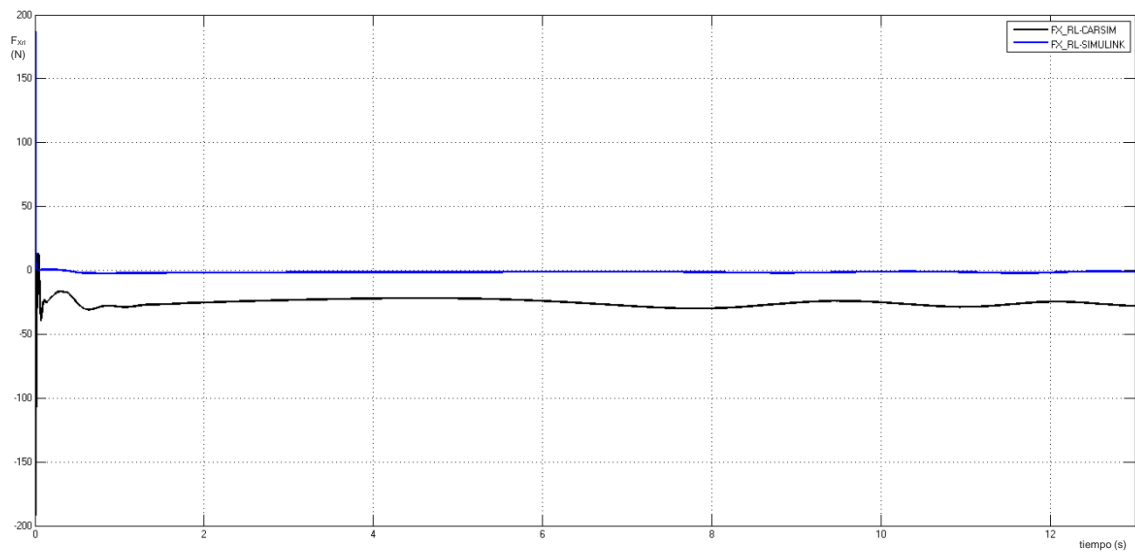


Figura 204: Fuerza longitudinal para el neumático trasero izquierdo para SSS 120 Km/h

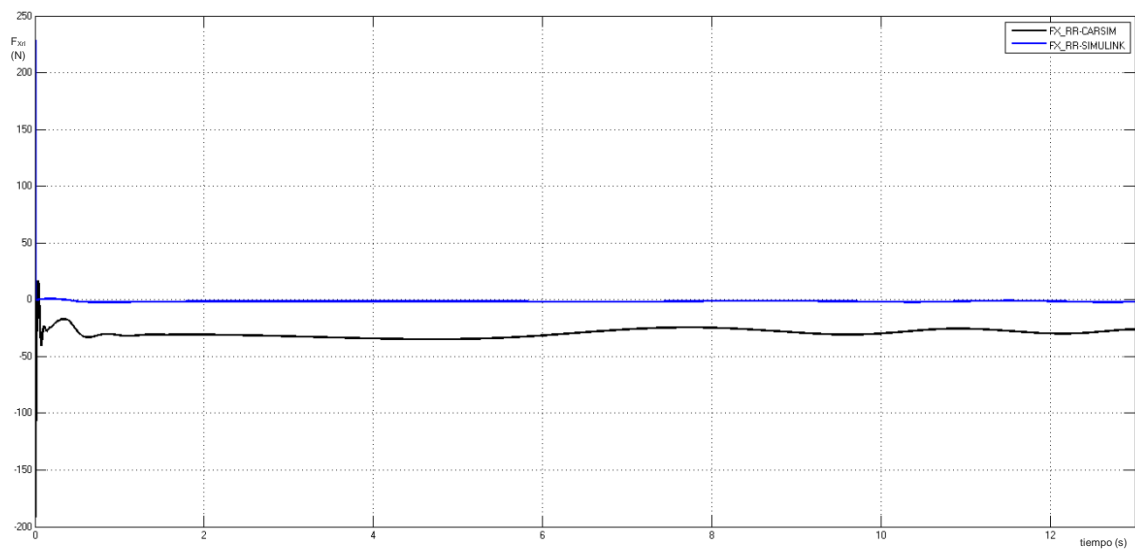


Figura 205: Fuerza longitudinal para el neumático trasero derecho para SSS 120 Km/h

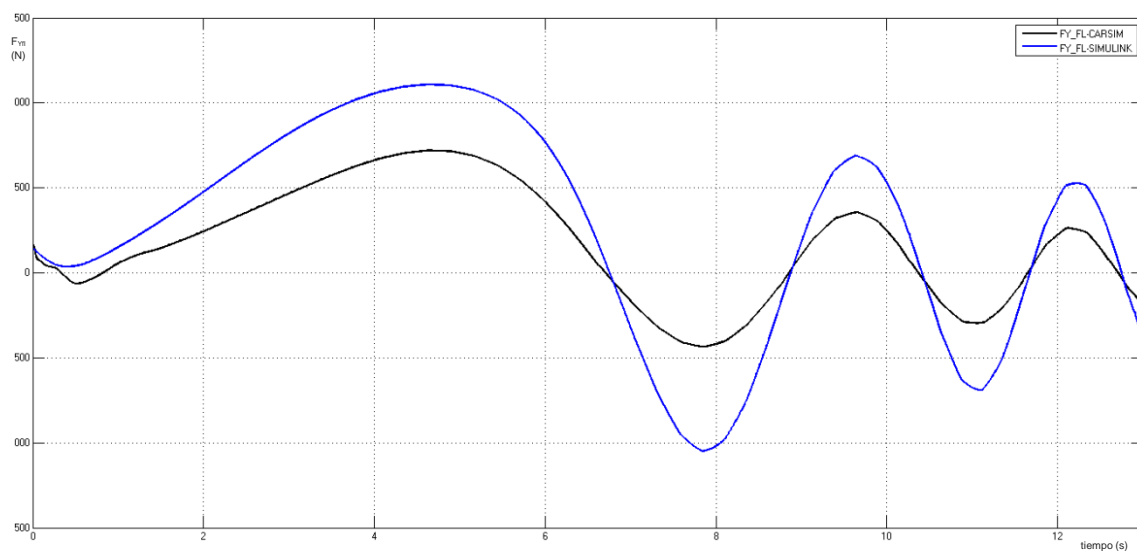


Figura 206: Fuerza lateral para el neumático delantero izquierdo para SSS 120 Km/h

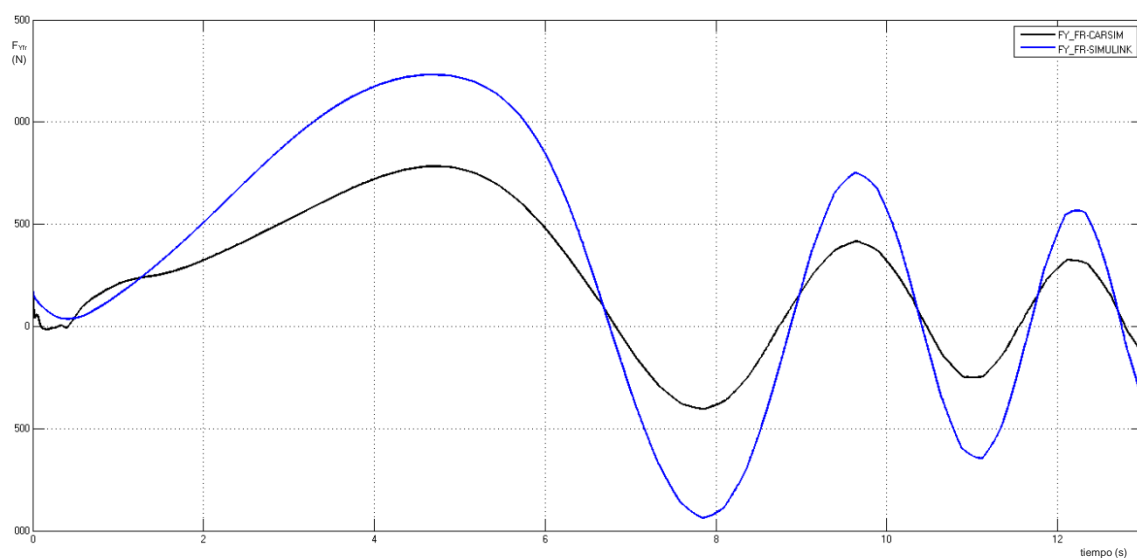


Figura 207: Fuerza lateral para el neumático delantero derecho para SSS 120 Km/h

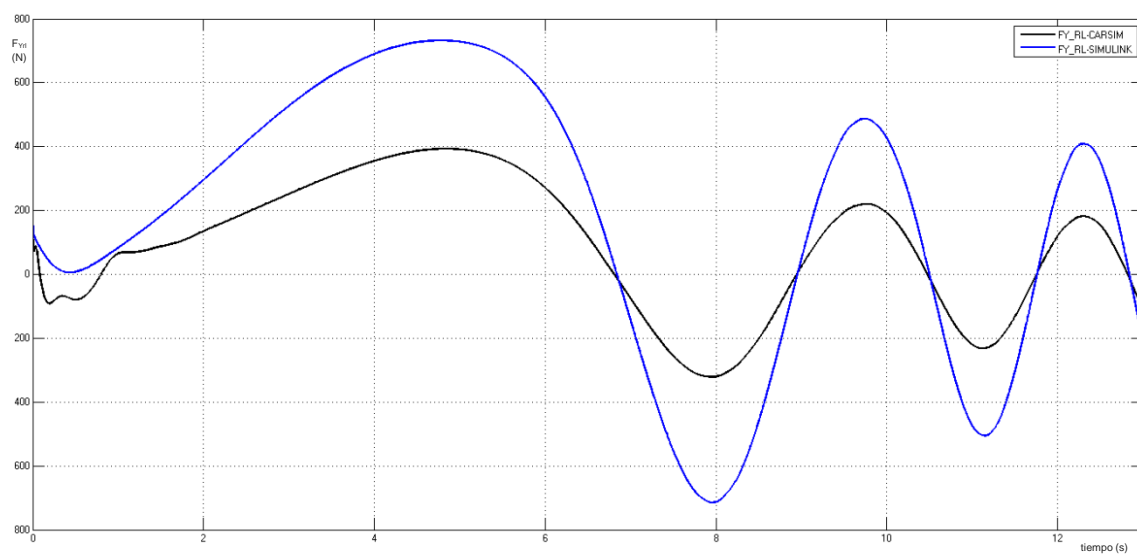


Figura 208: Fuerza lateral para el neumático trasero izquierdo para SSS 120 Km/h

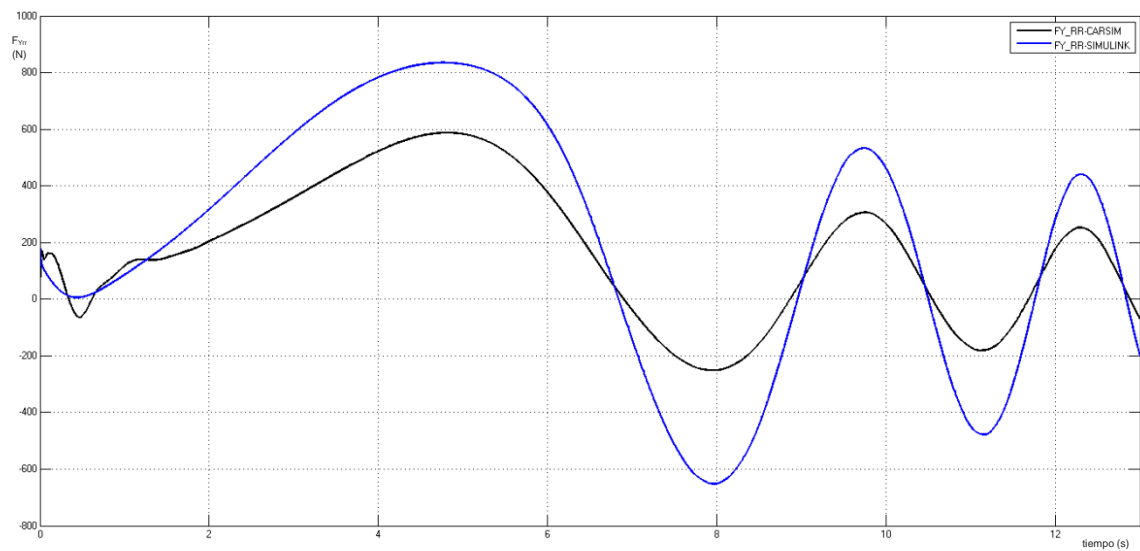


Figura 209: Fuerza lateral para el neumático trasero derecho para SSS 120 Km/h

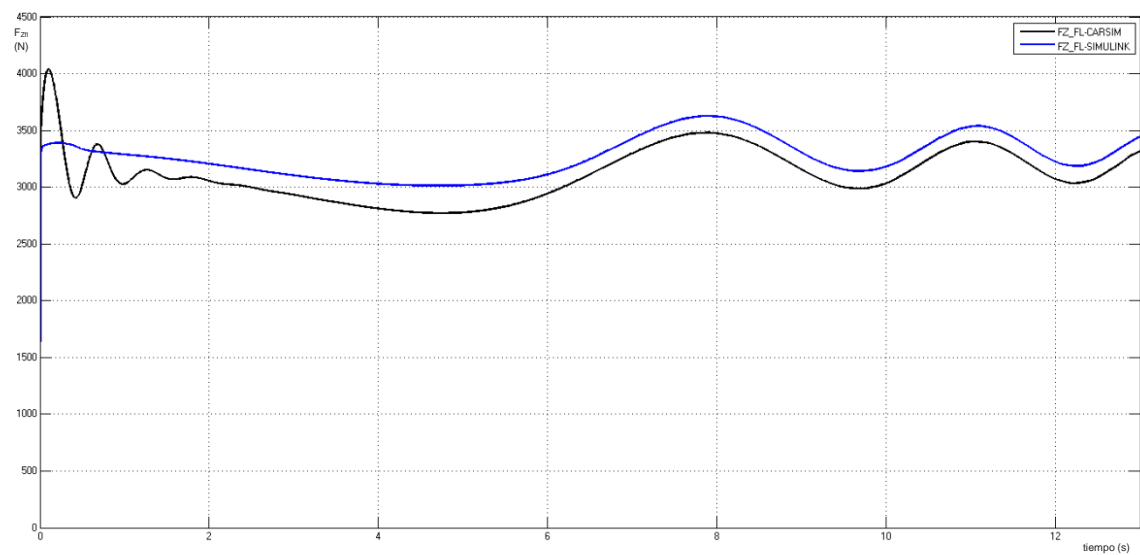


Figura 210: Fuerza vertical para el neumático delantero izquierdo para SSS 120 Km/h

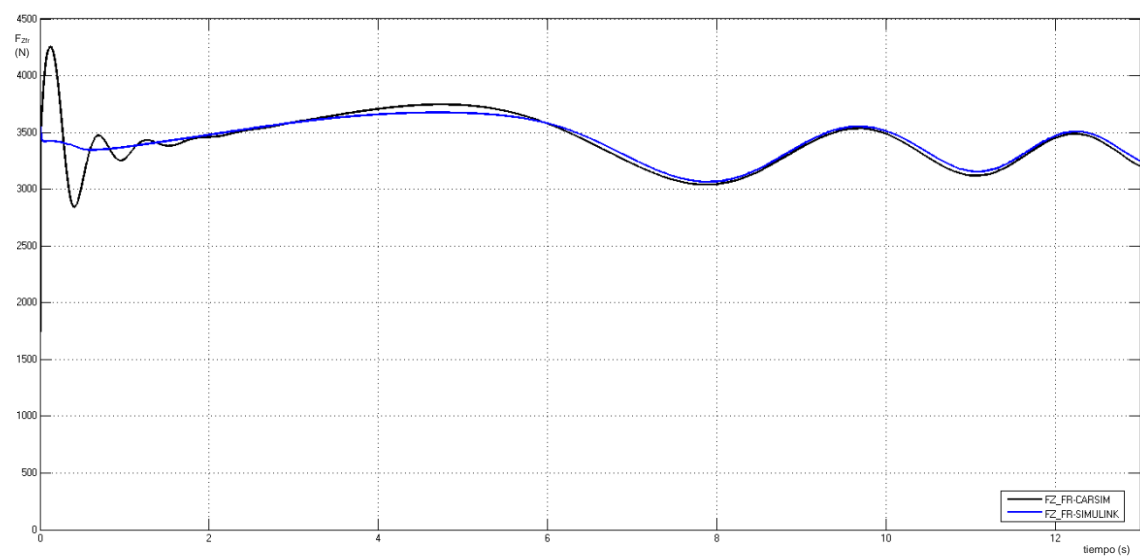


Figura 211: Fuerza vertical para el neumático delantero derecho para SSS 120 Km/h

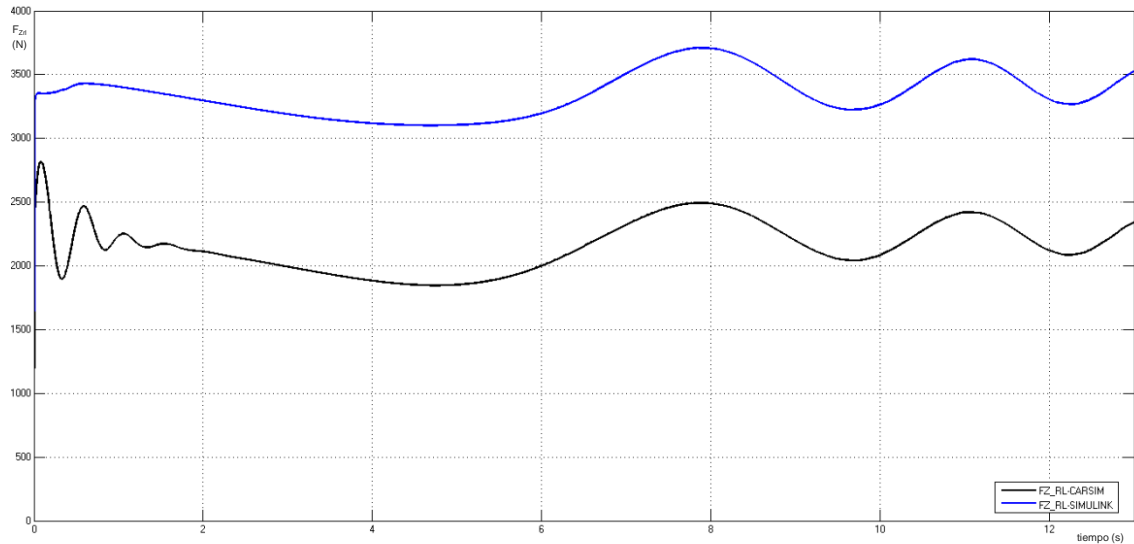


Figura 212: Fuerza vertical para el neumático trasero izquierdo para SSS 120 Km/h

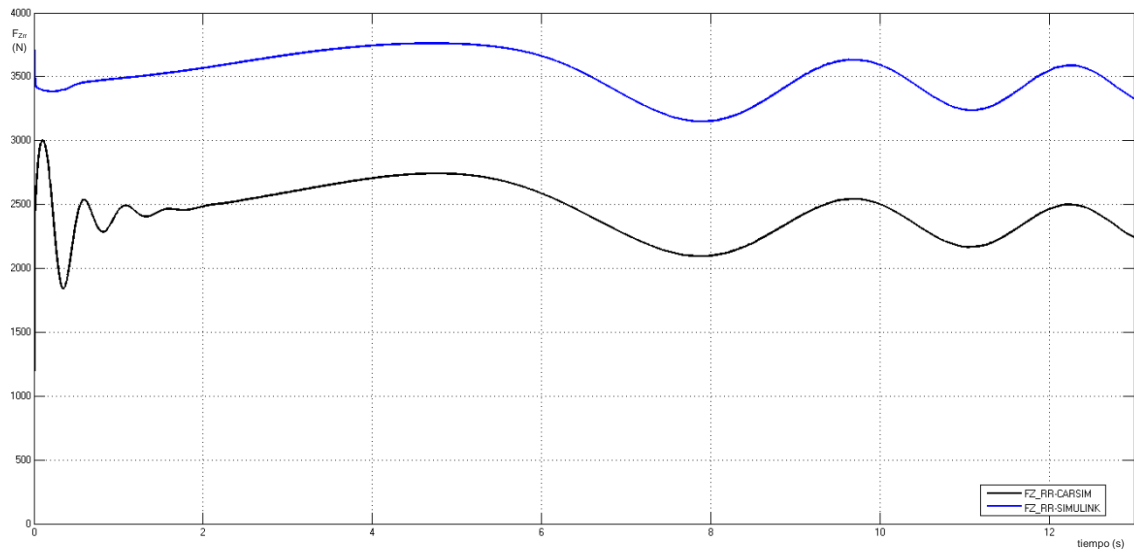


Figura 213: Fuerza vertical para el neumático trasero derecho para SSS 120 Km/h

Análisis de los resultados del caso 6

En el caso de estudio número 6, *Sine Sweep Steer* a 120 Km/h, al igual que en el caso 5, las formas de las gráficas que representan los dos métodos de cálculo son muy similares, aunque las fuerzas verticales y longitudinales para el eje trasero del vehículo (Figura 204, Figura 205, Figura 212 y Figura 213) continúan presentando diferencias significativas, como es común a todo el proyecto. A pesar de esto, las variables correspondientes a los grados de libertad presentan formas muy similares con errores máximos puntuales elevados en ciertas variables debido a que la amplitud de las ondas que describe el modelo de *Simulink* es superior a las del modelo de *CarSim*.

Velocidad longitudinal (U): como en casos anteriores de este proyecto, el programa *Simulink* presenta una velocidad creciente (linealmente) mientras que para el programa *CarSim* es constante, ver Figura 186. El máximo error relativo se encuentra al finalizar la maniobra, a los 13 segundos, y es $e_U = 12.9\%$.

Velocidad lateral (V): ambas series de datos muestran la misma forma, aunque la amplitud de onda que describe *Simulink* es mayor que la que describe *CarSim*, esto provoca errores relativos que, debido al pequeño orden de magnitud de los valores, son muy elevados, como se observa en la Figura 187. El máximo error relativo obtenido es $e_V = 100\%$. Análogamente al caso de estudio 5, este resultado no es relevante comparado con la máxima magnitud de la gráfica. Teniendo esto en cuenta, el máximo error relativo obtenido es $e_V = 63,6\%$.

Velocidad de guiñada (r): como se aprecia en la Figura 188, para ambas series se obtiene la misma forma, pero de nuevo la amplitud de la onda es diferente para los dos modelos. El máximo error relativo es $e_r = 97.6\%$.

Ángulo de balanceo (ϕ): como se ve en la Figura 189, las dos series de datos tienen una forma similar con dos importantes errores puntuales, siendo el mayor de ellos $e_\phi = 147.5 \%$.

Velocidad angular de las ruedas (ω): de la misma forma que para la velocidad longitudinal, la simulación con *Simulink* presenta una forma creciente (linealmente) con el tiempo mientras que la simulación en *CarSim* es constante. El máximo error relativo para todas las ruedas es similar y corresponde a un valor de $e_{\omega_i} = 13.06\%$ que se presenta al finalizar la prueba (a los 13 segundos), como se observa en las gráficas, de la Figura 190 hasta la Figura 193.

6.5. Sine Wave Steer

En la prueba *Sine Wave Steer (SWS)*, se simula un vehículo realizando una serie de curvas enlazadas en direcciones opuestas, cuya trayectoria es similar a la función seno.

Para los dos casos de estudio, en primer lugar se muestra una imagen de la maniobra (Figura 214). A continuación se presenta una gráfica con la trayectoria que debe describir el vehículo (Figura 215). Y para finalizar se presentan las gráficas con los resultados de esta prueba.

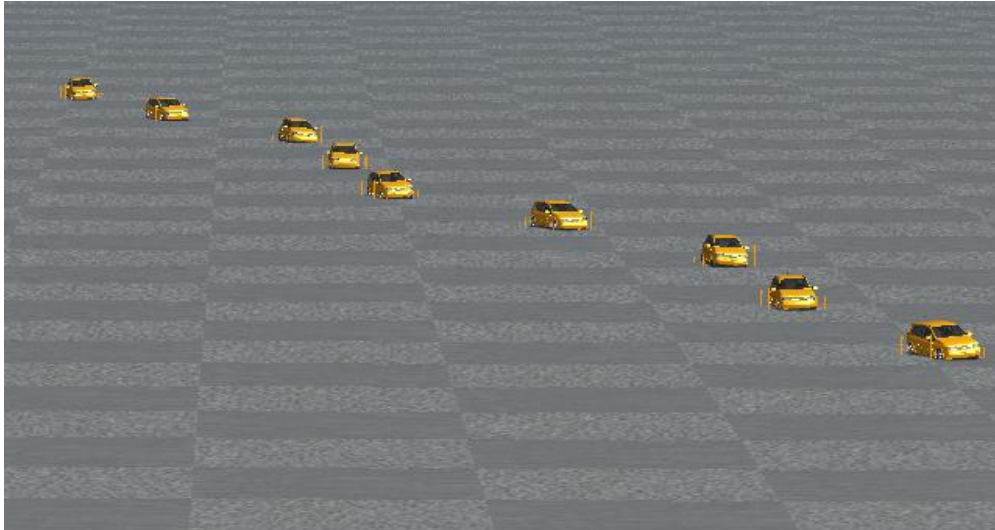


Figura 214: Maniobra Sine Wave Steer

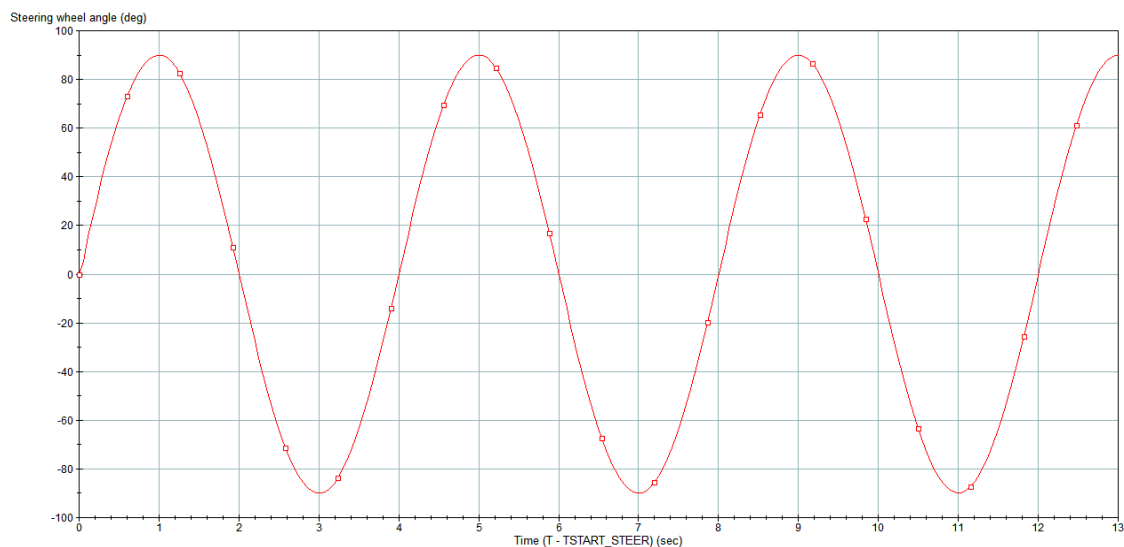


Figura 215: Trayectoria que debe seguir el vehículo en la maniobra Sine Wave Steer

6.5.1. Caso 7: Maniobra de la onda Sine Wave Steer a 80 Km/h.

Las gráficas del caso de estudio número 7, *Sine Wave Steer* a 80 Km/h, se recogen desde la Figura 216 a la Figura 243. En estas gráficas aparecen dos series de datos que, como en los otros casos de estudio, siguen el mismo criterio de colores, negro para la muestra de control obtenida de *CarSim* y azul para los datos conseguidos con el modelo de 8 grados de libertad utilizando *Simulink*, como se puede ver en la leyenda de las mismas.

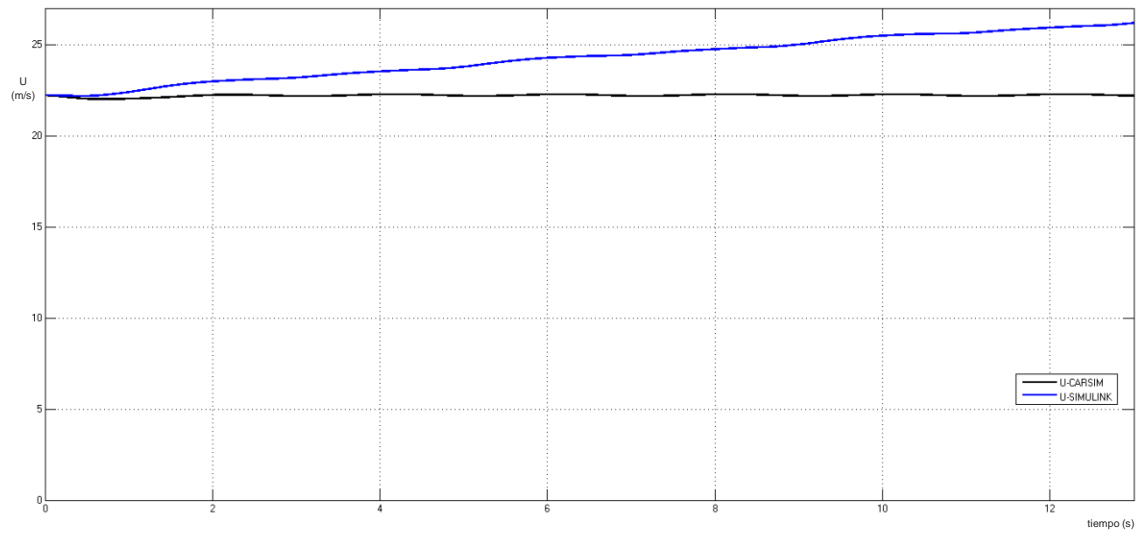


Figura 216: Velocidad longitudinal para SWS 80 Km/h

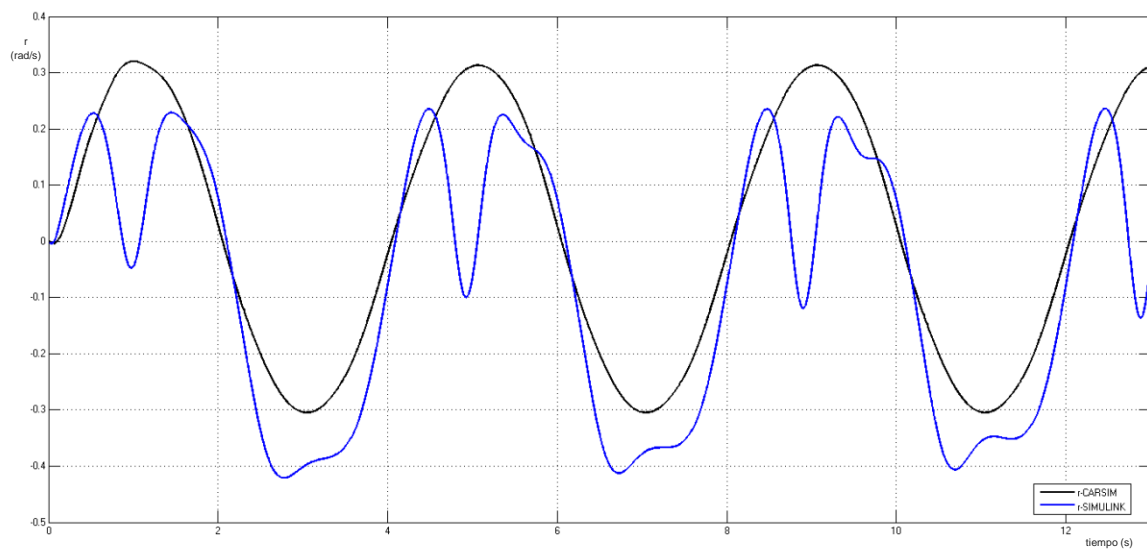


Figura 217: Velocidad de guiñada para SWS 80 Km/h

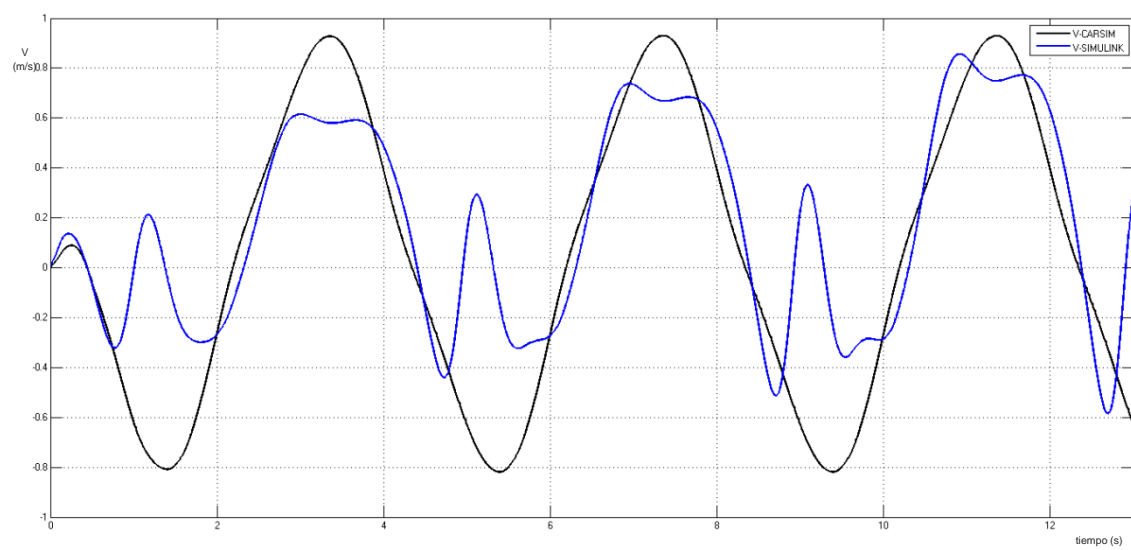


Figura 218: Velocidad lateral para SWS 80 Km/h

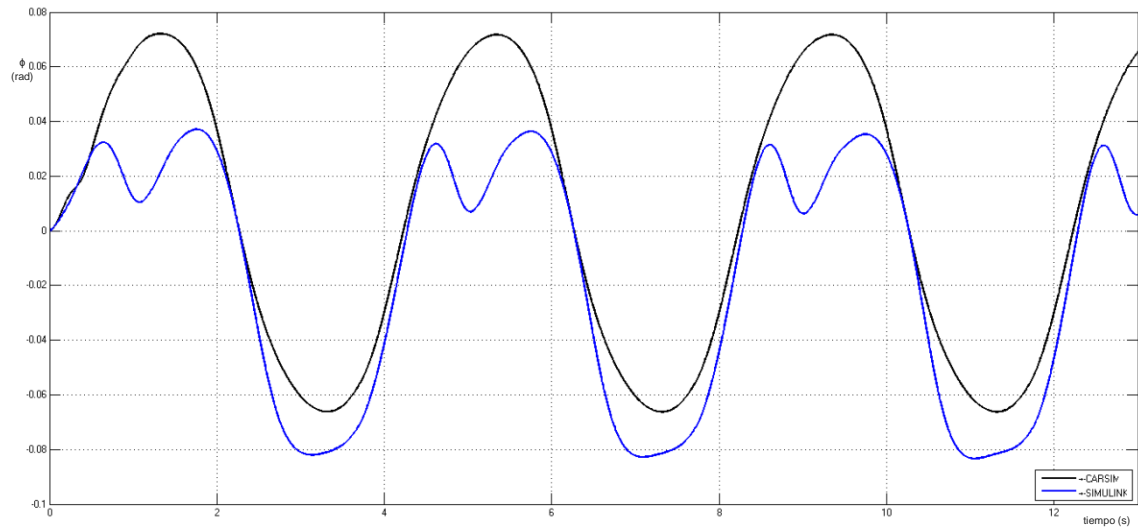


Figura 219: Ángulo de balanceo para SWS 80 Km/h

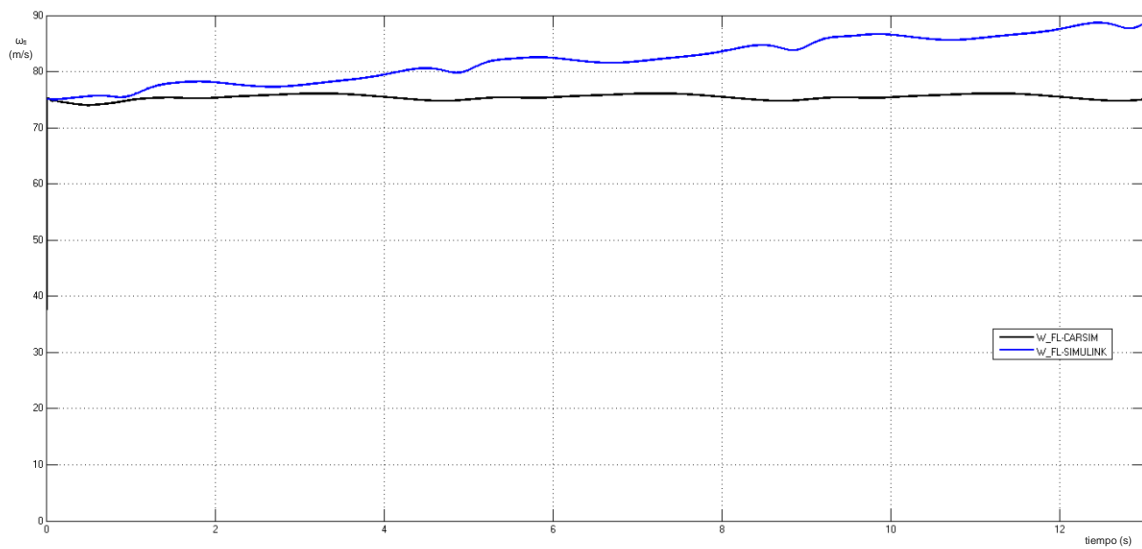


Figura 220: Velocidad Angular del neumático delantero izquierdo para SWS 80 Km/h

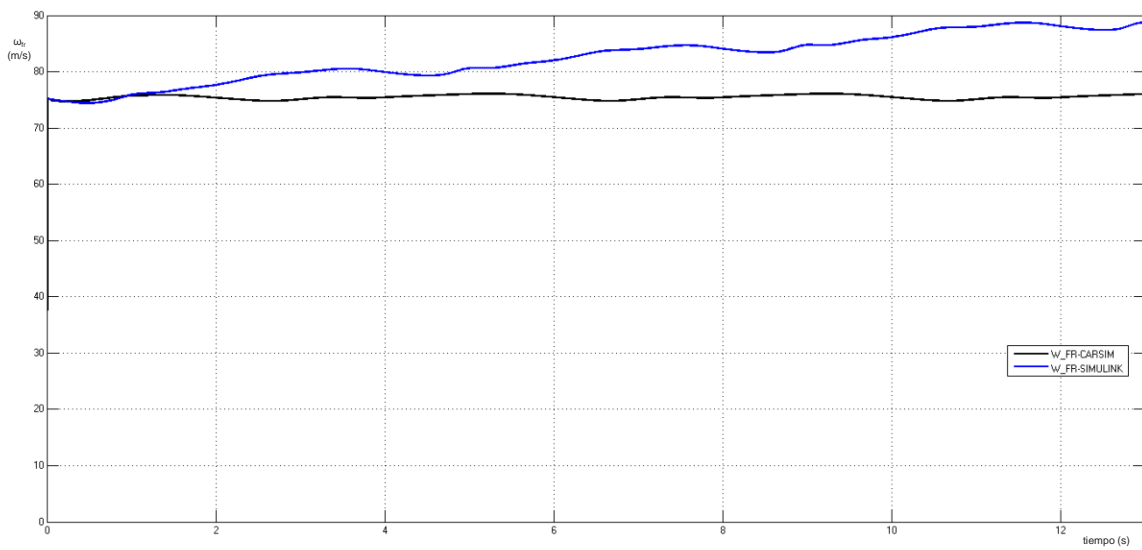


Figura 221: Velocidad Angular del neumático delantero derecho para SWS 80 Km/h

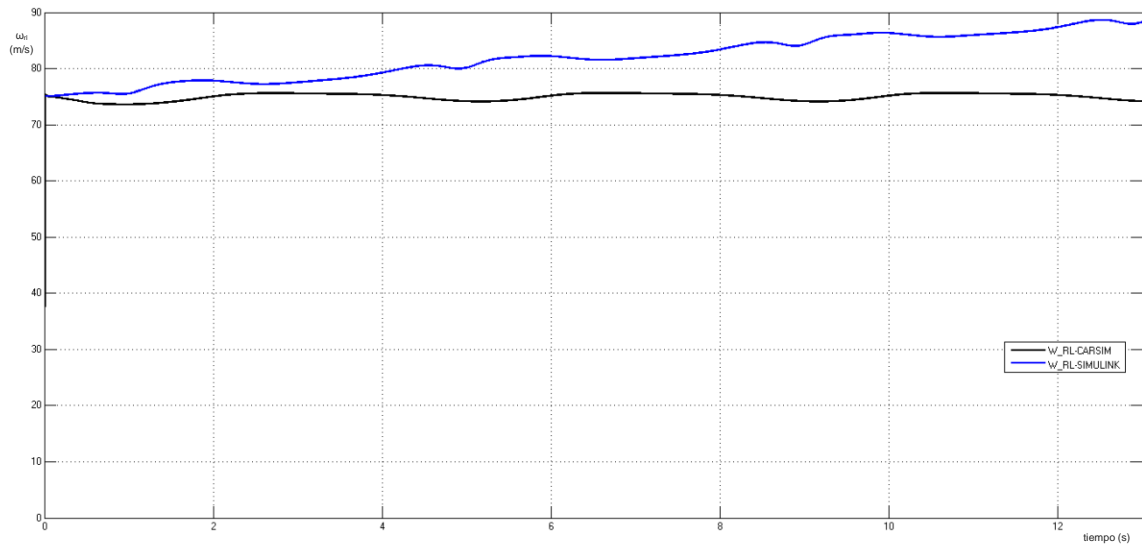


Figura 222: Velocidad Angular del neumático trasero izquierdo para SWS 80 Km/h

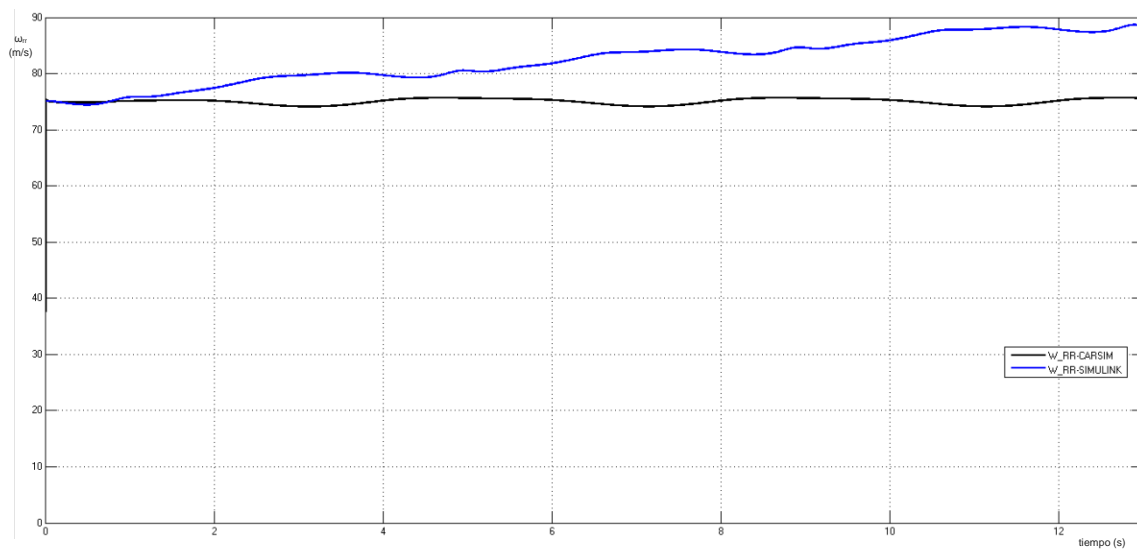


Figura 223: Velocidad Angular del neumático trasero derecho para SWS 80 Km/h

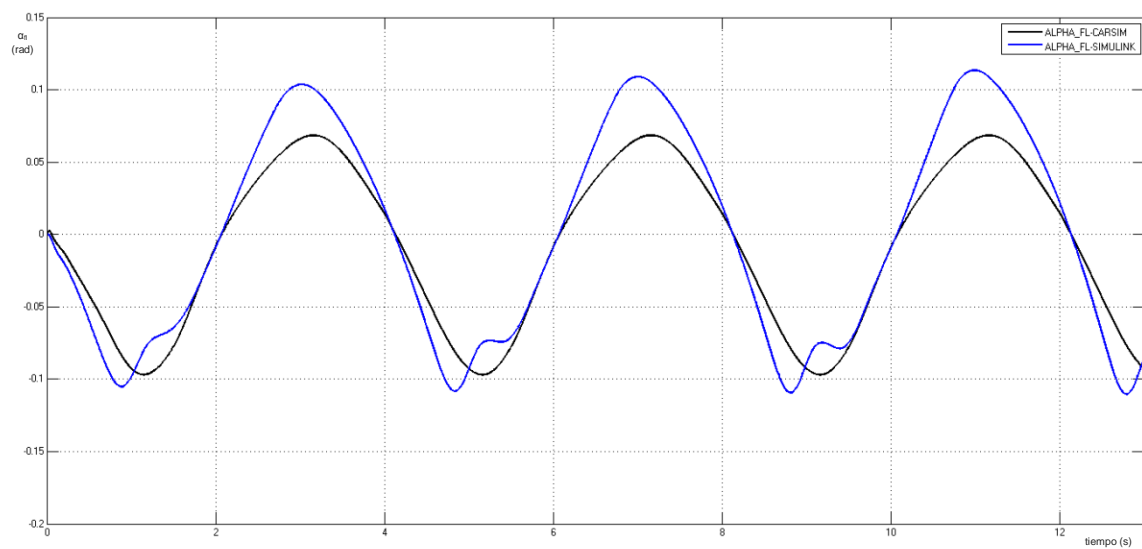


Figura 224: Deslizamiento lateral del neumático delantero izquierdo para SWS 80 Km/h

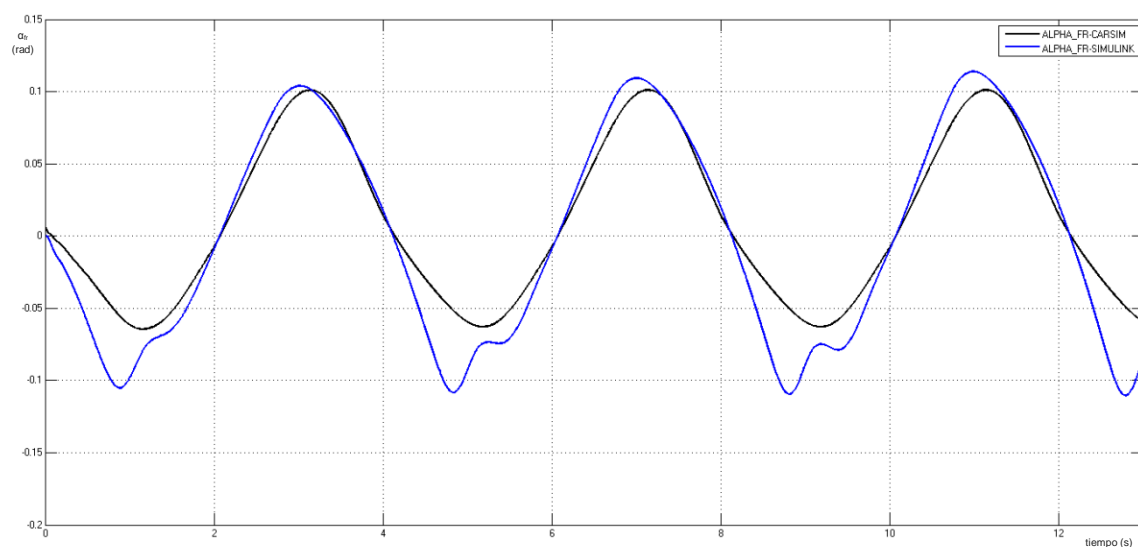


Figura 225: Deslizamiento lateral del neumático delantero derecho para SWS 80 Km/h

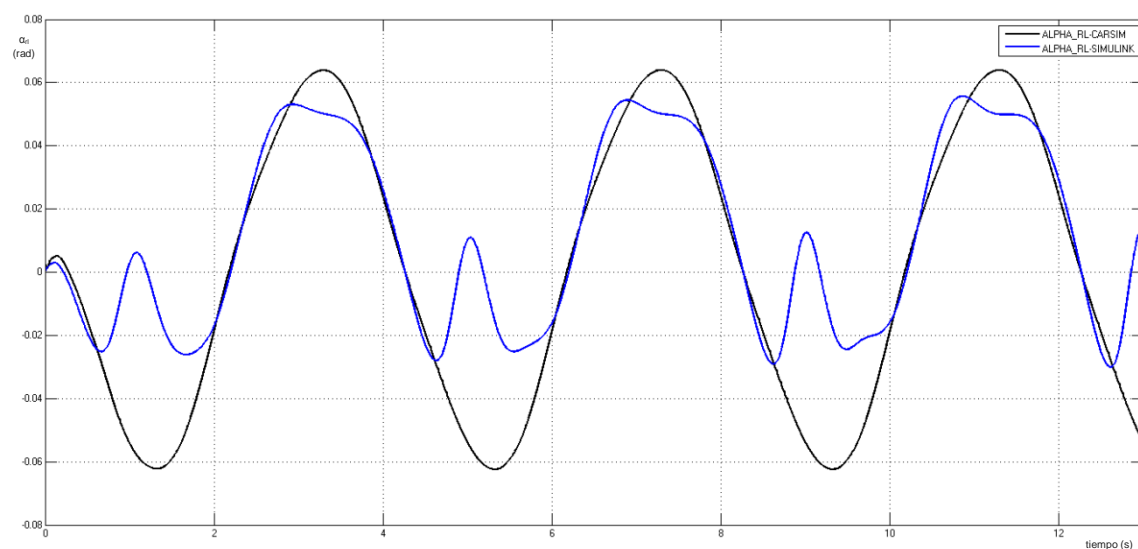


Figura 226: Deslizamiento lateral del neumático trasero izquierdo para SWS 80 Km/h

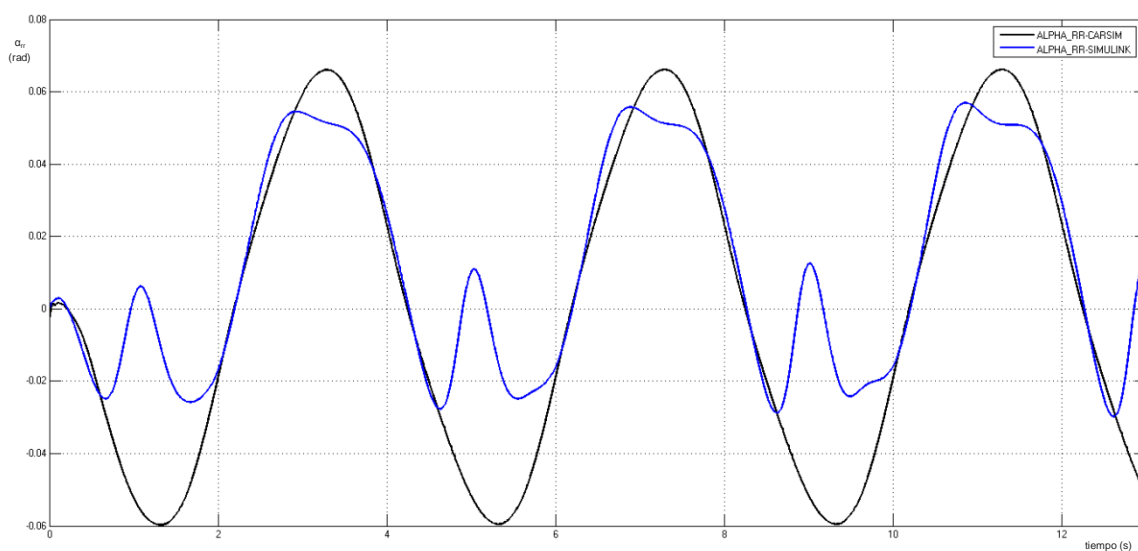


Figura 227: Deslizamiento lateral del neumático trasero derecho para SWS 80 Km/h

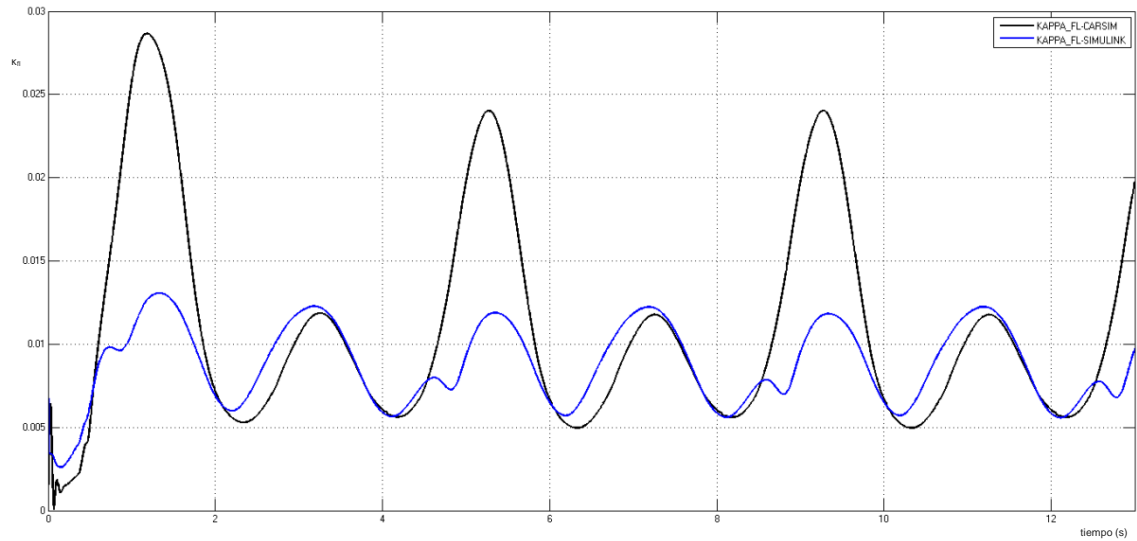


Figura 228: Deslizamiento longitudinal del neumático delantero izquierdo para SWS 80 Km/h

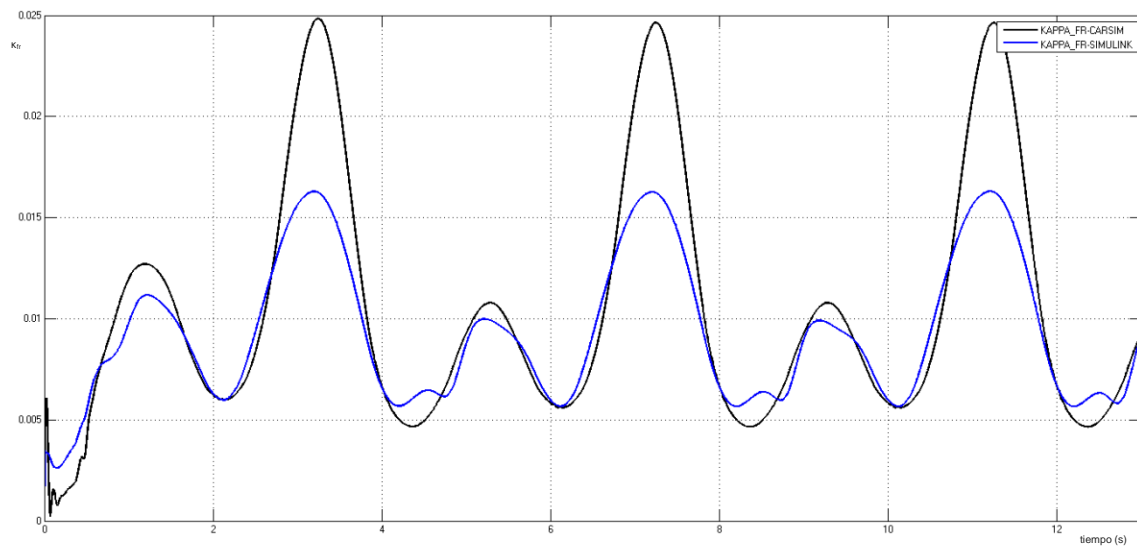


Figura 229: Deslizamiento longitudinal del neumático delantero derecho para SWS 80 Km/h

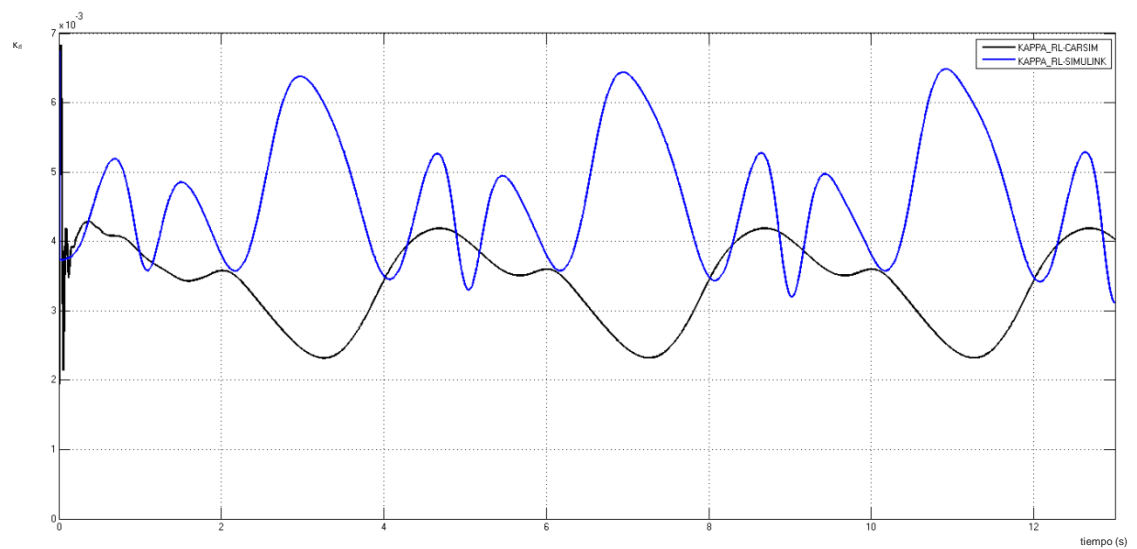


Figura 230: Deslizamiento longitudinal del neumático trasero izquierdo para SWS 80 Km/h

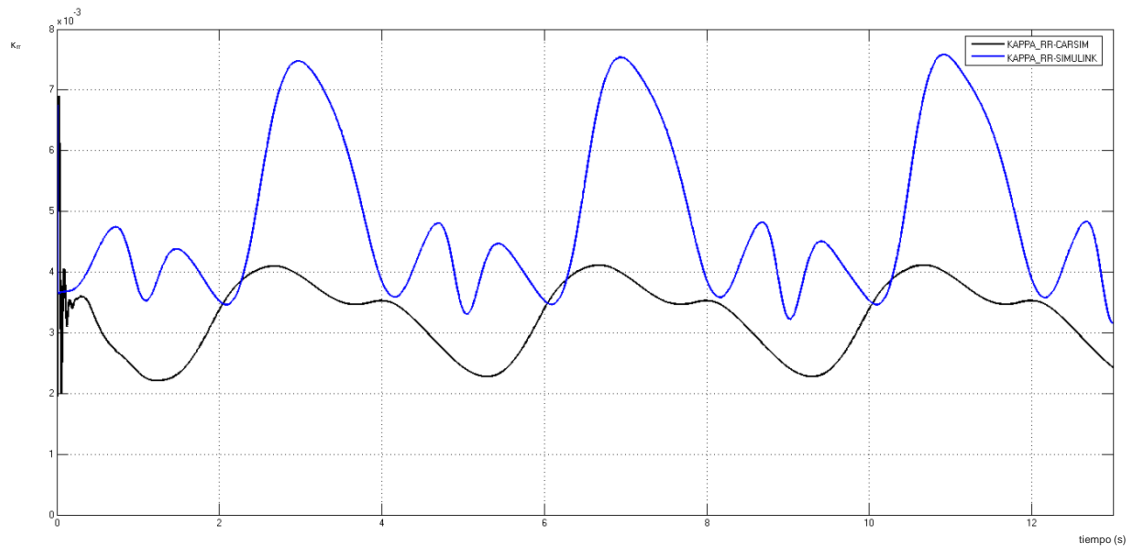


Figura 231: Deslizamiento longitudinal del neumático trasero derecho para SWS 80 Km/h

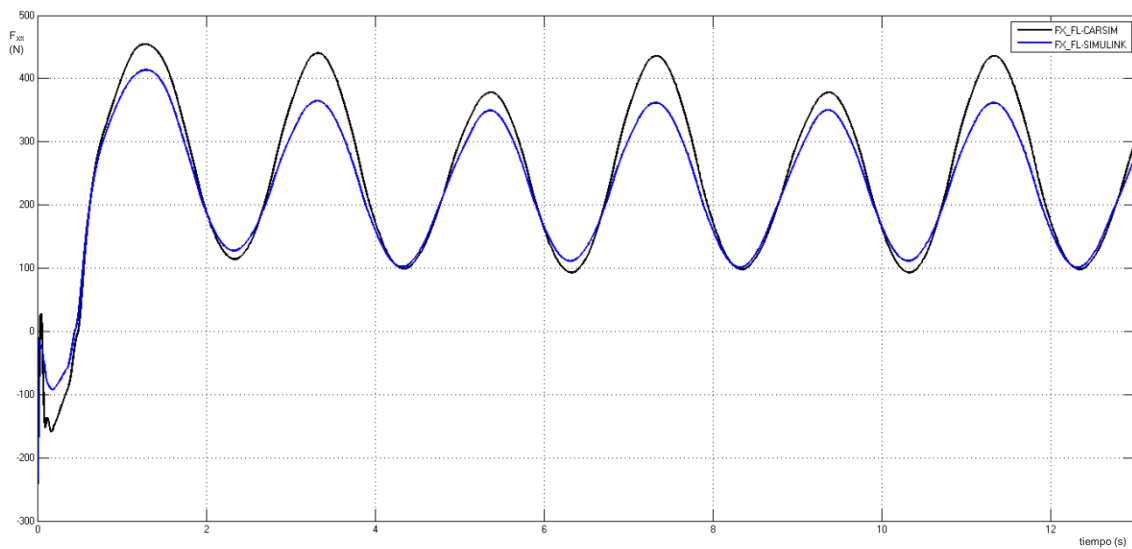


Figura 232: Fuerza longitudinal para el neumático delantero izquierdo para SWS 80 Km/h

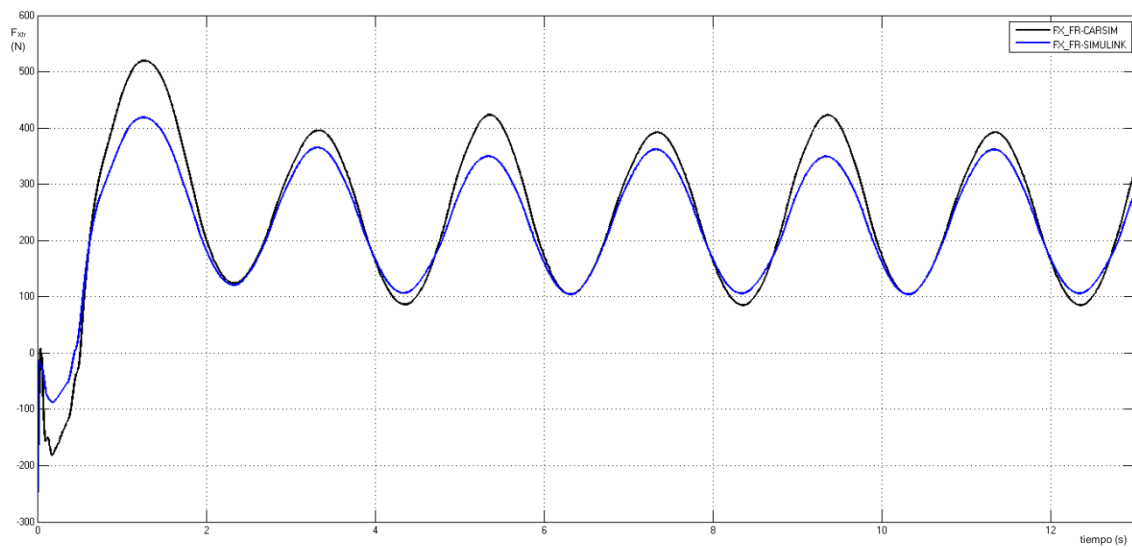


Figura 233: Fuerza longitudinal para el neumático delantero derecho para SWS 80 Km/h

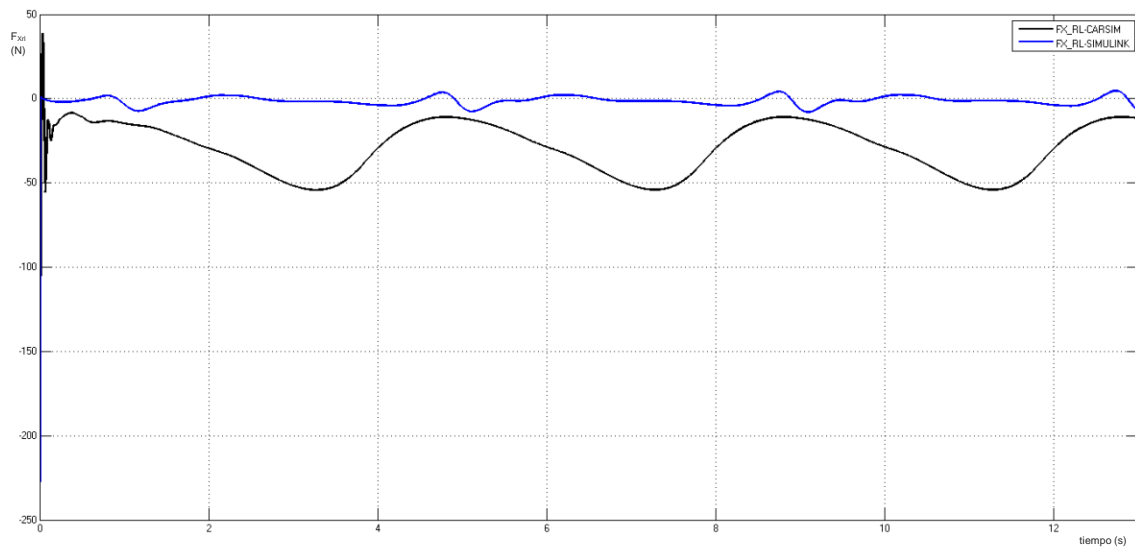


Figura 234: Fuerza longitudinal para el neumático trasero izquierdo para SWS 80 Km/h

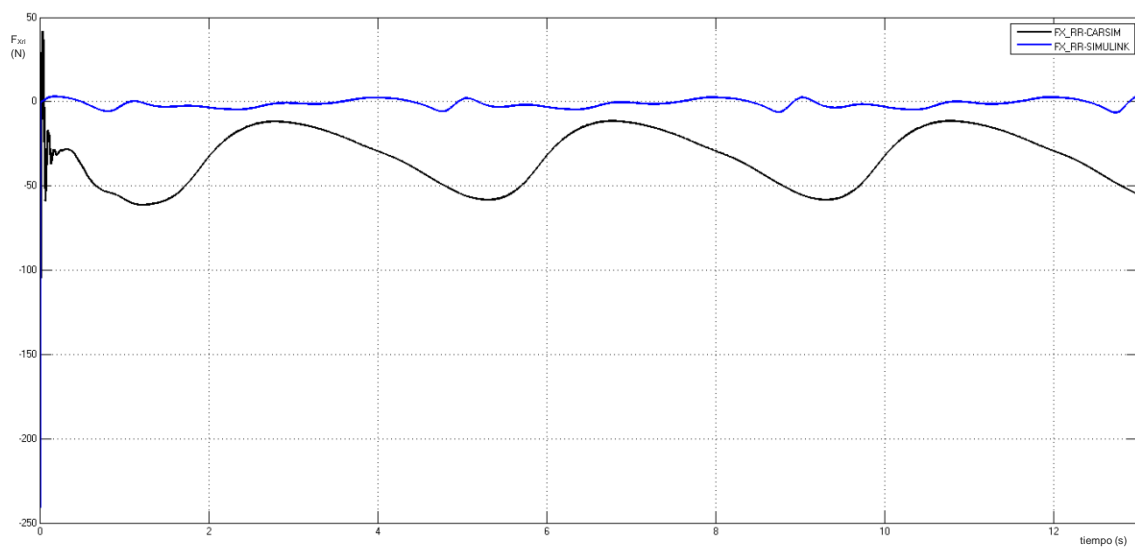


Figura 235: Fuerza longitudinal para el neumático trasero derecho para SWS 80 Km/h

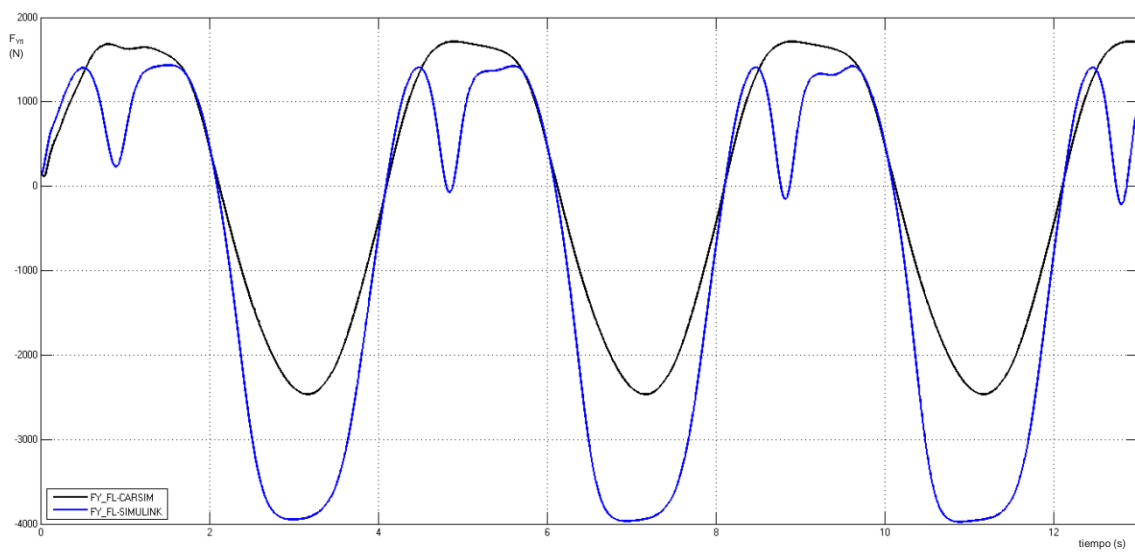


Figura 236: Fuerza lateral para el neumático delantero izquierdo para SWS 80 Km/h

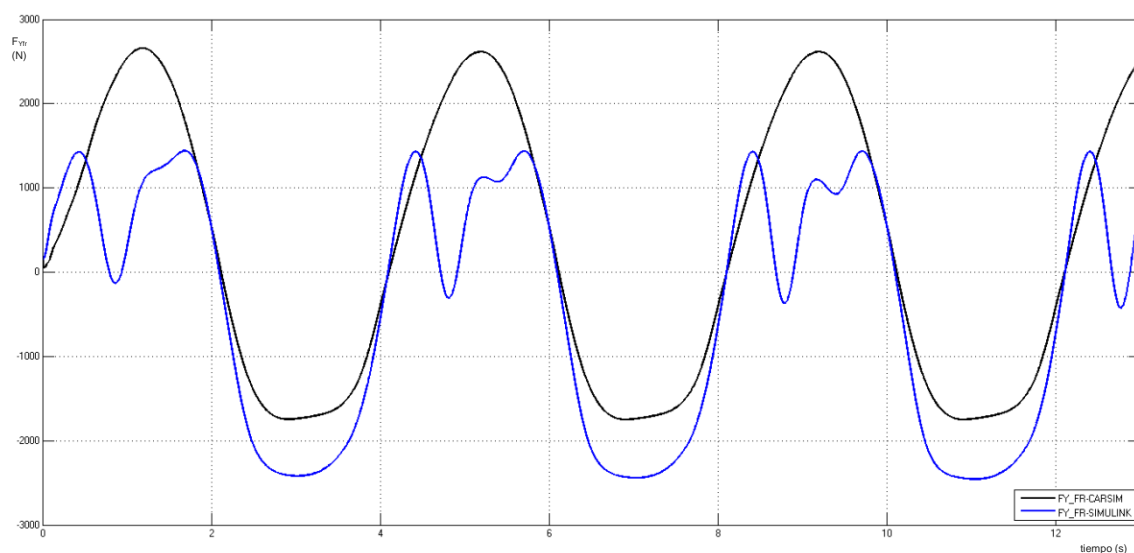


Figura 237: Fuerza lateral para el neumático delantero derecho para SWS 80 Km/h

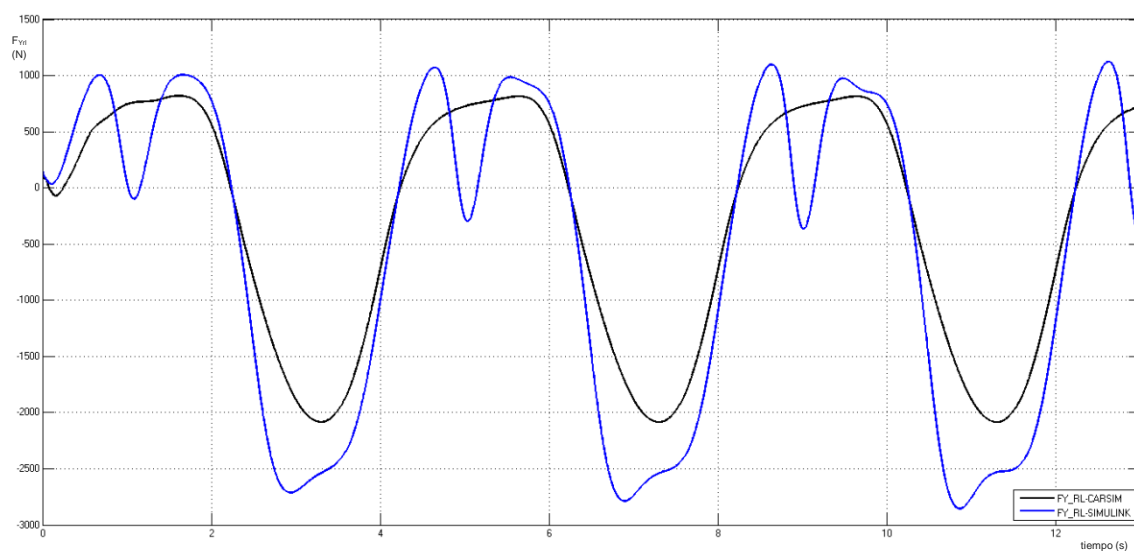


Figura 238: Fuerza lateral para el neumático trasero izquierdo para SWS 80 Km/h

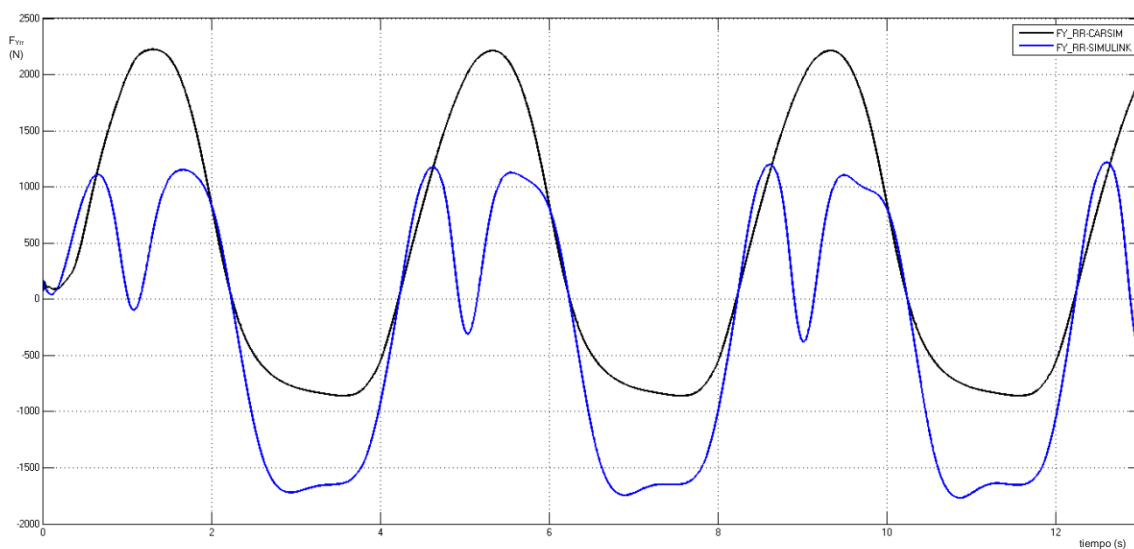


Figura 239: Fuerza lateral para el neumático trasero derecho para SWS 80Km/h

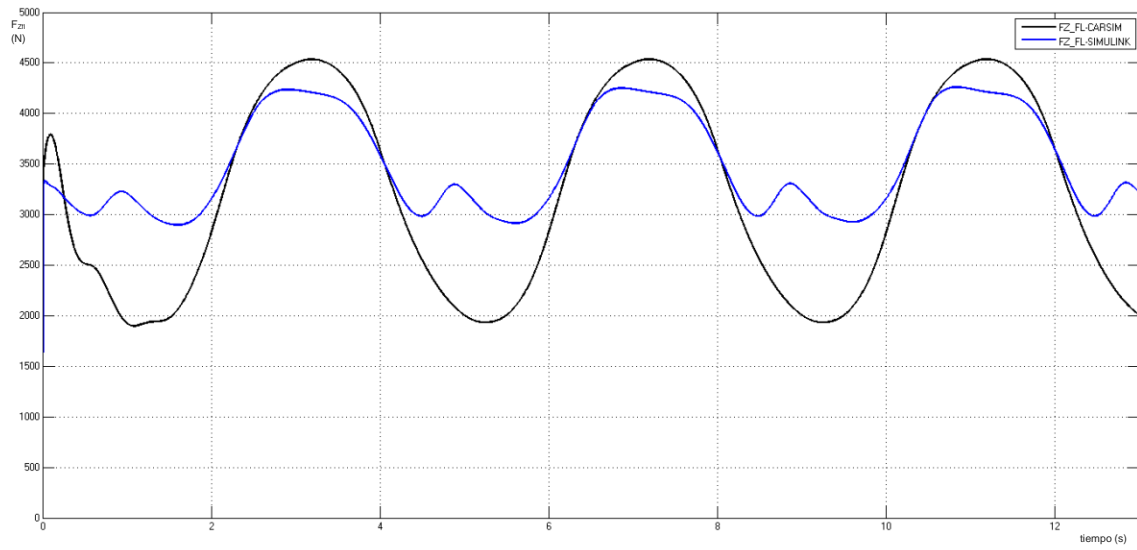


Figura 240: Fuerza vertical para el neumático delantero izquierdo para SWS 80Km/h

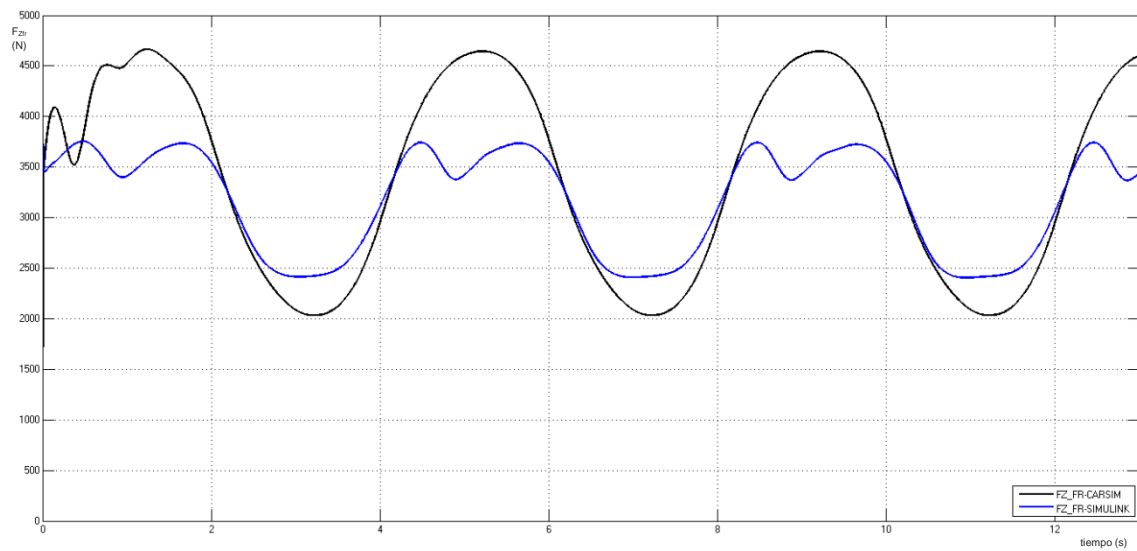


Figura 241: Fuerza vertical para el neumático delantero derecho para SWS 80Km/h

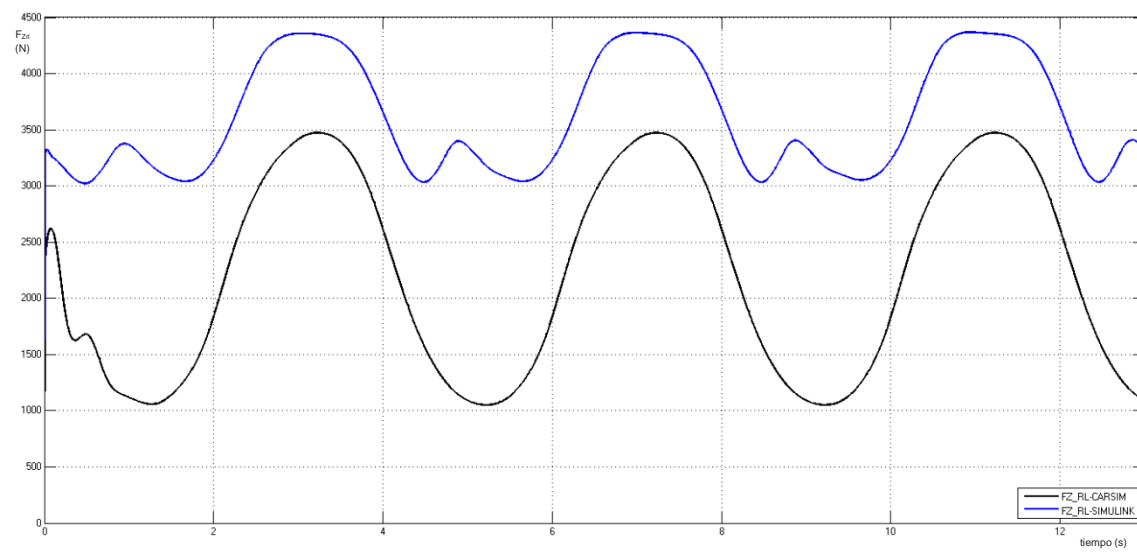


Figura 242: Fuerza vertical para el neumático trasero izquierdo para SWS 80Km/h

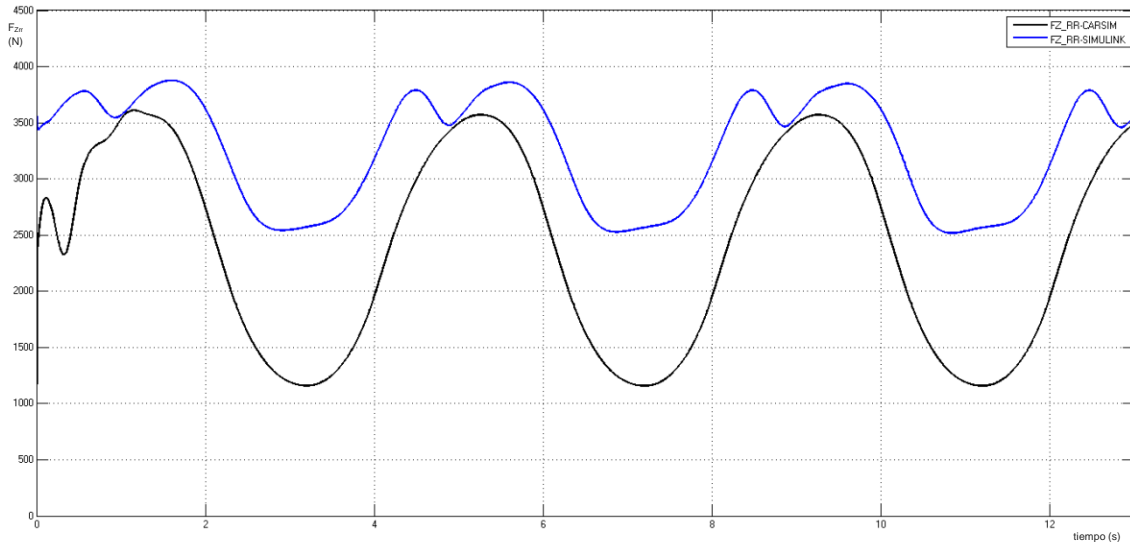


Figura 243: Fuerza vertical para el neumático trasero derecho para SWS 80Km/h

Análisis de los resultados del caso 7

Para el caso de estudio número 7, *Sine Wave Steer* a 80 Km/h, la forma de las gráficas cambia puntualmente en algunas variables a diferencia de los casos de estudio anteriores. En este caso tanto para el deslizamiento longitudinal del eje trasero del vehículo (Figura 230 y Figura 231), como para las fuerzas verticales y longitudinales del eje trasero (Figura 230, Figura 231, Figura 242 y Figura 243), se observan diferencias significativas. En esta prueba, el modelo de *Simulink* no es aplicable para obtener la velocidad lateral (v), la velocidad de guiñada (r) y el ángulo de balanceo (ϕ) debido a las discontinuidades que presentan las gráficas respecto al modelo patrón.

Velocidad longitudinal (U): como en el resto del proyecto, *CarSim* presenta una velocidad longitudinal constante mientras que para el modelo de *Simulink* es creciente con el tiempo (linealmente), ver Figura 216. El máximo error relativo se presenta al finalizar la maniobra, a los 13 segundos, alcanzando un valor de $e_U = 18.1\%$.

Velocidad lateral (V): se observa en la Figura 218, que el máximo error relativo para esta variable es $e_V = 136,2\%$ al finalizar la maniobra.

Velocidad de guiñada (r): la Figura 217 muestra que el máximo error relativo para esta variable es $e_r = 135.5\%$.

Ángulo de balanceo (ϕ): en la Figura 219 se aprecia que el máximo error relativo para esta variable es $e_\phi = 92.9\%$.

Velocidad angular de las ruedas (ω_i): al igual que en la primera maniobra, la simulación con *Simulink* describe una forma creciente (linealmente) con el tiempo mientras que en *CarSim* es constante. El máximo error relativo es similar para todas las ruedas y presenta un valor de $e_{\omega_i} = 19.0\%$ al finalizar la prueba (a los 13

segundos) como se observa en las gráficas representadas desde la Figura 220 hasta la Figura 223,.

6.5.2. Caso 8: Sine Wave Steer a 120 Km/h.

Los resultados con las gráficas donde se comparan los dos métodos de cálculo empleados en este proyecto, tanto los datos utilizados como patrón (*CarSim*) como los datos calculados con el modelo de ocho grados de libertad (*Simulink*), para el caso de estudio número 8 (Sine Wave Steer a 120 Km/h) se muestran desde la Figura 244 hasta la Figura 271.

Como en los casos anteriores, los dos métodos de cálculo se representan en la misma gráfica para facilitar su comparación. Tal y como aparece en la leyenda de todas las demás gráficas, el color negro corresponde a *CarSim* y el color azul a la simulación con *Simulink*.

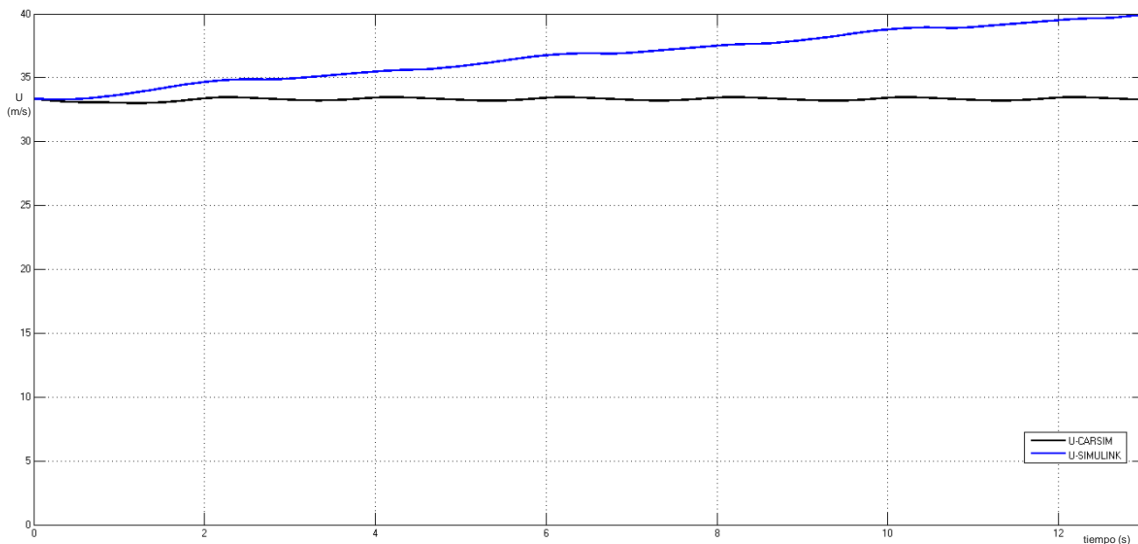


Figura 244: Velocidad longitudinal para SWS 120 Km/h

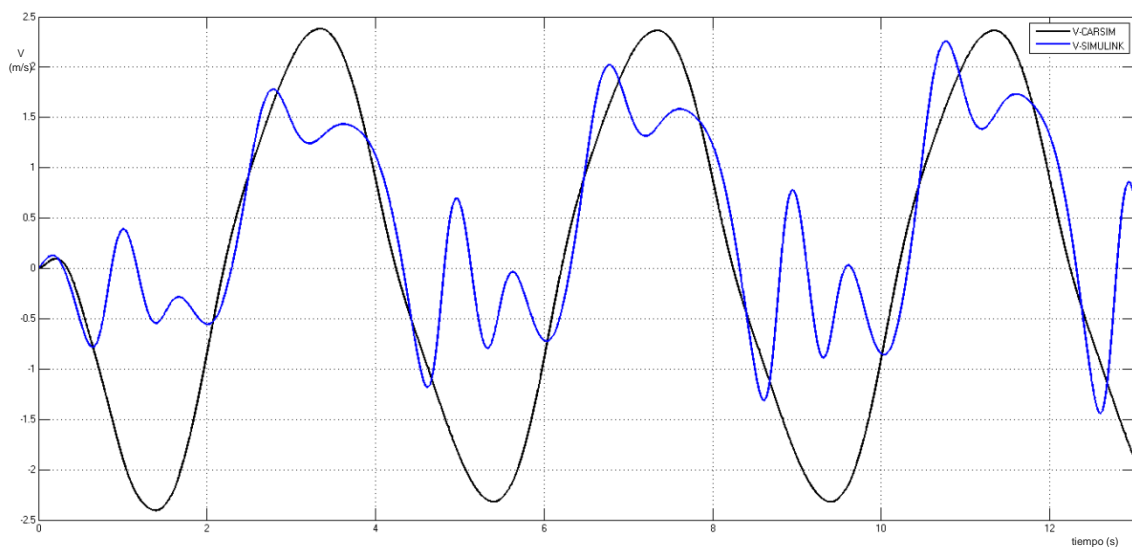


Figura 245: Velocidad lateral para SWS 120 Km/h

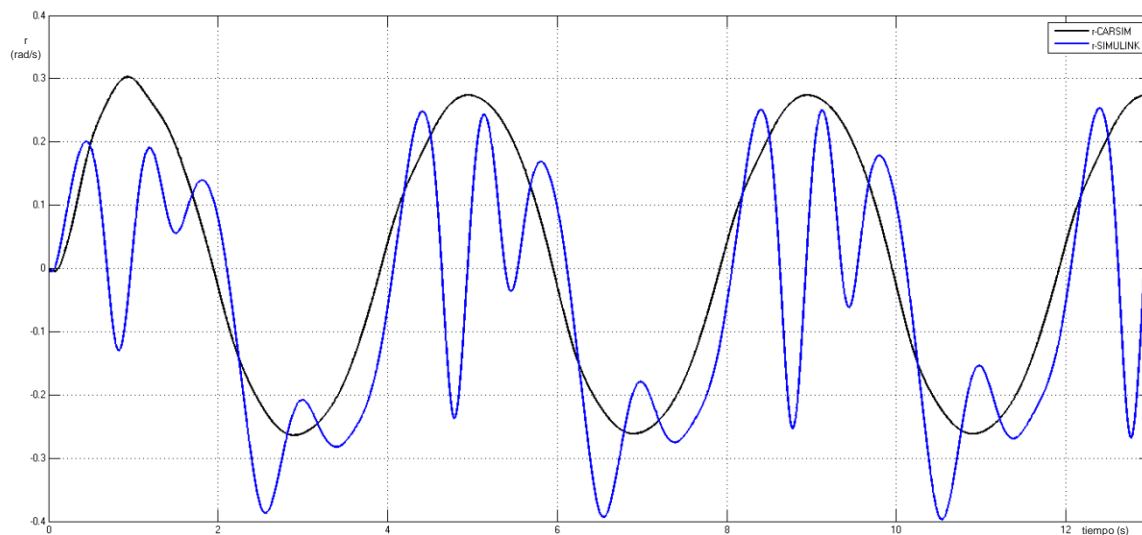


Figura 246: Velocidad de guiñada para SWS 120 Km/h

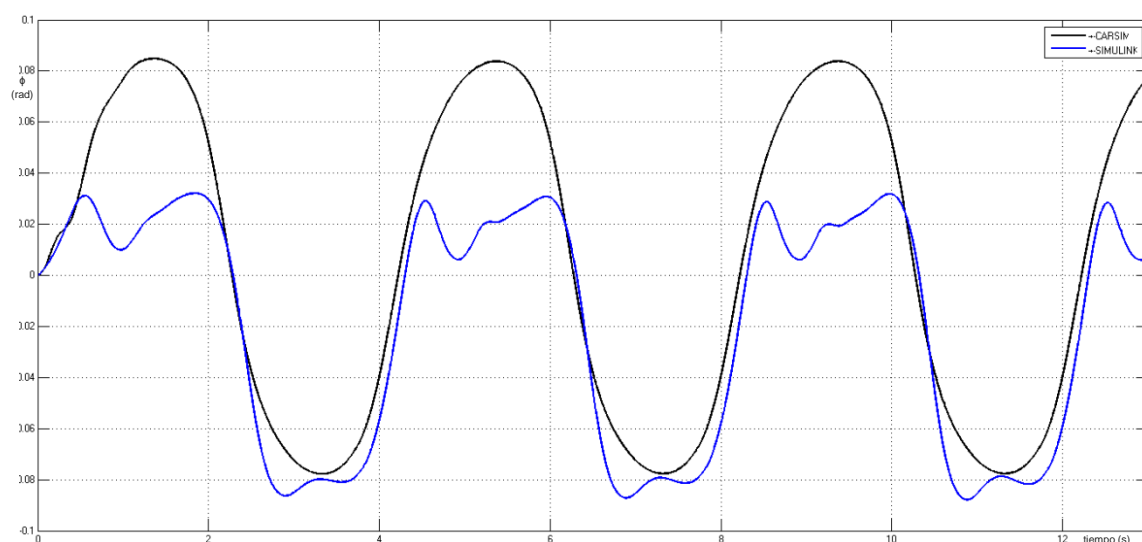


Figura 247: Ángulo de balanceo para SWS 120 Km/h

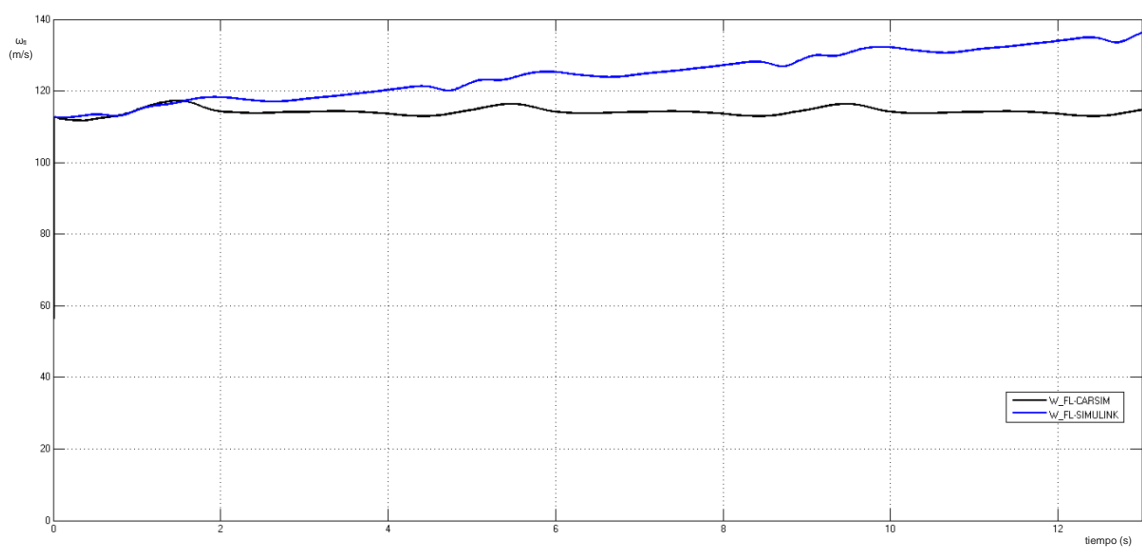


Figura 248: Velocidad Angular del neumático delantero izquierdo para SWS 120 Km/h

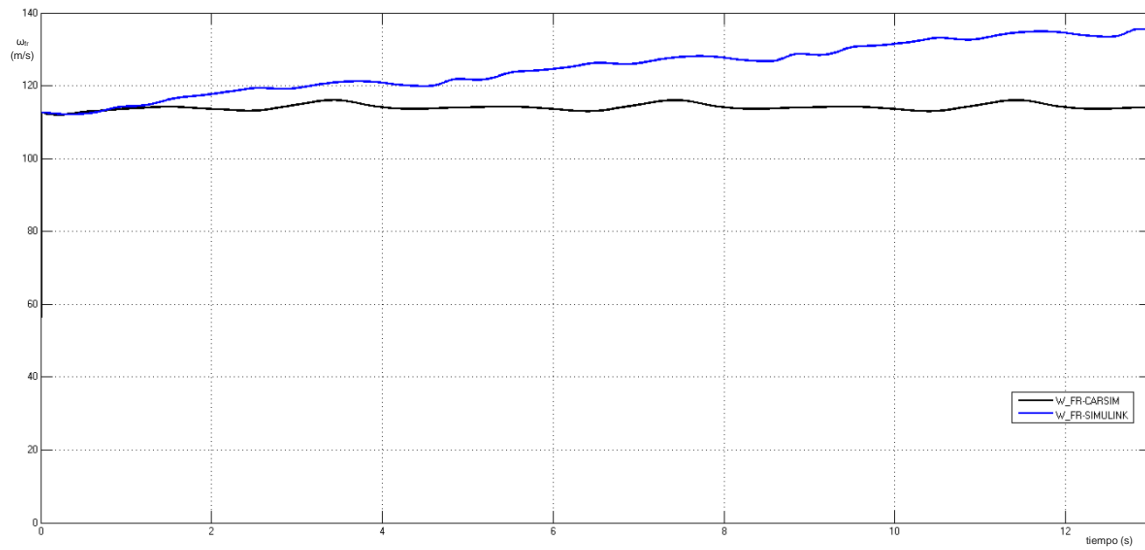


Figura 249: Velocidad Angular del neumático delantero derecho para SWS 120 Km/h

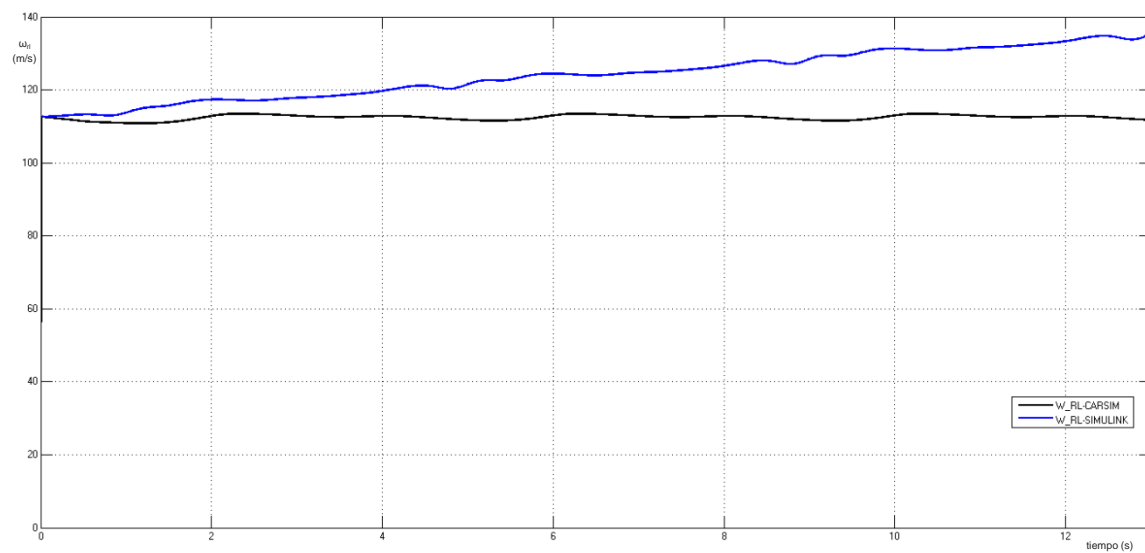


Figura 250: Velocidad Angular del neumático trasero izquierdo para SWS 120 Km/h

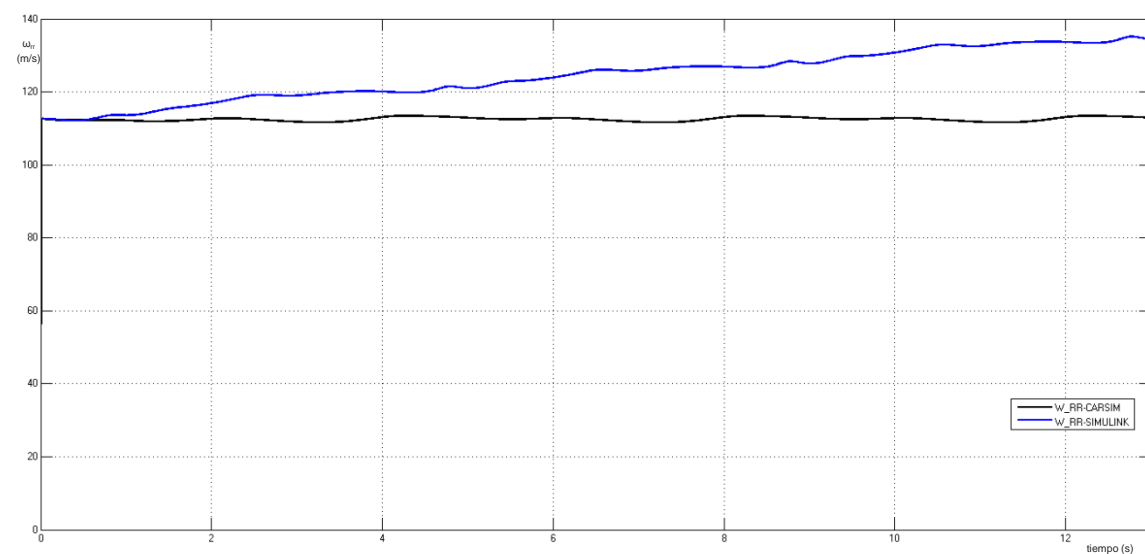


Figura 251: Velocidad Angular del neumático trasero derecho para SWS 120 Km/h

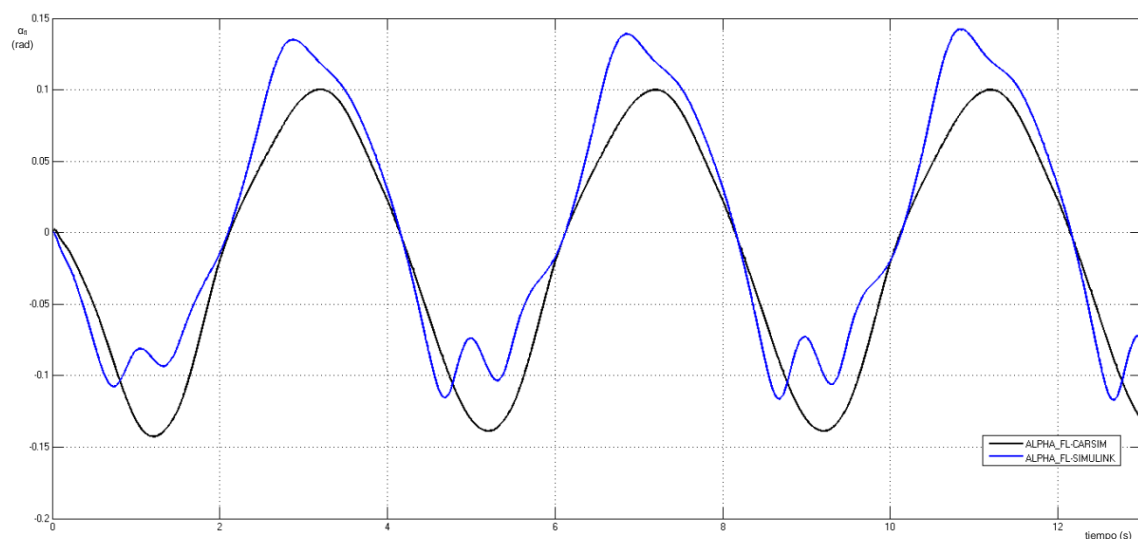


Figura 252: Deslizamiento lateral del neumático delantero izquierdo para SWS 120 Km/h

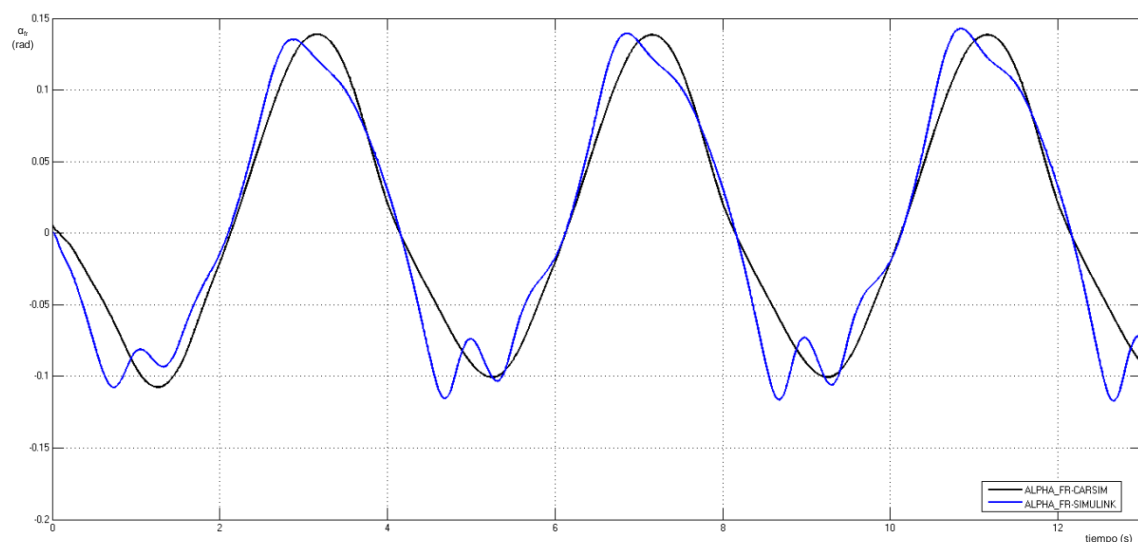


Figura 253: Deslizamiento lateral del neumático delantero derecho para SWS 120 Km/h

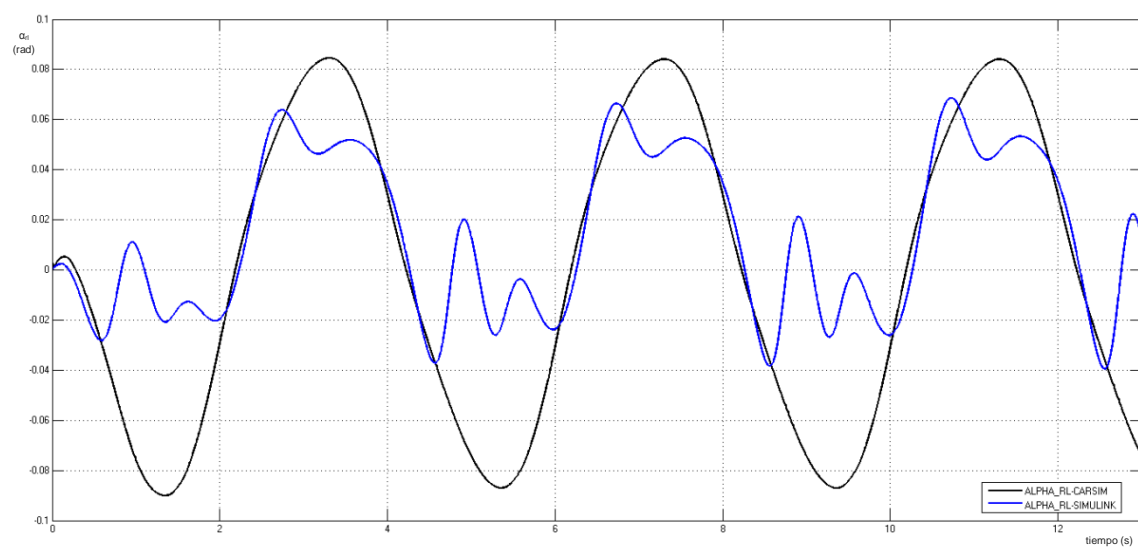


Figura 254: Deslizamiento lateral del neumático trasero izquierdo para SWS 120 Km/h

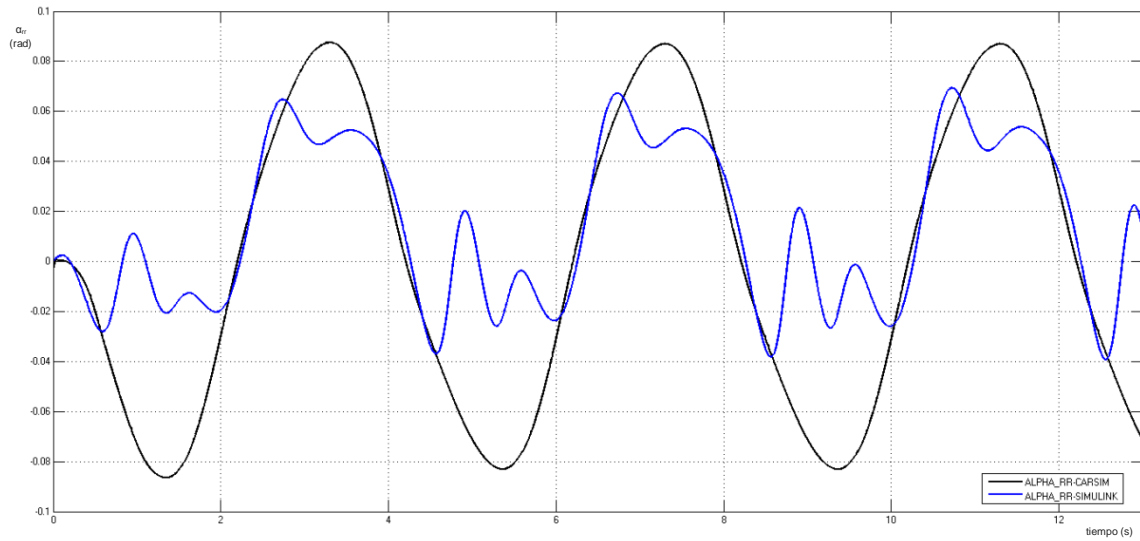


Figura 255: Deslizamiento lateral del neumático trasero derecho para SWS 120 Km/h

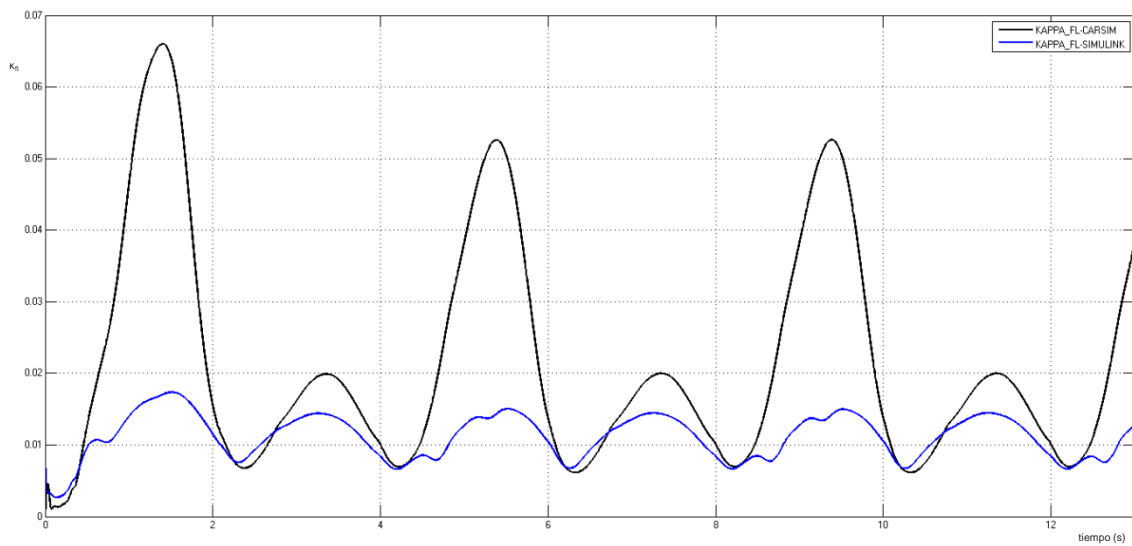


Figura 256: Deslizamiento longitudinal del neumático delantero izquierdo para SWS 120 Km/h

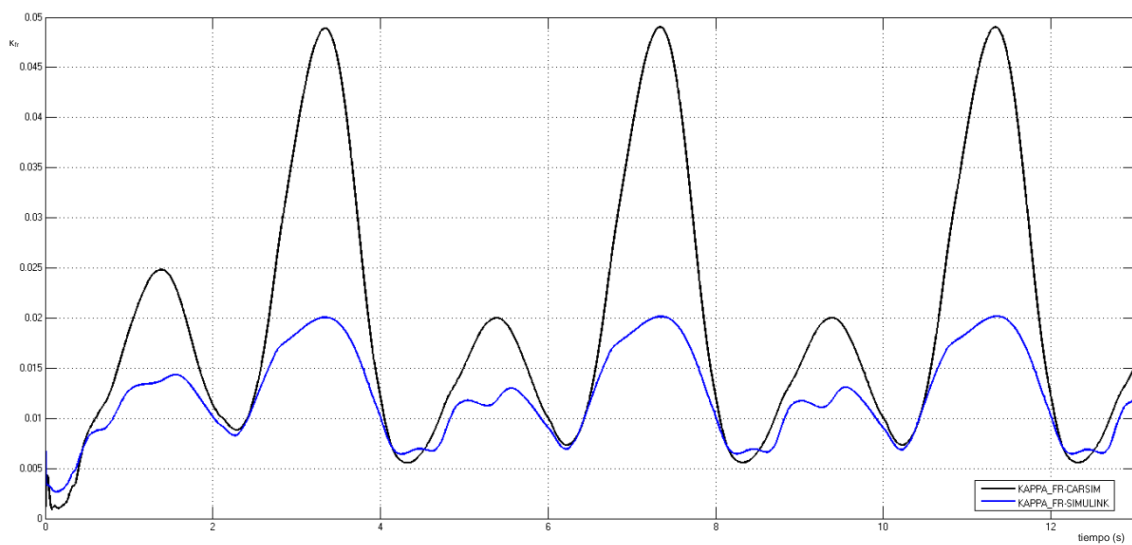


Figura 257: Deslizamiento longitudinal del neumático delantero derecho para SWS 120 Km/h

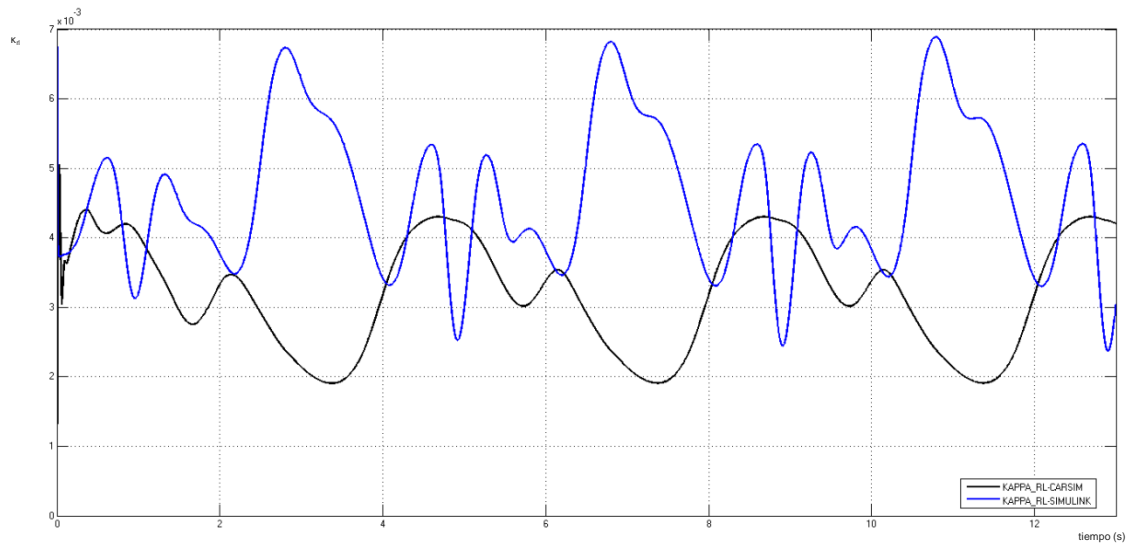


Figura 258: Deslizamiento longitudinal del neumático trasero izquierdo para SWS 120 Km/h

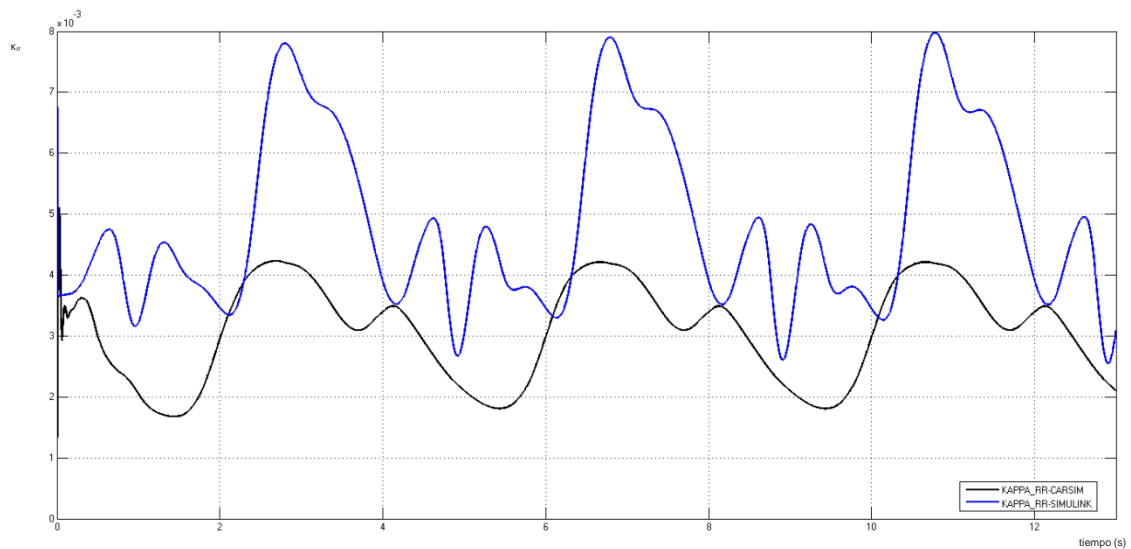


Figura 259: Deslizamiento longitudinal del neumático trasero derecho para SWS 120 Km/h

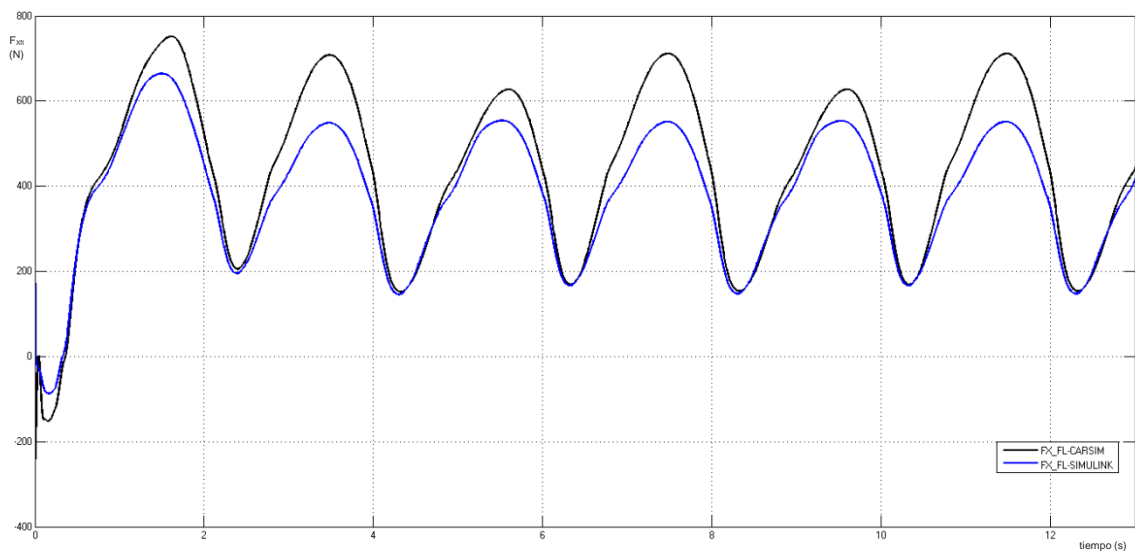


Figura 260: Fuerza longitudinal para el neumático delantero izquierdo para SWS 120 Km/h

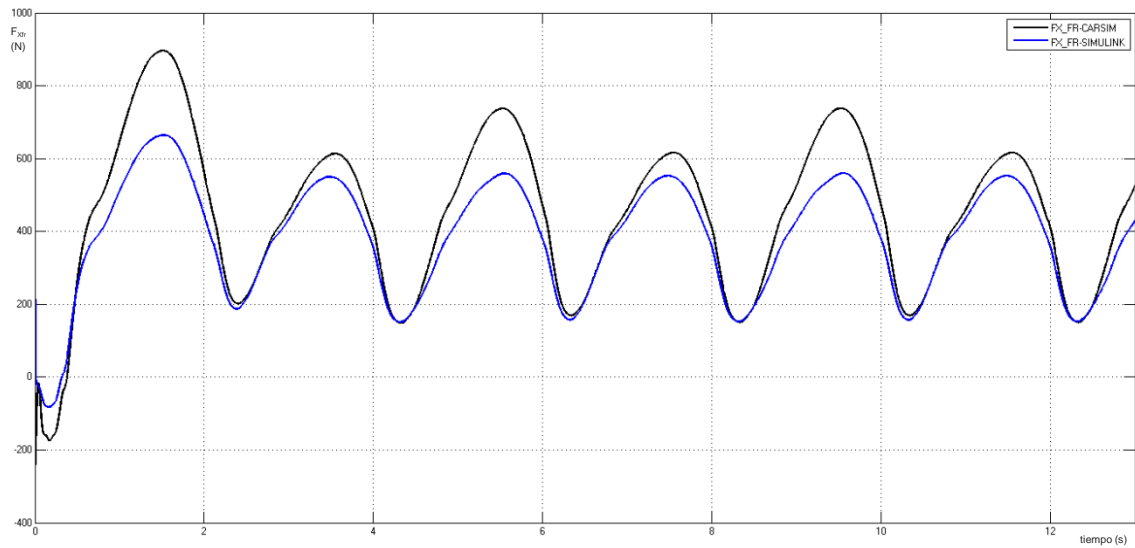


Figura 261: Fuerza longitudinal para el neumático delantero derecho para SWS 120 Km/h

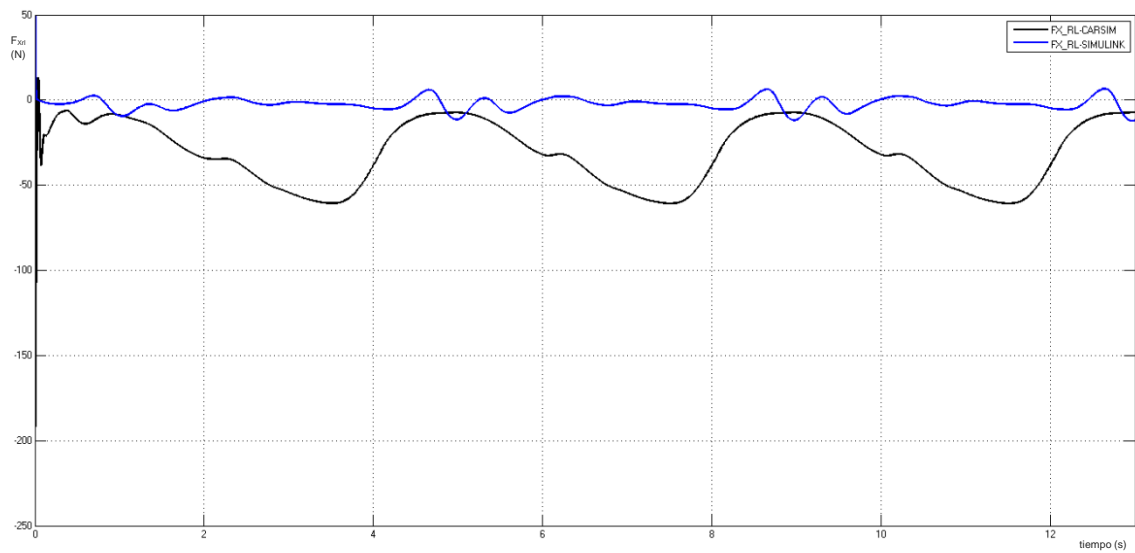


Figura 262: Fuerza longitudinal para el neumático trasero izquierdo para SWS 120 Km/h

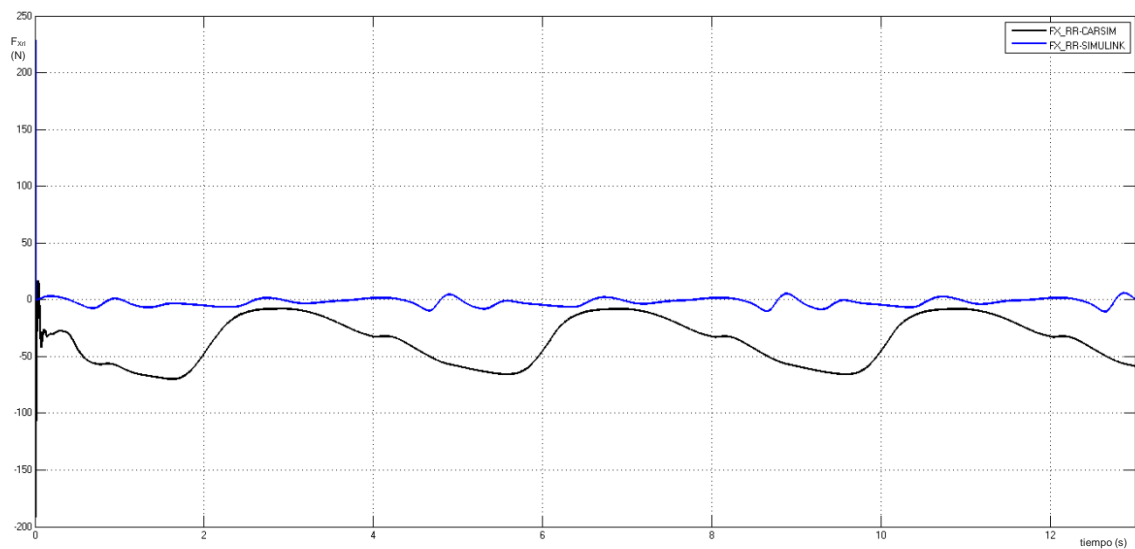


Figura 263: Fuerza longitudinal para el neumático trasero derecho para SWS 120 Km/h

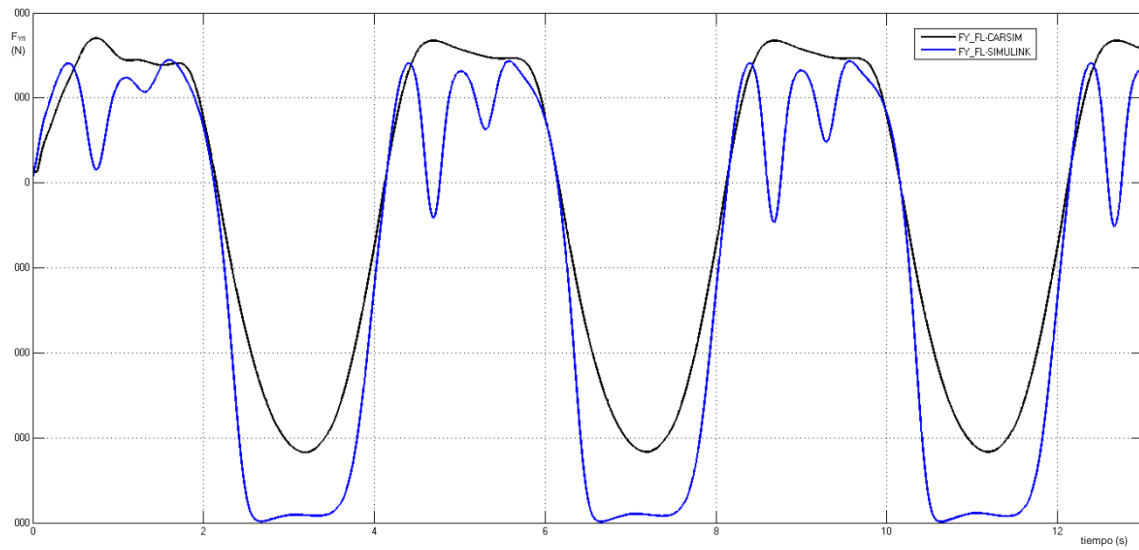


Figura 264: Fuerza lateral para el neumático delantero izquierdo para SWS 120 Km/h

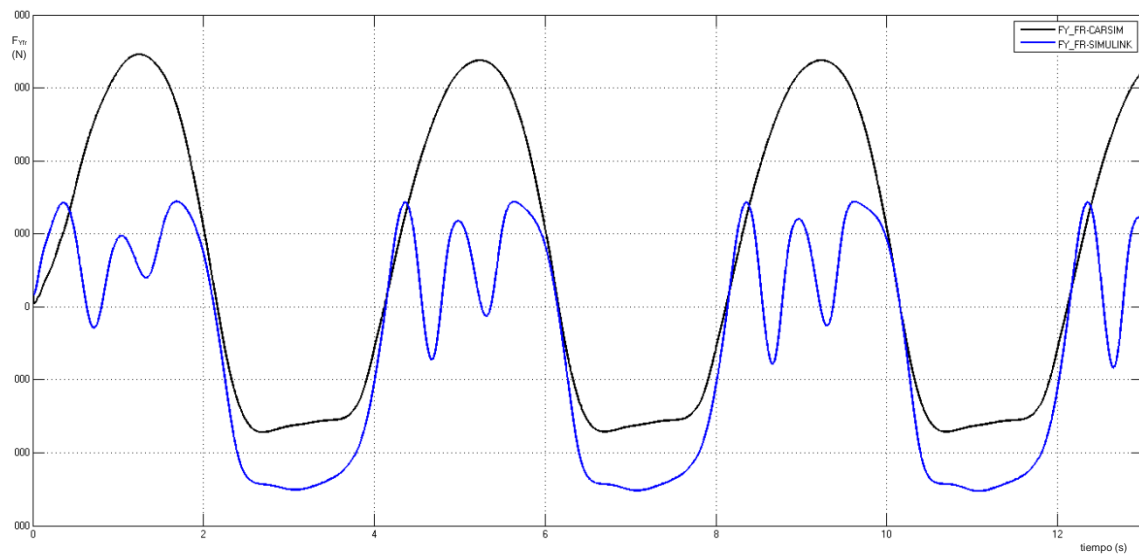


Figura 265: Fuerza lateral para el neumático delantero derecho para SWS 120 Km/h

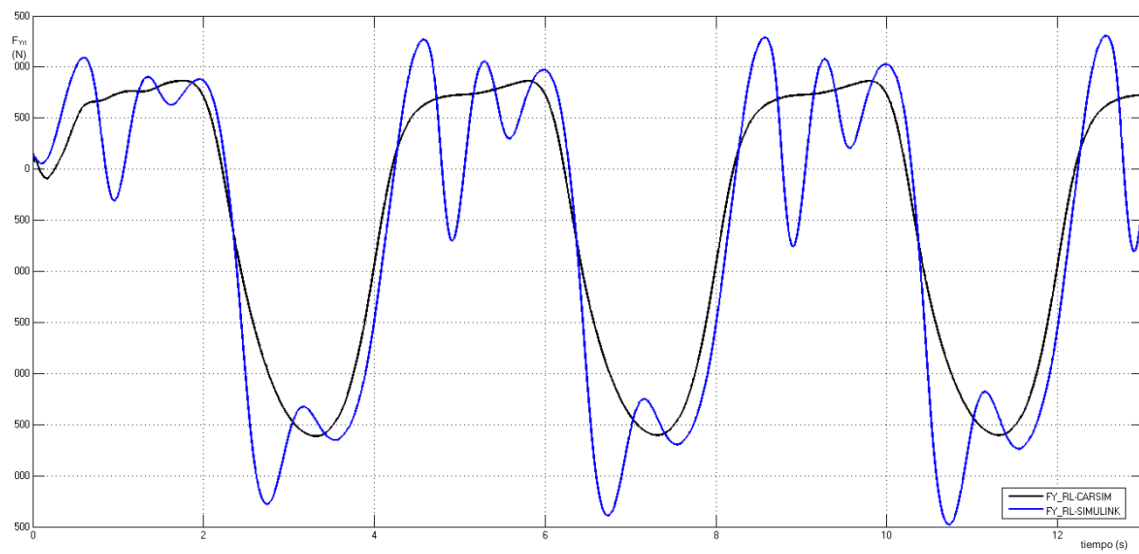


Figura 266: Fuerza lateral para el neumático trasero izquierdo para SWS 120 Km/h

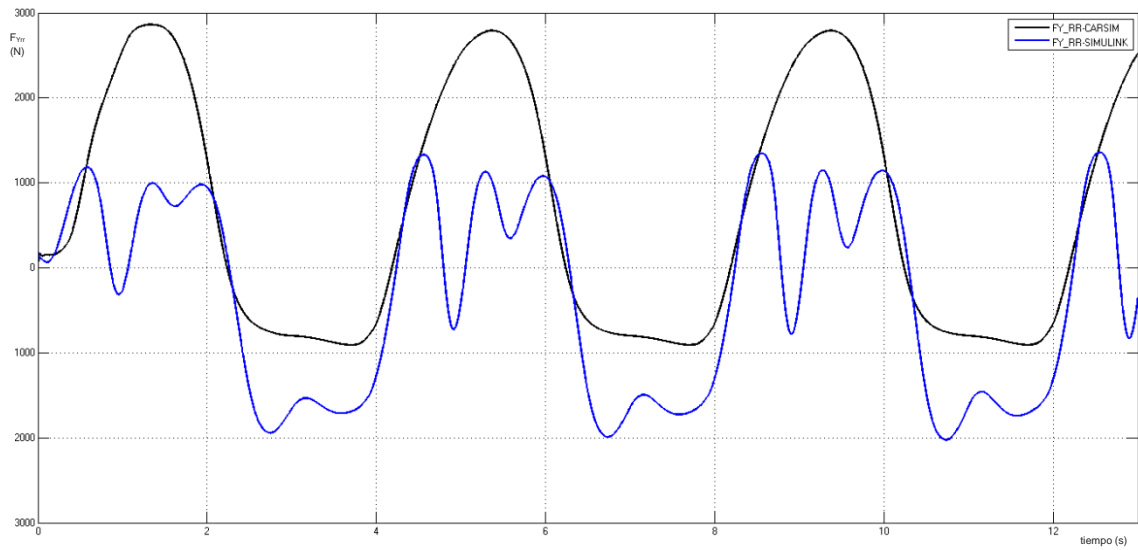


Figura 267: Fuerza lateral para el neumático trasero derecho para SWS 120Km/h

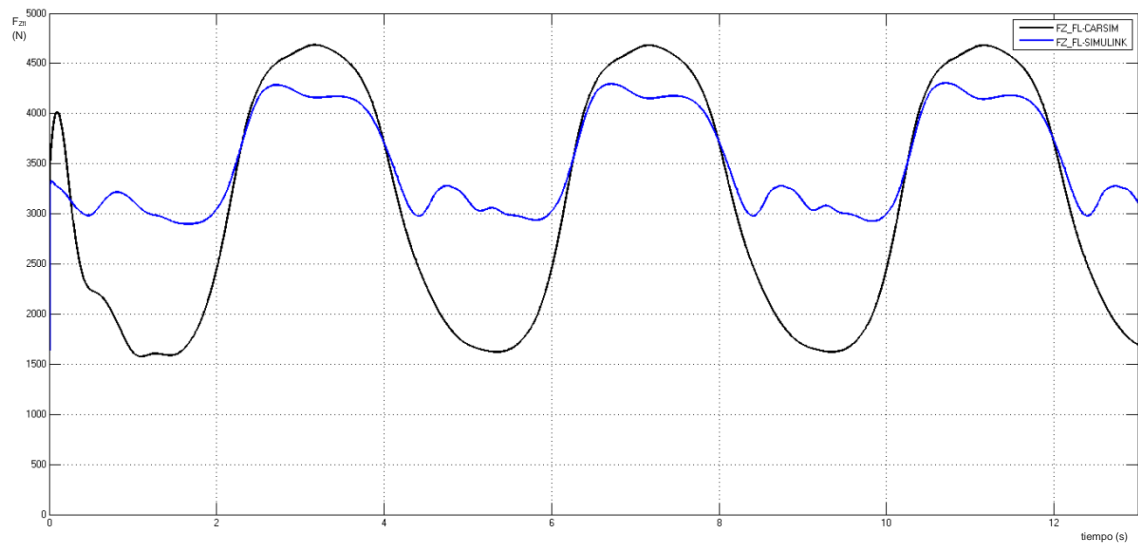


Figura 268: Fuerza vertical para el neumático delantero izquierdo para SWS 120Km/h

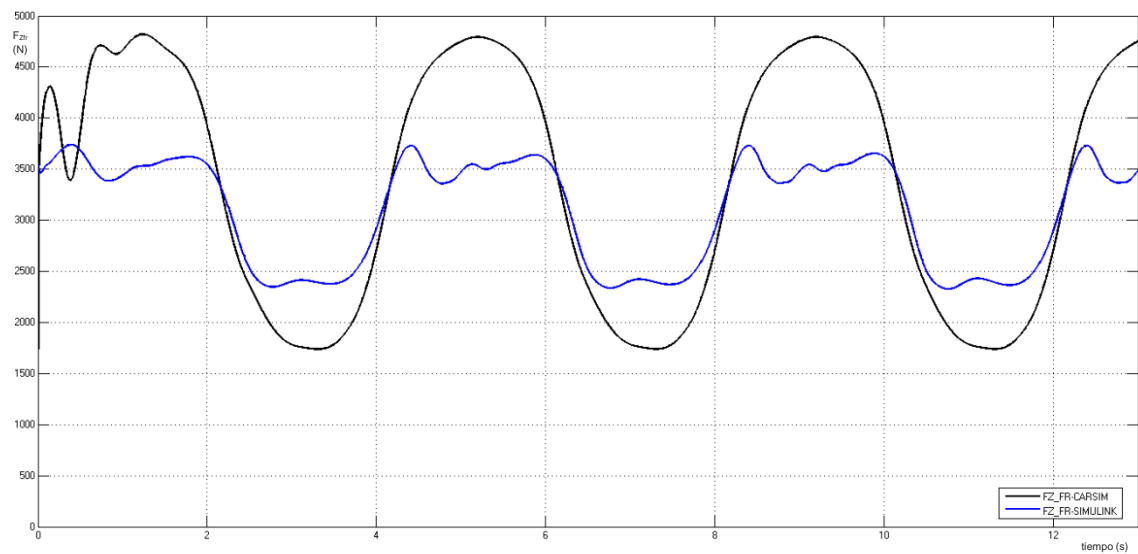


Figura 269: Fuerza vertical para el neumático delantero derecho para SWS 120Km/h

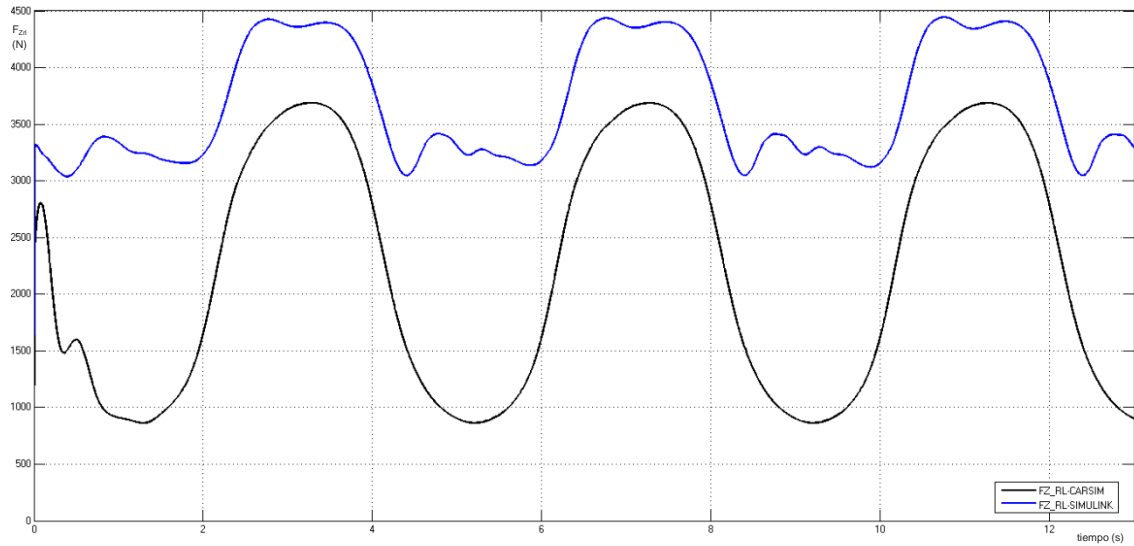


Figura 270: Fuerza vertical para el neumático trasero izquierdo para SWS 120Km/h

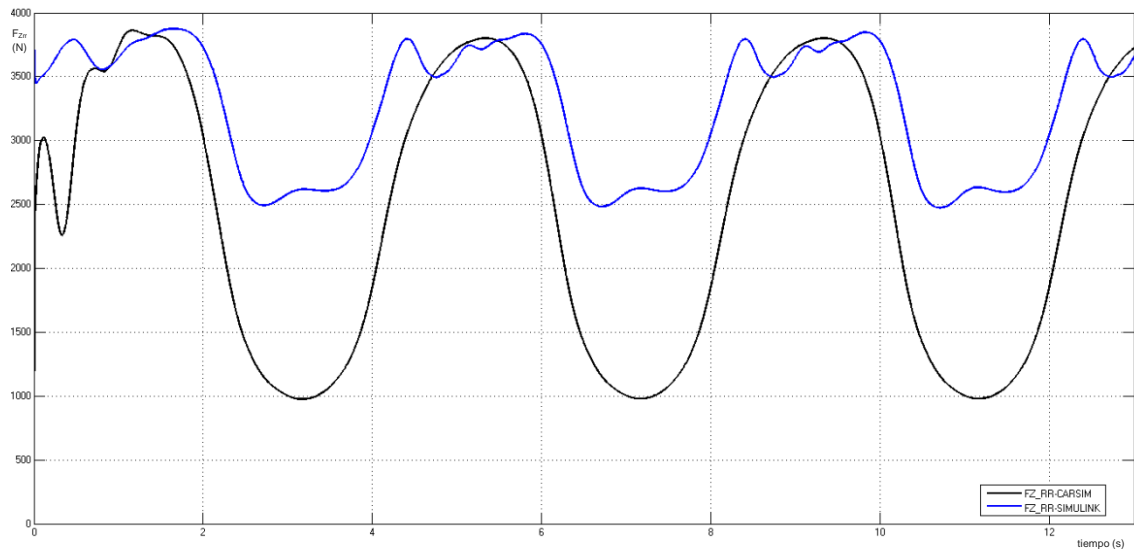


Figura 271: Fuerza vertical para el neumático trasero derecho para SWS 120Km/h

Análisis de los resultados del caso 8

En el caso de estudio número 8, *Sine wave Steer* a 120 Km/h, sucede lo mismo que en el caso 7 (misma maniobra a 80 Km/h), si bien se observa que las diferencias se amplían al aumentar de la velocidad.

Velocidad longitudinal (U): el modelo de *CarSim* presenta una velocidad longitudinal constante mientras que para el modelo de *Simulink* es creciente (linealmente) con el tiempo, ver Figura 244, lo que es común a todo el proyecto. El máximo error relativo se produce al finalizar la maniobra (a los 13 segundos) y es $e_U = 20.0\%$.

Velocidad lateral (V): en la Figura 245 se aprecia que el máximo error relativo es $e_V = 133.6\%$.

Velocidad de guiñada (r): la Figura 246 se observa que el máximo error relativo obtenido para esta variable es $e_r = 192.3\%$.

Ángulo de balanceo (ϕ): la Figura 247 muestra que el máximo error relativo para esta variable es $e_\phi = 99.3\%$.

Velocidad angular de las ruedas (ω_i): como se observa a lo largo de todo el proyecto, la simulación con *Simulink* presenta una forma creciente (linealmente) con el tiempo mientras que en *CarSim* es constante. El máximo error relativo es similar para todas las ruedas y presenta un valor de $e_{\omega_i} = 21.1\%$ al finalizar la prueba (a los 13 segundos) como se observa en las gráficas representadas desde la Figura 248 hasta la Figura 251.

7. Conclusiones y trabajos futuros

Teniendo en cuenta los resultados de la comparación del modelo de 8 grados de libertad desarrollado en *Simulink* con el modelo de referencia de 15 grados de libertad que posee *CarSim*, se pueden obtener las siguientes conclusiones:

- Tanto para la velocidad longitudinal del vehículo como para la velocidad angular de sus ruedas, los resultados del modelo de *Simulink* describen una forma creciente (linealmente) con el tiempo, mientras que para *CarSim* son constantes. A pesar de ello, los máximos errores relativos (al finalizar la maniobra) son inferiores al 21%.
- Para las dos primeras maniobras ensayadas (Doble cambio de línea y círculo de radio 152 m.), que simulan acciones susceptibles a ocurrir en la conducción habitual en carretera, el máximo error relativo de las variables correspondientes a los 8 grados de libertad desarrollados es inferior al 35% con respecto al modelo de referencia (*CarSim*). A excepción de la velocidad de guiñada en el caso 1 y del ángulo de balanceo en el caso 2.
- Para la tercera y cuarta maniobra, que son maniobras que tratan de poner al vehículo en situaciones extremas y que no son susceptibles de ocurrir en la conducción habitual en carretera, se puede apreciar que existen diferencias significativas entre ambos modelos.
- Para los casos de estudio séptimo y octavo (cuarta maniobra), el modelo de *Simulink* muestra diferencias importantes con respecto al modelo de referencia (*CarSim*) debido a las discontinuidades que aparecen en las gráficas y que aumentan con la velocidad.

Considerando la diferencia de grados de libertad existente entre ambos modelos y por tanto su complejidad en desarrollo y en ejecución. Se puede concluir que el modelo de este proyecto ofrece unos resultados aceptables para simular la conducción habitual (sin maniobras extremas) de un vehículo en la carretera. Sin embargo, si lo que se busca es llevar al vehículo a situaciones extremas, las diferencias son apreciables respecto al modelo de referencia.

Es decir, la inversión (coste) y el tiempo necesario para conocer de una manera aproximada el comportamiento del vehículo en condiciones habituales de conducción, son menores para un modelo simplificado, que las necesarias para desarrollar un modelo más complejo que mejoraría la precisión y el alcance de resultados a un mayor tiempo y coste.

Se propone como línea de investigación relacionada con este proyecto tratar de eliminar la diferencia entre las fuerzas verticales del eje trasero en ambos modelos. Se podría mejorar el programa de *Simulink* incluyendo un modelo de fuerzas vertical, lo que probablemente solucione la mayoría de las diferencias en los resultados como consecuencia del comportamiento del eje trasero, ya que este fenómeno es común a todos los casos de estudio. Lo que no supondría una gran inversión económica y de tiempo.

8. Bibliografía

- Aparicio F., Vera C. y Díaz V. "Teoría de los vehículos automóviles", (1995) Servicio de Publicaciones de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales, Universidad Politécnica de Madrid.
- Blundell M. y Harty D. "The Multibody Systems Approach to Vehicle Dynamics", second edition (2014), Butterworth Heinemann.
- Boada B. L., Boada M. J. L. y Díaz V. "Fuzzy-logic applied to yaw moment control for stability", Vehicle System Dynamics, Vol.43, Nº 10pp. 753-770.
- Boada M. J. L., Boada B. L., Muñoz A. y Díaz V. "An integrated control of front-wheel steering and front-braking forces based on Fuzzy-Logic", Journal of Automobile Engineering, Vol. 220, Nº 3, pp. 253-267.
- García-Pozuelo Ramos D. "Modelos de contacto neumático-calzada a baja velocidad", Tesis doctoral.
- Laborda Yebra A. "Desarrollo de un sistema de estabilidad lateral basado en la lógica borrosa en CarSim", Proyecto Fin de Carrera.
- Luque P., Vera C. y Álvarez D. "Ingeniería del Automóvil, Sistemas y comportamiento dinámico", 1ª Edición, 4ª reimpresión (2013), Pararninfo.
- Luque P. y Álvarez D. "Investigación de Accidentes de Tráfico. Estudio del automóvil", Servicio de Publicaciones. Universidad de Oviedo.
- Pacejka H. "Tire and Vehicle Dynamics", Second Edition (2006), SAE International.
- Shin M., Bae S., Lee J.M., Lee J., Heo S. y Tak T. "New Vehicle Dynamics Model for Yaw Rate Estimation" Vehicle system dynamics supplement 37 (2002), pp. 96-106.
- Schramm D., Hiller M. y Bardini R. "Vehicle Dynamics Modeling and Simulation", Second edition (2014), Springer.
- Mechanical Simulation Corporation
- <http://CarSim.com/company/customers/CarSim.php> [en línea] Octubre de 2015
 - http://CarSim.com/downloads/pdf/CarSim_Math_Models.pdf [en línea] Octubre de 2015
 - <http://CarSim.com/products/CarSim/index.php> [en línea] Octubre de 2015
- MathWorks
- <http://es.mathworks.com/products/Simulink/> [en línea] Octubre de 2015

- http://www.mathworks.com/help/pdf_doc/Simulink/sl_using.pdf [en línea]
Octubre de 2015----"Simulinks User's Guide" Matlab&Simulinks. The
MathWorks R2015a

Anexos

A. Función de la Fórmula Mágica para el eje X en Matlab

```
function F = Magic_Formula_X(Fz, ka, gamma)
%F Calculates the magic formula for Fx or Fy
% F calculates the force in the x or y-direction using the
% tire parameters in cell array S.
%
% Input parameters:
% ka Kappa (longitudinal slip) or alpha (slip angle)
% Fz Force in the vertical direction
% gamma Inclination angle
% isX Force direction flag: True = Calculate Fx, False = Calculate Fy
%
%
%Initialize of variables:
%
%
%-----
vertical
%[VERTICAL]
FNOMIN = 3500; %Nominal wheel load
%
%-----scaling
%[SCALING_COEFFICIENTS]
%
LCX = 1; %Scale factor of Fx shape factor
LMUX = 1; %Scale factor of Fx peak friction coefficient
LEX = 1; %Scale factor of Fx curvature factor
LKX = 1; %Scale factor of Fx slip stiffness
LHX = 1; %Scale factor of Fx horizontal shift
LVX = 1; %Scale factor of Fx vertical shift
%
%-----longitudinal
%[LONGITUDINAL_COEFFICIENTS]
%
PCX1 = 1.5863; %Shape factor Cfx for longitudinal force
PDX1 = 1.1626; %Longitudinal friction Mux at Fznom
PDX2 = -0.12395; %Variation of friction Mux with load
PDX3 = 0; %Variation of friction Mux with camber
PEX1 = 0.14285; %Longitudinal curvature Efx at Fznom
PEX2 = -0.3781; %Variation of curvature Efx with load
PEX3 = 0; %Variation of curvature Efx with load squared
PEX4 = 0; %Factor in curvature Efx while driving
PKX1 = 19.283; %Longitudinal slip stiffness Kfx/Fz at Fznom
PKX2 = -1.221; %Variation of slip stiffness Kfx/Fz with load
PKX3 = -0.03277; %Exponent in slip stiffness Kfx/Fz with load
PHX1 = -0.003631; %Horizontal shift Shx at Fznom
PHX2 = 0.0017053; %Variation of shift Shx with load
PVX1 = 0; %Vertical shift Svz/Fz at Fznom
PVX2 = 0; %Variation of shift Svz/Fz with load
%
%-----
calculations
```

```

dfz = (Fz - FNOMIN) ./ Fz;
% Calculate Mux
Mux = (PDX1 + PDX2.*dfz) .* (1 - PDX3.*gamma.^2) .* LMUX;
% Calculate Dx
D = Mux.*Fz;
% Calculate Cx
C = PCX1*LCX;
% Calculate Kxk
Kxk = (PKX1 + PKX2.*dfz) .* exp(PKX3.*dfz) .* Fz .* LKX;
% Calculate Bx
B = Kxk / (C*D);
% Calculate SHx
SH = (PHX1 + PHX2.*dfz) * LHX;
% Correct kappa
ka = ka + SH;
E = (PEX1 + PEX2.*dfz + PEX3.*dfz.^2) .* (1 - PEX4.*sign(ka)) .* LEX;
SV = Fz .* (PVX1 + PVX2.*dfz) .* LVX .* LMUX;

% Calculate Fx
F = (D.*sin(C.*atan(B.*ka - E.*(B.*ka - atan(B.*ka)))) + SV);

end

```

B. Función de la Fórmula Magica para el eje Y en Matlab

```

function F = Magic_Formula_y(Fz, ka, gamma)
%F Calculates the magic formula for Fx or Fy
% F calculates the force in the x or y-direction using the
% tire parameters in cell array S.
%
% Input parameters:
% ka Kappa (longitudinal slip) or alpha (slip angle)
% Fz Force in the vertical direction
% gamma Inclination angle
% isX Force direction flag: True = Calculate Fx, False = Calculate Fy
%
%-----
%
%Initialize of variables:
%
%-----
vertical
%[VERTICAL]
FNOMIN = 3500; %Nominal wheel load
%
%-----scaling
%[SCALING_COEFFICIENTS]
%
LFZO = 1; %Scale factor of nominal (rated) load
LCY = 1; %Scale factor of Fy shape factor
LMUY = 1; %Scale factor of Fy peak friction coefficient
LEY = 1; %Scale factor of Fy curvature factor
LKY = 1; %Scale factor of Fy cornering stiffness
LHY = 1; %Scale factor of Fy horizontal shift
LVY = 1; %Scale factor of Fy vertical shift
%
%-----lateral

```



```

%[LATERAL_COEFFICIENTS]
%
PCY1 = 1.3536; %Shape factor Cfy for lateral forces
PDY1 = 0.9558; %Lateral friction Muy
PDY2 = -0.1516; %Variation of friction Muy with load
PDY3 = 0; %Variation of friction Muy with squared camber
PEY1 = -0.28; %Lateral curvature Efy at Fznom
PEY2 = -0.3744; %Variation of curvature Efy with load
PEY3 = -0.012373; %Zero order camber dependency of curvature Efy
PEY4 = -18.04; %Variation of curvature Efy with camber
PKY1 = -16.303; %Maximum value of stiffness Kfy/Fznom
PKY2 = 2.0354; %Load at which Kfy reaches maximum value
PKY3 = 0.34695; %Variation of Kfy/Fznom with camber
PKY4 = 1.8625; %Curvature of stiffness Kfy
PKY5 = 0; %Peak stiffness variation with camber squared
PHY1 = -0.003581; %Horizontal shift Shy at Fznom
PHY2 = -0.0012624; %Variation of shift Shy with load
PVY1 = 0.004169; %Vertical shift in Svy/Fz at Fznom
PVY2 = 0.004697; %Variation of shift Svy/Fz with load
PVY3 = -0.4374; %Variation of shift Svy/Fz with camber
PVY4 = 0.22274; %Variation of shift Svy/Fz with camber and load
%
%-----
calculations
dfz = (Fz - FNOMIN)./Fz;
    % Calculate Muy
    Muy = (PDY1 + PDY2.*dfz).*(1 - PDY3.*gamma.^2).*LMUY;
    % Calculate Dy
    D = Muy.*Fz;
    % Calculate Cy
    C = PCY1*LCY;
    % Calculate Kya
    Kya = PKY1.*FNOMIN.*sin(PKY4.*atan(Fz./(PKY2+PKY5.*gamma.^2)./FNOMIN./LFZO)).*(1 - PKY3.*abs(gamma)).*LKY;
    % Calculate By
    B = Kya./(C*D);
    % Calculate Kyg
    Kyg = (PVY3 + PVY4.*dfz).*Fz;
    % Calculate SHy
    SHy0 = (PHY1 + PHY2.*dfz).*LHY;
    SVyg = Fz.*(PVY3 + PVY4.*dfz).*gamma.*LKY.*LMUY;
    SHyg = (Kyg.*gamma - SVyg)./Kya;
    SH = SHy0 + SHyg;
    % Calculate SVy
    SVy0 = Fz.*(PVY1 + PVY2.*dfz).*LVY.*LMUY;
    SV = SVy0 + SVyg;
    % Correct alpha
    ka = ka + SH;
    E = (PEY1 + PEY2.*dfz + PEY3.*dfz.^2).*(1 - PEY4.*sign(ka)).*LEY;
% Calculate Fx
F = (D.*sin(C.*atan(B.*ka - E.*(B.*ka - atan(B.*ka)))))+SV;

end

```

C. Función para la condición del bloque de deslizamiento longitudinal en Matlab

```
function ka = Rw_u_Comparation (Rwi,ui)
%Rw_u_Comparation is used for evaluating Rwi and ui in order to choose
the suitable formula for getting the longitudinal wheel slip.
%
%Input parameters:
%Rwi the product of wheel radius(R) and angular velocity from each
wheel(wi)
%ui the velocity components in the wheel plane
%
%Output parameter:
%ka kappa (longitudinal slip)

    if (ui == 0)
        ka = 0;

    else
        if ( Rwi < ui)
            ka = ((ui - Rwi)/ ui );

        else
            ka = ((Rwi - ui)/ ui);
        end
    end
end
```

D. Diseños de *Simulink*

D1. Fuerza vertical

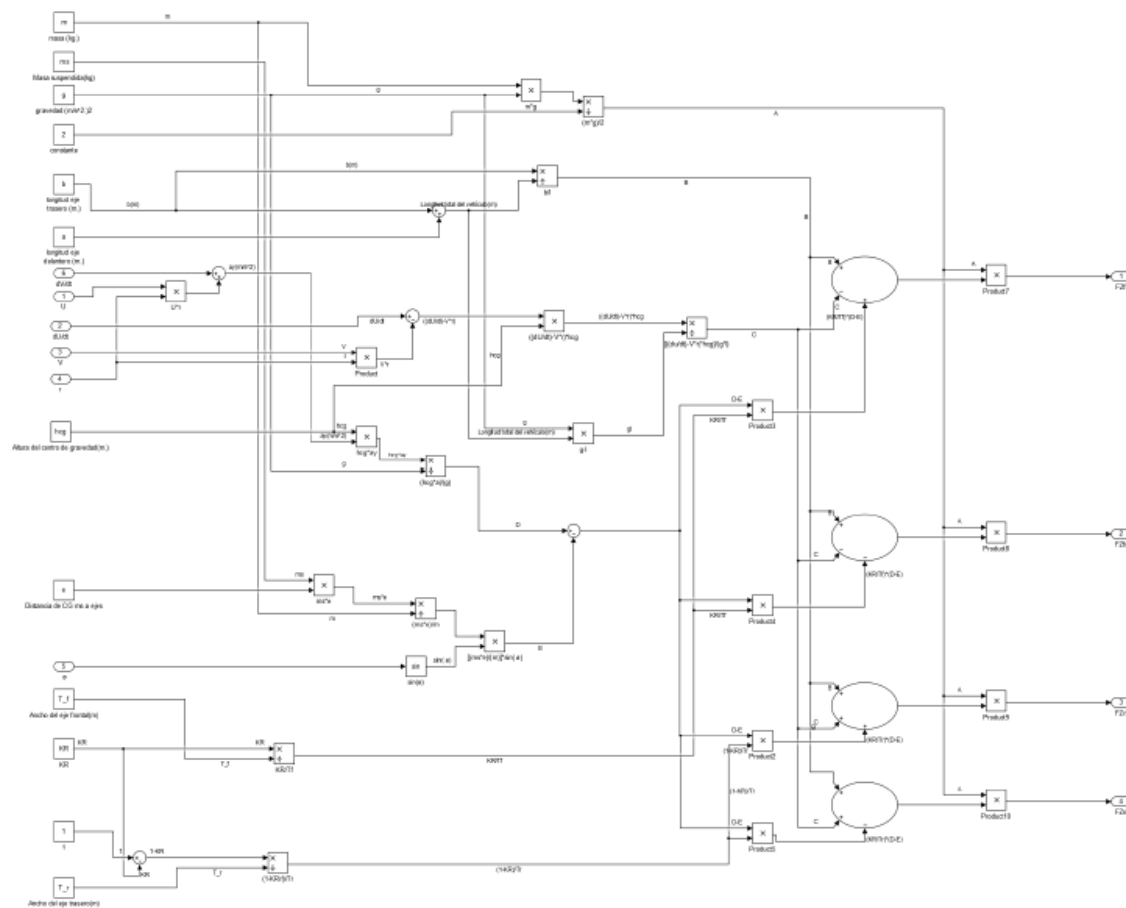


Figura 272: Diseño de la Fuerza vertical

D2. Fórmula Mágica

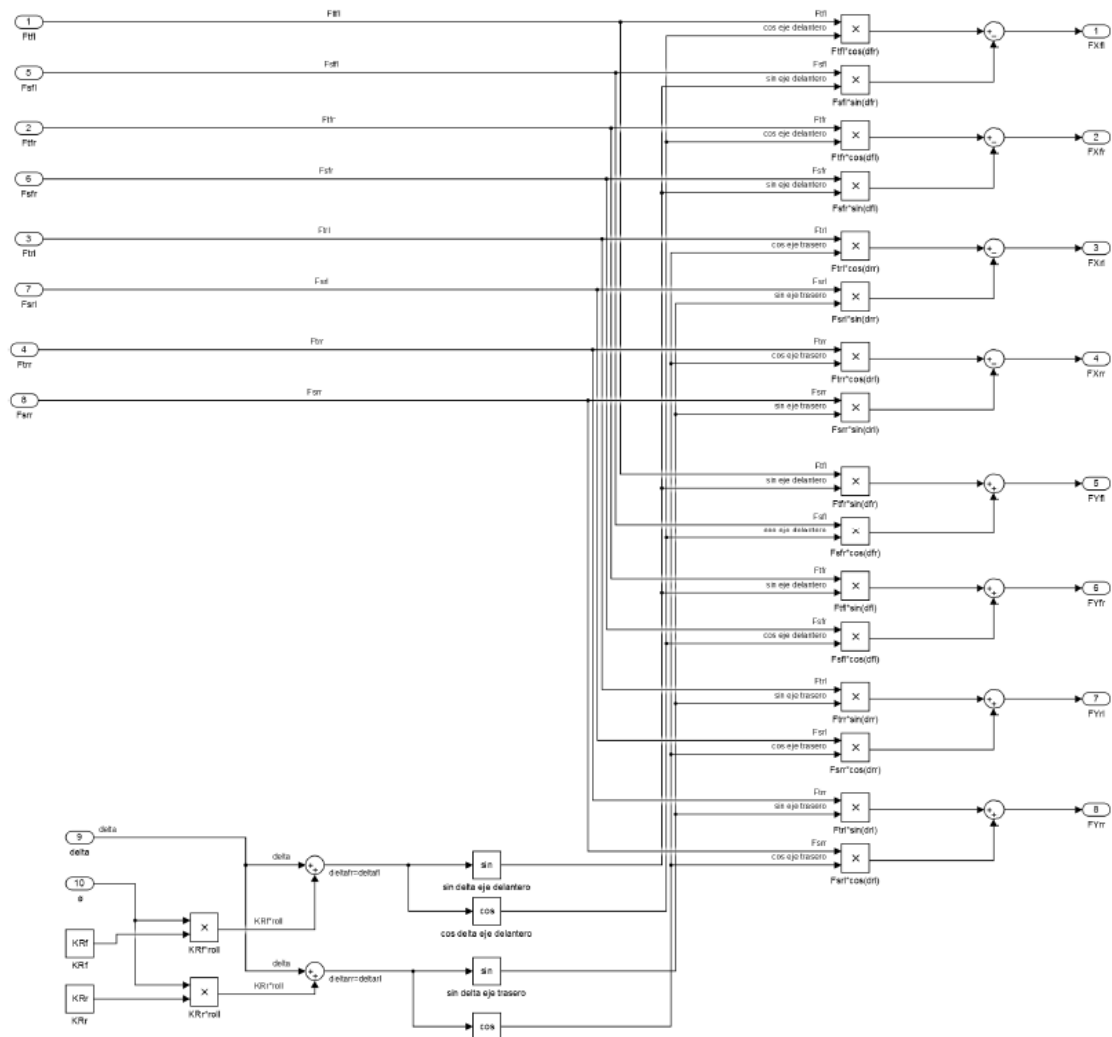


Figura 273: Diseño de la solicitud combinada

D3. Deslizamiento lateral

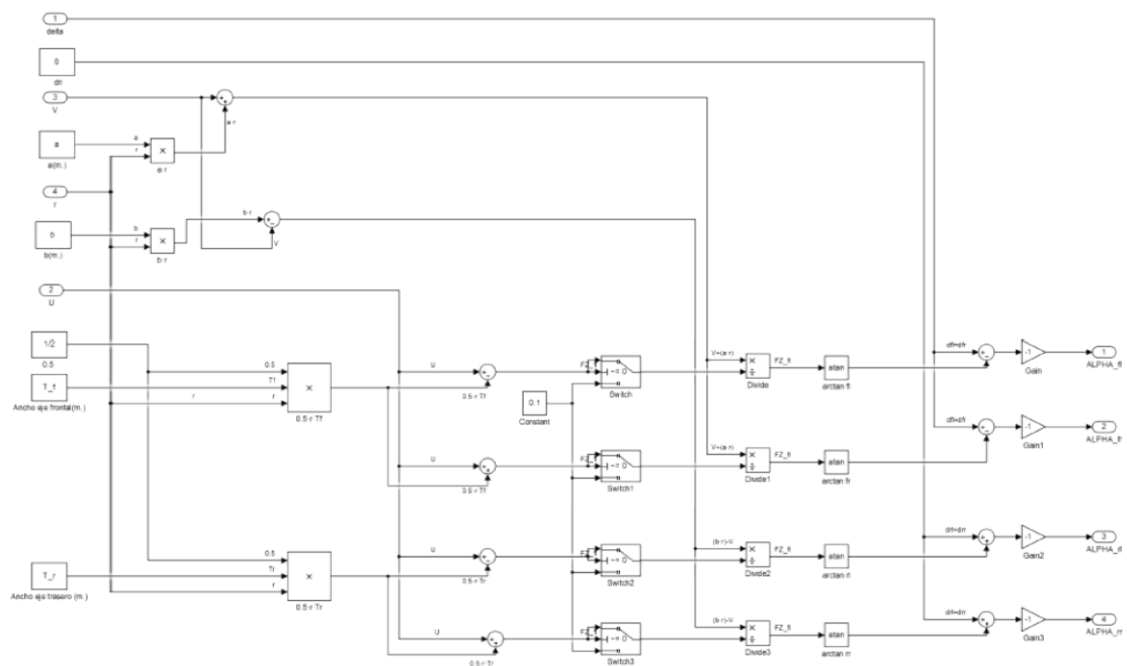


Figura 274: Diseño del deslizamiento lateral

D4. Deslizamiento longitudinal

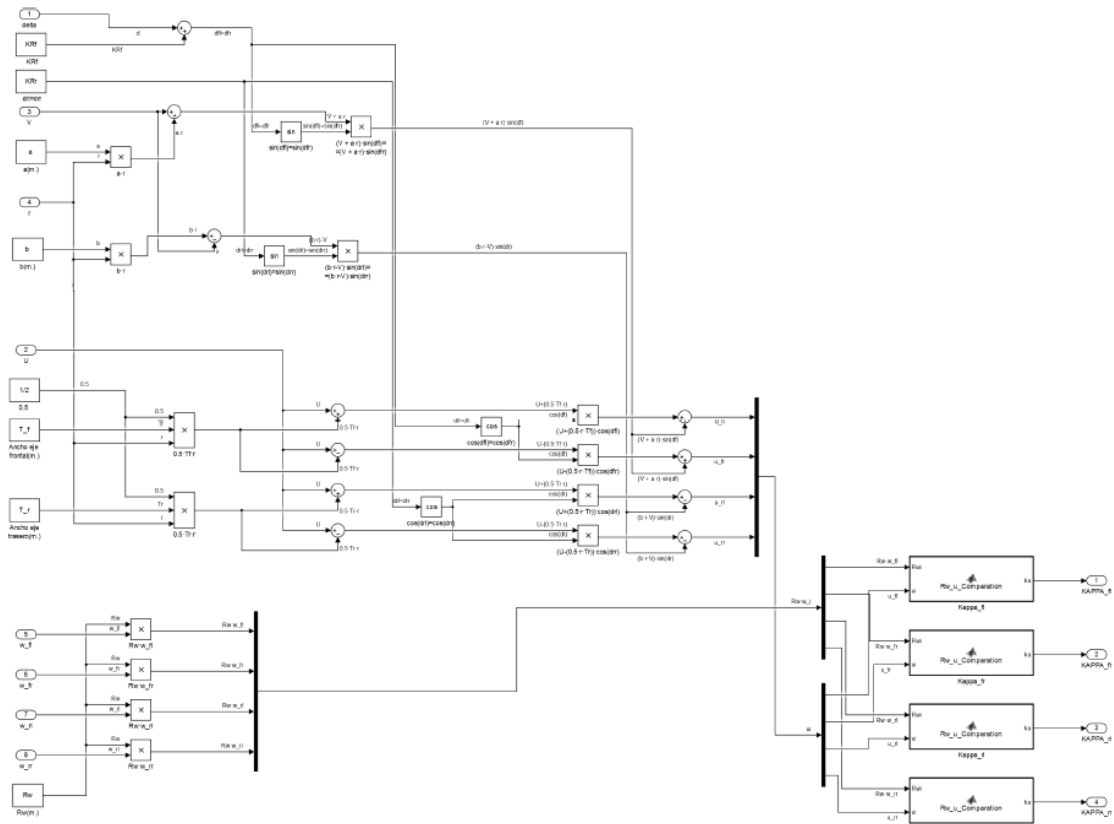


Figura 275: Diseño del deslizamiento longitudinal

D5. Movimiento longitudinal

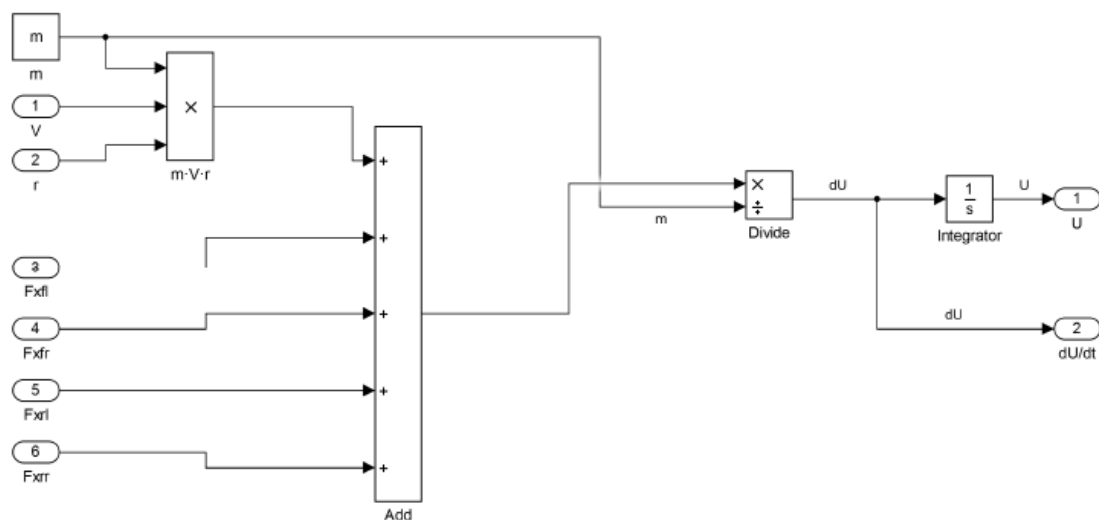


Figura 276: Diseño de la velocidad longitudinal

D6. Movimiento lateral

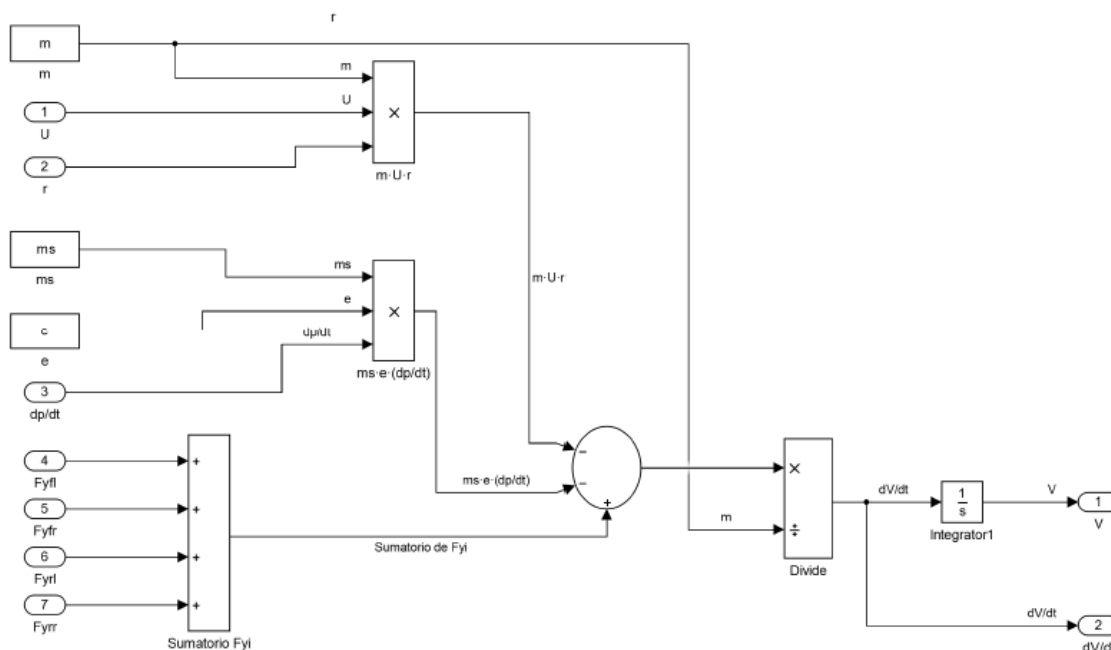


Figura 277: Diseño de la velocidad lateral

D7. Velocidad angular

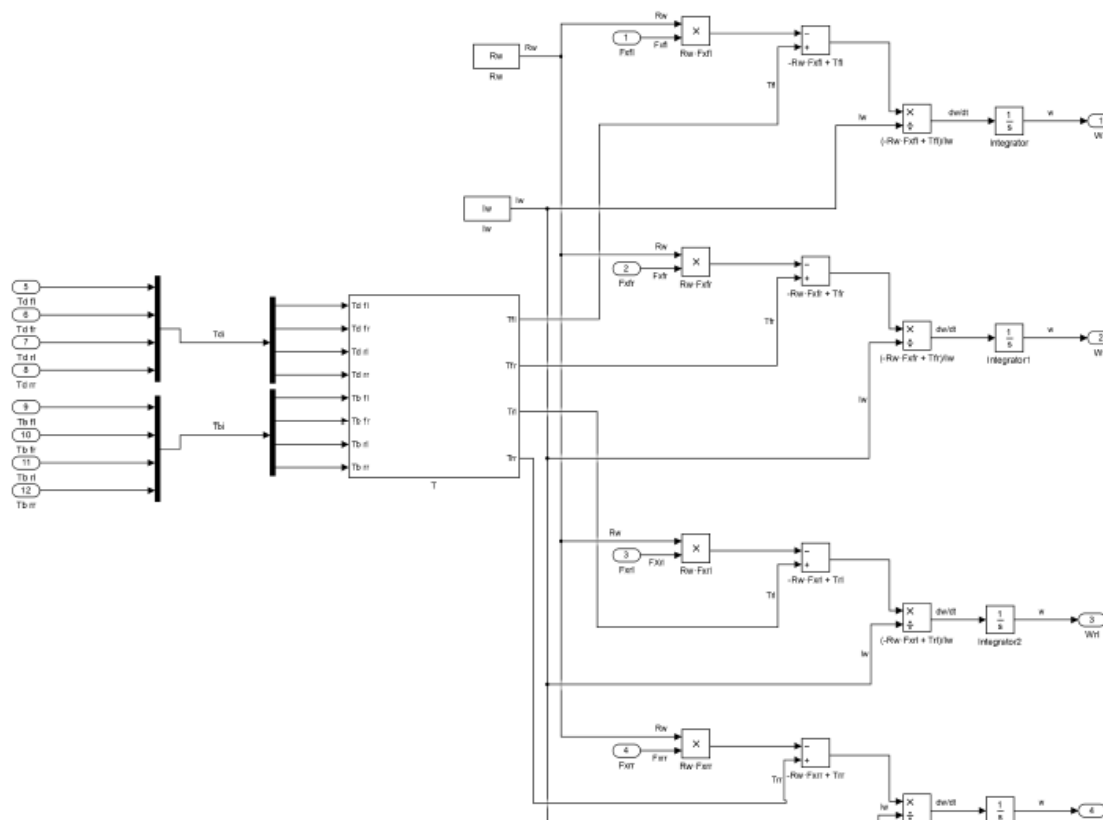


Figura 278: Diseño de la velocidad angular

D8. Movimiento de balanceo

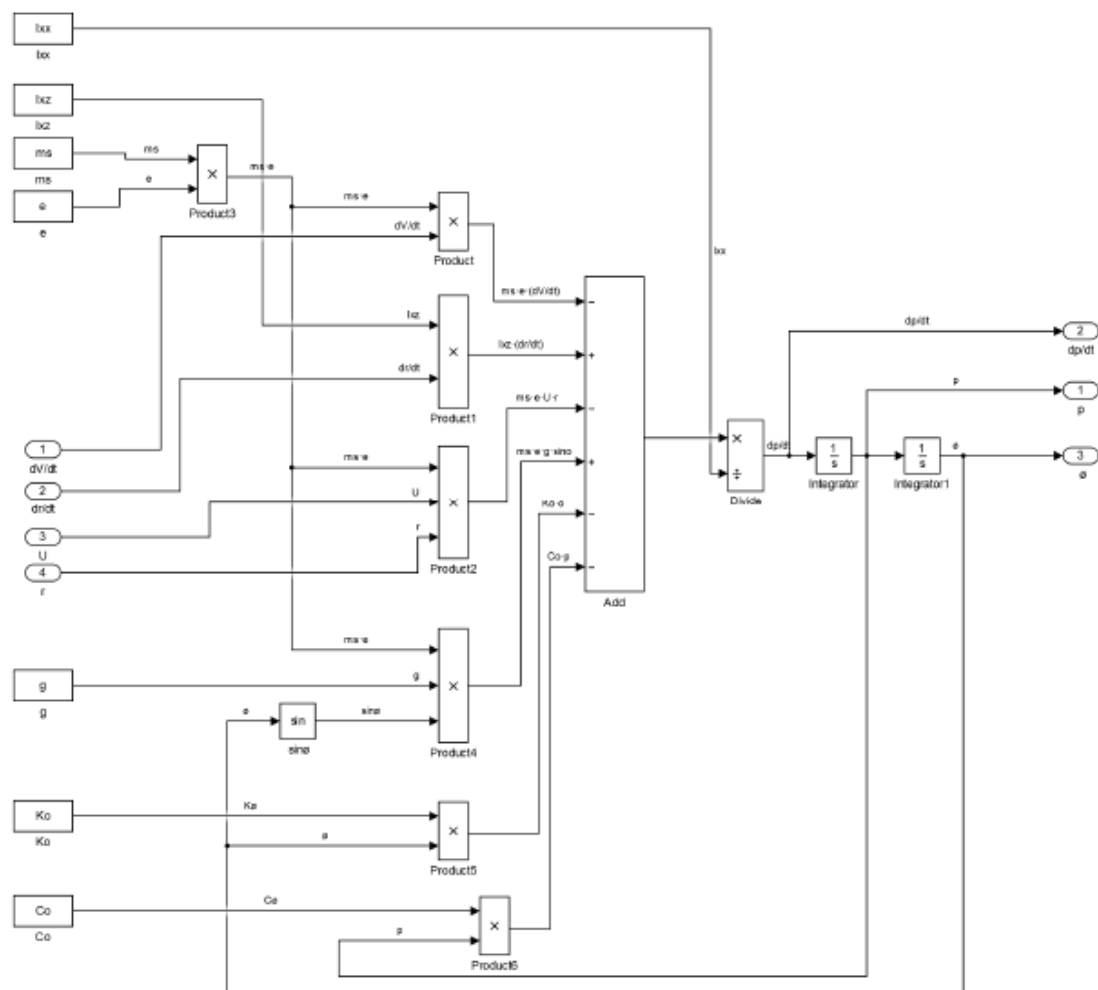


Figura 279: Diseño del balanceo

D9. Movimiento de guiñada

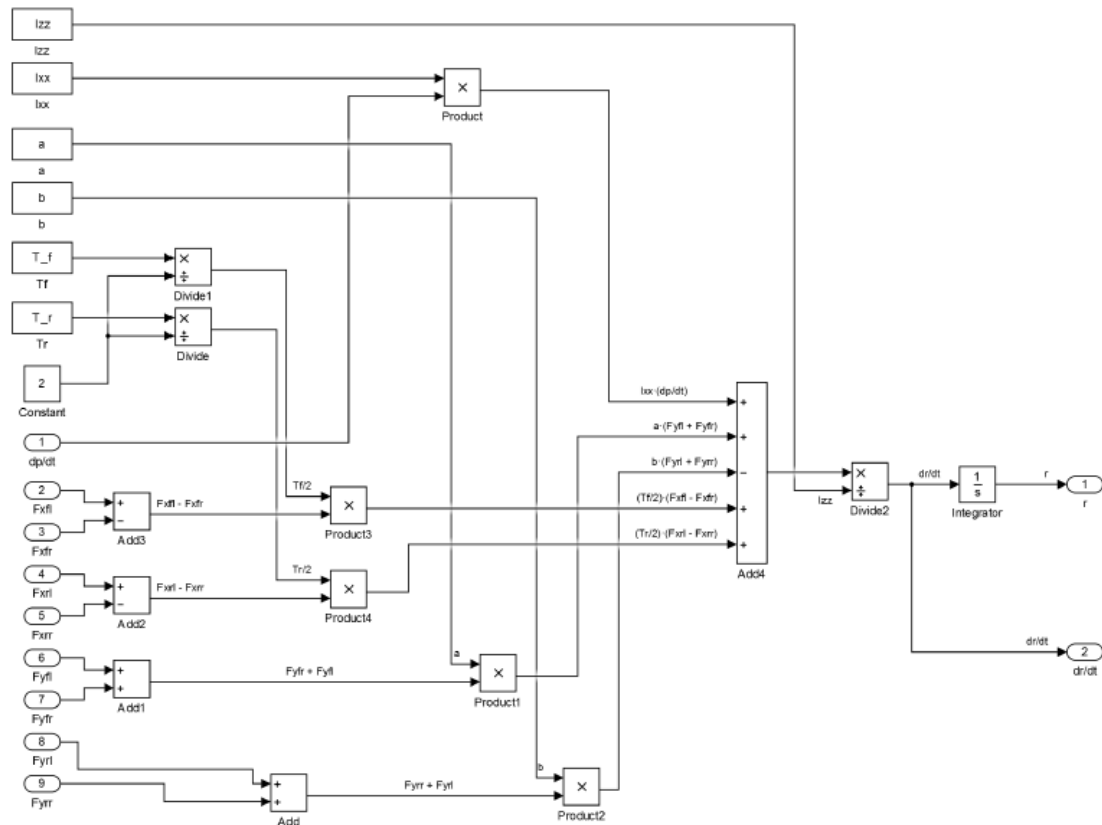


Figura 280: Diseño de la guiñada